Gheorghe COMAN

ECONOMETRIE

(ediție revizuită)

IAŞI - 2007

Material cu drept de autor

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României

COMAN, GHEORGHE

Econometrie / Gheorghe Coman. - Iaşi : PIM, 2007

Bibliogr.

Index.

ISBN 978-973-716-603-6

330.43(075.8)

ISBN: 978-973-716-603-6

Material cu drept de autor

Cap.1. PRINCIPII ŞI CONSIDERAȚII PRELIMINARE

1.1. Noțiuni şi concepte fundamentale ale econometriei

Etimologic, termenul de econometrie provine din cuvintele greceşti: oikonomia (economie) şi metron (măsură). El a fost folosit pentru prima dată în 1913 de către italianul Pawel Ciompa (1867-1913), într-un sens întrucâtva diferit de cel actual. Cu sensul actual a fost introdus, în ştiința economică, în 1926, de către Ragnar Frisch (1895 - 1973), economist şi statistician norvegian (primul laureat Nobel pentru economie în 1969), prin analogie cu termenul „biometrie", folosit de Francis Galton (1822-1911) şi Karl Pearson (1857-1936) la sfârşitul secolului XIX, care desemna cercetările biologice ce utilizau metodele statisticii matematice.

Un moment important în constituirea şi dezvoltarea Econometriei ca disciplină economică de frontieră, apărută în domeniile de interferență ale teoriei economice, statisticii şi matematicii, se consideră anul 1930 (29 decembrie), când s-a înființat la Cleveland (SUA) Societatea de Econometrie (Econometric Society), având-u-i ca inițiatori pe: Irving Fischer – preşedinte, L. V. Bortkiewicz, R. Frisch, H. Hotelling, L. Schumpeter, N. Wiener şi alții.

Un rol deosebit în dezvoltarea şi popularizarea econometriei l-a avut revista acestei societăți, „**Econometrica**", care apare trimestrial, începând din ianuarie 1933.

Însă, sub aspect istoric, studierea cantitativă a fenomenelor economice este mult mai veche. Printre precursorii econometriei moderne pot fi citați: F. Quesnay, W. Petty, Gregory King, A. Cournot, Leon Walras, E. Engel, A. Marshall, R. A. Fisher, Karl Pearson şi alții.

În momentul actual, impulsionată puternic de revoluția tehnico-ştiințifică – cu realizări de vârf în domeniul tehnologiei informaționale – econometria a devenit un instrument metodologic de bază, indispensabil teoriei şi practicii economice pentru investigarea riguroasă a fenomenelor şi proceselor economice.

În sens larg, **econometria reprezintă domeniul cuantificărilor ce privesc relațiile economice, incluzând o gamă largă de metode statistice şi matematice utilizate în economie**.

În sens restrâns, econometria se referă cu precădere la verificarea unor aserțiuni ale teoriei economice legate îndeosebi de relațiile de cauzalitate sau de anumite legități, şi, în acest scop, sunt folosite cu precădere metode ce gravitează în jurul regresiei statistice, testelor şi, mai recent, dezvoltând metodele de analiză şi prognoză a seriilor cronologice.

Conform acestor definiții, *un studiu econometric presupune*:

- **existența prealabilă a unei teorii economice privind fenomenul, procesul sau sistemul economic cercetat**, pe baza căreia se construieşte modelul economic, care reprezintă formalizarea ipotezelor teoriei economice cu privire la fenomenul, procesul sau sistemul investigat;

Material cu drept de autor

- **construirea modelului econometric** şi rezolvarea acestuia cu posibilitatea generalizării aplicării metodelor inducției statistice la verificarea ipotezelor teoriei economice.

Întrucât nu s-a cristalizat o concepție unitară privind „frontierele" econometriei, în manualele sau tratatele de econometrie, autorii, de regulă, îşi menționează concepția pe baza căreia şi-au structurat lucrările.

În țara noastră, atât în literatura de specialitate, cât şi prin structura planurilor de învățământ de la *facultățile de ştiințe economice, econometria este concepută şi aplicată ca metodă generală de investigare cantitativă a fenomenelor şi proceselor economice* – adică, în accepțiunea largă a termenului.

Un domeniu mai puțin abordat, atât teoretic, cât şi practic, îl constituie metodele econometriei, în sensul restrictiv al termenului, respectiv modelele aleatoare (stochastice).

Modelele deterministe, utilizate în mod curent şi de multă vreme în teoria şi practica economică din țara noastră sunt de multe ori inadecvate pentru a explica şi, mai ales, pentru a prognoza pertinent evoluția fenomenelor, proceselor sau sistemelor economice, elemente dinamice prin natura lor.

De asemenea, în studiile mult mai recente, se insistă asupra faptului că studiul seriilor de timp privind evoluția fenomenelor economice nu poate fi independent de teoria economică. Se au în vedere, în acest sens, nu atât determinarea şi extragerea econometrică a tendinței, cât şi aspectele legate de efectul întârziat în timp, propagarea impulsului unor variabile exogene asupra variabilei prognozate, natura oscilațiilor de diferite frecvențe etc.

Metoda modelelor sau metoda modelării reprezintă principalul instrument de investigare econometrică a fenomenelor economice.

Dar, modelarea sau metoda modelelor nu constituie o noutate în domeniile ştiințifice. Ea s-a folosit pe larg în domeniul ştiințelor fizice, teoretice şi aplicate, şi, datorită eficienței utilizării lor, s-a extins folosirea acestora în toate domeniile ştiințifice, inclusiv în ştiința economică.

În general, ***modelul reprezintă un instrument de cercetare ştiințifică, o imagine convențională, homomorfă, simplificată a obiectului supus cercetării***.

Fiind o construcție abstractă, în care se neglijează proprietățile neesențiale, modelul este mai accesibil investigației întreprinse de subiect, aceasta fiind una din explicațiile multiplelor utilizări pe care modelul le are în epoca contemporană.

Utilizat în economie, modelul - imagine abstractă, formală a unui fenomen, proces sau sistem economic – se construieşte în concordanță cu teoria economică, rezultând modelul economic.

Modelul economic, reproducând în mod simbolic teoria economică a obiectului investigat, *prin transformarea sa în model econometric, devine un obiect supus cercetării şi experimentării* (verificării), de la care *se obțin informații* noi privind comportamentul fenomenului respectiv.

Material cu drept de autor

În acest mod, reprezentările econometrice, spre deosebire de modelele economice care explică structura fenomenului sau procesului economic de pe poziția teoriei economice, *au întotdeauna o finalitate practică, operațională, ele devenind instrumente de control şi dirijare, de simulare şi de previziune a fenomenelor economice*.

Variabilele care formează structura unui sistem econometric, după natura lor, pot fi:

a) variabile economice;

b) variabila aleatoare (eroare), **u**;

c) variabila timp, **t**.

a) **Variabilele economice**, de regulă, se împart în variabile explicite, rezultative sau **endogene**, $\mathbf{Y_i}$, $i = \overline{1,n}$, şi variabile explicative, factoriale sau **exogene**, $\mathbf{X_j}$, $j = \overline{1,k}$, independente de variabilele endogene $\mathbf{Y_i}$; (**n** = numărul variabilelor rezultative; **k** = numărul variabilelor factoriale). În cazul modelelor de simulare sau de prognoză, variabilele $\mathbf{X_j}$ se mai împart în variabile exogene predeterminate şi variabile instrumentale sau de comandă economică (dobânda, impozitul pe profit etc.)

b) **Variabila aleatoare, u**, sintetizează ansamblul variabilelor, cu excepția variabilelor $\mathbf{X_j}$, care influențează variabila endogenă $\mathbf{Y_i}$, dar care nu sunt specificate în modelul econometric. Aceste variabile (factori), pe baza ipotezelor teoriei economice, sunt considerate factori întâmplători (neesențiali), spre deosebire de variabilele $\mathbf{X_j}$, care reprezintă factorii determinanți (esențiali) ai variabilei $\mathbf{Y_i}$.

De asemenea, variabila aleatoare reprezintă eventualele erori de măsură – erori întâmplătoare şi nu sistematice – conținute de datele statistice privind variabilele economice.

Pe baza acestor premise economice se acceptă că variabila aleatoare „**u**" urmează o lege de probabilitate **L(u)**, în acest scop formulându-se o serie de ipoteze statistice cu privire la natura distribuției acestei variabile, ipoteze statistice care vor trebui testate cu teste statistice adecvate fiecărei ipoteze.

c) **Variabila timp**, **t**, se introduce în anumite modele econometrice ca variabilă explicativă a fenomenului endogen $\mathbf{Y_i}$, imprimându-se acestora un atribut dinamic, spre deosebire de modelele statice.

Deşi timpul nu poate fi interpretat ca variabilă concretă (economică), se recurge la această variabilă explicativă (fictivă) din două motive:

- în primul rând, timpul, ca variabilă econometrică, permite identificarea unor regularități într-un proces evolutiv, ceea ce constituie un prim pas spre specificarea precisă a unor variabile care acționează în timp;

- în al doilea rând, el reprezintă măsura artificială a acelor variabile care acționează asupra variabilei **Y** care, fiind de natură calitativă, nu pot fi cuantificate şi, ca atare, nici specificate în modelul econometric.

O problemă fundamentală care se ridică în această etapă o reprezintă calitatea datelor statistice, respectiv autenticitatea şi veridicitatea acestora.

Material cu drept de autor

Dacă un model econometric se construieşte cu date false sau afectate de erori de măsură, el va căpăta aceste deficienţe, fiind compromis sub aspect operaţional.

Deoarece problema autenticităţii datelor economice ţine de domeniul statisticii, ne vom rezuma numai a aminti că datele statistice care privesc variabilele economice specificate în model trebuie să fie culese fără erori sistematice de observare şi de prelucrare, îndeplinind condiţiile de omogenitate. Omogenitatea datelor presupune:

- colectarea lor de la unităţi statistice omogene;
- reprezentarea aceloraşi definiţii şi metodologii de calcul cu privire la sfera de cuprindere ale acestora în timp sau în spaţiu;
- descrierea evoluţiei fenomenelor într-un interval de timp în care nu s-au produs modificări fundamentale privind condiţiile de desfăşurare a procesului analizat;
- exprimarea variabilelor în aceleaşi unităţi de măsură, condiţie care se referă, în mod special, la evaluarea indicatorilor economici în preţuri comparabile sau preţuri reale.

„Materia primă" pentru calcule economice o constituie seriile cronologice (serii de timp sau serii dinamice), mai rar seriile teritoriale, ale variabilelor economice respective, preluate sau construite pe baza băncii de date statistice existente.

O serie cronologică se construieşte prin observarea variabilelor **Y** şi **X** pe perioade egale de timp (**t = 1,2,.., T, t** reprezentând luni, trimestre, ani) la aceeaşi unitate economică:

1.2. Locul şi rolul econometriei în sistemul ştiinţelor economice

Apariţia şi rapida afirmare a econometriei trebuie înţeleasă şi explicată prin prisma raportului dialectic dintre teorie şi practică, a conexiunii inverse pozitive ce se manifestă între elementele acestui raport.

Dezvoltarea continuă şi dinamică a forţelor de producţie sub impactul progresului ştiinţific şi tehnic modifică condiţiile şi interdependenţele din producţie, repartiţie, circulaţie şi consum, ceea ce, pe plan teoretic şi practic, creează probleme dificile privind explicarea şi dirijarea evoluţiei fenomenelor economico-sociale către anumiţi indicatori ţintă, formulaţi şi urmăriţi de o anumită politică economică.

Necesitatea elaborării unor instrumente de investigare şi de sporire a eficienţei metodelor de organizare, dirijare şi conducere a economiei, pe de o parte, şi succesele metodelor statistico-matematice în alte domenii ale ştiinţei – fizică, chimie, astronomie etc. – pe de altă parte, au determinat adoptarea de către ştiinţele economice a acestor metode.

Econometria s-a format şi se dezvoltă nu în urma unui proces de diversificare a ştiinţei economice, ci prin integrarea dintre teoria economică, matematică şi statistică.

În cadrul acestei triade, teorie economică - matematică – statistică, locul central îl ocupă teoria economică. Deşi penetrarea ştiinţei economice

de către metodele statistico-matematice reprezintă un progres calitativ, nu trebuie uitat faptul că fenomenele economice, pe lângă componenta lor cuantificabilă, conțin aspecte care nu pot fi reprezentate prin cantitate.

Aceste particularități ale fenomenelor economice constituie, în general, limitele econometriei în sistemul ştiințelor economice.

De remarcat că raporturile econometriei cu ştiințele economice nu sunt numai de dependență.

Într-adevăr, un model econometric nu se poate elabora dacă nu s-a constituit o teorie economică a obiectului cercetat. Similitudinea sa formală cu obiectul economic investigat depinde de nivelul de abstractizare a teoriei, de definirea univocă şi operațională a noțiunilor şi categoriilor economice, de scopurile urmărite de teoria economică - scopuri euristice sau de dirijare privind obiectul studiat.

Modelul astfel construit *reprezintă o verigă intermediară între teorie şi realitate. El reprezintă o cale de confruntare a teoriei cu practica, singurul mod de experimentare pe baza căruia ştiința economică îşi poate fundamenta ipotezele, din moment ce obiectul său de cercetare poate fi numai observat, nu şi izolat şi cercetat în laborator.*

Prin această experimentare, mijlocită de modelul econometric, ştiințele economice validează, renunță sau elaborează metode noi, îşi confruntă problemele de semantică şi semiotică economică, îmbogățindu-şi în felul acesta sistemul de informații privind structura şi evoluția obiectului economic.

În prezent, tipologia metodelor econometrice utilizate de ştiințele economice este extrem de vastă. Folosirea din ce în ce mai amplă a acestor modele la investigarea fenomenelor economice se datorează progreselor însemnate făcute în domeniul metodelor de estimare a parametrilor modelelor şi al testelor de verificare pe care se fundamentează acestea şi, nu în ultimul rând, al utilizării calculatoarelor electronice care permit rezolvarea operativă a celor mai complexe modele econometrice.

Particularizând legăturile econometriei cu unele dintre disciplinele economice, este necesar să subliniem corespondența dintre modelarea econometrică şi previziune. Previziunea macro sau microeconomică reprezintă un domeniu care utilizează în mare măsură rezultatele simulării şi, mai ales, ale predicției econometrice. Activitatea de previziune a economiei este aceea care „oferă" o serie de elemente utile elaborării modelului privind, îndeosebi, etapa de specificare a acestuia. În această etapă, previziunea defineşte variabilele endogene (rezultative) şi pachetul variabilelor exogene corespunzătoare obiectivelor urmărite în funcție de informațiile statistice existente. Econometria, la rândul ei, contribuie la obținerea variantelor economice, oferind informații cu privire la comportamentul variabilelor endogene în diverse alternative de acționare a pârghiilor economice. În acest fel, previziunii economice i se oferă o perspectivă în legătură cu ceea ce s-ar putea întâmpla în viitor, fie şi în linii mari, în raport cu diferitele variante ale politicii economice care ar putea fi aplicate.

Material cu drept de autor

Menționăm, de asemenea, legătura econometriei cu sistemul financiar-contabil, domeniu în care modelarea pătrunde tot mai mult. De asemenea, trebuie remarcat faptul că, la elaborarea modelelor econometrice, se recomandă, cu o tot mai mare insistență, introducerea relațiilor financiar-bancare, ca fiind deosebit de semnificative pentru descrierea mecanismelor economice.

Domeniul cooperării economice internaționale, ca, de altfel, şi cel privind comerțul interior, domeniu în care previziunile sunt greu de realizat, altfel decât cu ajutorul metodelor statistice, reprezintă, de asemenea, sectoare ale economiei ce pot beneficia de rezultatele econometriei în ceea ce priveşte planificarea şi eficientizarea activităților desfăşurate. Este totodată necesar să subliniem frecvența tot mai mare a aplicării metodelor econometrice în lucrări din domeniul biologiei, medicinei, demografiei şi, în special, în domeniul marketingului, managementului sau viitorologiei.

În concluzie, se poate reține ideea că **metoda econometriei este metoda modelării sau metoda modelelor. Modelul econometric – expresie formală, inductivă a unei legități economice – reprezintă un mijloc de cunoaştere a unui obiect economic, iar modelarea econometrică este o metodă care conduce la obținerea de cunoştințe sau informații noi privind starea, structura (conexiunile dintre elemente) şi evoluția unui proces sau sistem economic**.

Începând din deceniul al cincilea al secolului al XX-lea, se produce un fenomen care promovează informația şi decizia printre elementele esențiale ale epocii în care trăim.

La acest fenomen contribuie în primul rând creşterea extraordinară a complexității structurale şi funcționale a organizațiilor economice. Procesele de comasare-integrare, apariția structurilor organizaționale cu activități productive pe arii geografice foarte mari (şi, de asemenea, cu multiple probleme legate de desfacerea produselor), ridicarea nivelului de tehnicitate a instalațiilor şi corespunzător o specializare accentuată a profesiunilor - sunt numai câteva din aspectele acestei complexități a unităților productive moderne.

Ca o consecință a acestei stări de fapt apare o extraordinară creştere a cantității de informații deținute şi manipulate în unitățile productive, accentuată şi de formularea unor condiții mult mai severe în ceea ce priveşte calitatea informației (pertinența şi operativitatea acesteia). Alături de producția de bunuri apare o producție de informații din ce în ce mai însemnată, informația devine chiar un produs sau marfă ce se poate negocia, ajungând, alături de servicii, obiectiv al unor organizații specializate.

În ceea ce priveşte procesele de decizie, pentru prima oară se pune în mod riguros şi pe scară largă problema găsirii unor soluții optime sau apropiate de cele optime, în marea diversitate de probleme organizatorice şi de conducere.

Se poate considera că toate aceste schimbări au condus la o veritabilă revoluție informațional-decizională în domeniul organizări şi conducerii şi, ca o consecință, la apariția managementului ştiințific modern.

Material cu drept de autor

Principalele discipline privind conducerea, care au apărut în această etapă sunt: cercetarea operațională, cibernetica, informatica, psihosociologia organizării şi teoria generală a sistemelor.

Ansamblul economiei poate fi privit ca un sistem ale cărui elemente componente (organizațiile social-economice de diferite mărimi) sunt interconectate şi intercorelate prin fluxuri materiale şi informaționale şi au un comportament orientat spre atingerea unor obiective precise. La rândul lor, organizațiile, care sunt elemente componente ale sistemului-ansamblu, pot fi considerate sisteme, diviziunea putându-se continua până la identificarea unor componente elementare indivizibile.

În analiza econometrică a fenomenelor economice se utilizează două concepte fundamentale din teoria cunoaşterii: sistem şi model.

1.3. Conceptul de sistem

Definirea sistemului. *Poate fi definită ca sistem orice secțiune a realității în care se identifică un ansamblu de fenomene, obiecte, procese, concepte, ființe sau grupuri interconectate printr-o mulțime de relații reciproce, precum şi cu mediul înconjurător şi care acționează în comun în vederea realizării unor obiective bine definite*. Mulțimea elementelor şi a relațiilor dintre acestea, precum şi a relațiilor între componente şi ansamblu formează structura sistemului. Mulțimea caracteristicilor unui sistem, la un moment dat, determină starea sa.

Pentru analiza comportamentului sistemelor, în ansamblul lor, s-a propus conceptul de „cutie neagră" care reprezintă sistemul privit ca un tot, făcând abstracție de procesele sale interne. Cutia neagră primeşte impulsuri din partea mediului înconjurător („intrările" în sistem) şi, prelucrând aceste impulsuri, le transformă în acțiuni asupra mediului („ieşirile") din sistem.

Sistemele se pot clasifica: după natura lor (sisteme naturale - cum sunt organismele vii şi sisteme elaborate - tehnice, economice, conceptuale), după modul de funcționare (deschise - în care ieşirile nu influențează intrările, şi închise, în care are loc influența intrărilor de către ieşiri) şi după comportament (deterministe sau probabilistice).

Mecanismul transformării intrărilor în ieşiri poate fi descris cu ajutorul funcțiilor de transfer, care au diverse forme, particulare, după natura sistemului.

Iată câteva din ideile de bază ale teoriei generale a sistemelor:

a) orice sistem este alcătuit din elemente (părți) interdependente, acționând în comun în virtutea unui scop;

b) ansamblul legăturilor între elementele sistemului, precum şi al legăturilor cu întregul, formează structura sistemului **S**;

c) complexitatea sistemelor depinde mai mult de structura sistemului decât de natura părților sale;

d) două sisteme cu structuri parțial identice se numesc homomorfe (sistemul mai simplu va constitui un model al sistemului homomorf mai complex);

Material cu drept de autor

e) două sisteme homomorfe vor avea un comportament asemănător, de unde rezultă posibilitatea de studiu a proprietăților sistemelor reale prin simulare;

f) structura (statică) a unui sistem preexistă comportamentului său (dinamicii sistemului);

g) schimbările într-un sistem se realizează prin fluxuri presupuse discontinue şi continue;

h) într-un sistem economic toate categoriile de schimbări pot fi grupate în următoarele tipuri de fluxuri interconectate; **1**) fluxuri de materiale; **2**) fluxuri de comenzi; **3**) fluxuri băneşti; **4**) fluxuri umane; **5**) fluxuri de echipamente **6**) fluxuri informaționale;

i) fluxul informațional are un rol central în funcționarea sistemelor;

j) procesele decizionale sunt considerate şi ele ca având un rol central în mecanismul sistemelor; ele sunt presupuse a fi discontinue;

k) reglarea este un element caracteristic al funcționării sistemelor;

l) procesele care au loc în sistemele economice sunt, de regulă, neliniare.

Pe baza acestor premise, sunt elaborate procedee de descriere a comportamentului sistemelor economice, care utilizează metode cibernetice, informatice, psihosociologice, precum şi procedee de modelare matematică. De asemenea, sunt folosite analogii fizice şi tehnice iar simularea este utilizată ca un procedeu de bază în descrierea comportamentului sistemelor.

În linii mari teoria sistemelor urmăreşte înțelegerea stării unui sistem cu ajutorul unor ecuații care descriu în timp intrările, transformările şi ieşirile din sistem, pentru cele şase tipuri de fluxuri menționate mai sus. Pe baza acestei descrieri matematice se pot face simulări pe calculator, cu ajutorul cărora se prevede evoluția sistemului.

Ideile şi procedeele TGS, impresionante prin complexitatea lor, sunt în curs de sedimentare metodologică şi experimentare practică.

Marea majoritate a propozițiilor enumerate mai sus şi care stau la baza teoriei sistemelor se regăsesc explicit sau implicit şi la baza metodologiilor practice de **analiză sistemică**.

În practica analizei de sistem, odată cu proiectarea proceselor informaționale şi în special a celor decizionale, se urmăreşte îmbunătățirea lor, deci se au în vedere criterii de optim. În acțiunea aceasta de proiectare eficientă a procesului informațional-decizional, analiza sistemică face din plin apel la procedeele cercetării operaționale şi la tehnicile informaticii. În ceea ce priveşte folosirea metodelor psihosociologice, în analiza de sistem există încercări recente în acest sens.

1.4. Conceptul de model

Conceptul de „model", atât de mult folosit în ştiința modernă, este relativ nou, dar metoda modelării este tot atât de veche pe cât sunt preocupările oamenilor pentru cunoaşterea ştiințifică. Putem considera că **modelul este o reprezentare izomorfă a realității**, care, oferind o imagine

Material cu drept de autor

intuitivă şi totuşi riguroasă, în sensul structurii logice, a fenomenului studiat, facilitează descoperirea unor legături şi legități imposibil sau foarte greu de găsit pe alte căi.

În elaborarea modelelor economico-matematice, teoria economică are un rol deosebit de important întrucât ea formulează categoriile, conceptele şi legile obiective ale realității economice. Numai sprijinindu-se pe teoria economică modelele matematice pot reprezenta fidel fenomenele economice.

Modelul, ca instrument al cunoaşterii ştiințifice, este folosit în foarte numeroase discipline teoretice şi practice. Fără pretenția de a face o ***clasificare*** riguroasă a tipurilor de modele, vom arata că ele pot fi: modele verbal-descriptive - folosite în toate disciplinele nematematizate, modele matematice, modele fizice analogice (de tipul machetelor statice sau dinamice), modele grafice etc.

În ştiințele economice, în special în disciplinele organizării şi conducerii, modelele sunt utilizate în toată diversitatea de tipuri care există.

După întinderea domeniului studiat, modelele care descriu realitatea economică pot fi: *macroeconomice* - cele care se referă la economia națională, la ramură (subramură) sau la economia unui teritoriu mare (un județ, o anumită zonă industrială, agricolă etc.) şi *microeconomice* - la nivel de întreprindere, uzină, trust, combinat etc.

Modelele *cibernetico-economice* urmăresc să studieze relația dintre intrări şi ieşiri într-un organism economic, cu evidențierea fenomenelor de reglare care determină buna funcționare a sistemului. Majoritatea modelelor cibernetico-economice sunt macroeconomice.

Modelele *econometrice* descriu comportamentul organismelor economice cu ajutorul unor sisteme de ecuații în care elementele numerice sunt determinate statistic. Şi aceste modele sunt, de obicei, macroeconomice.

Modelele de *simulare* încearcă să stabilească modul de funcționare al unor organisme macro sau microeconomice prin acordarea unor combinații de valori întâmplătoare variabilelor independente care descriu procesele. Prin „citirea" valorilor pe care le capătă în felul acesta variabilele dependente, se obțin mărimi semnificative în procesul studiat.

Modelele *sistemice* au drept obiectiv surprinderea ansamblului aspectelor dintr-un organism economic.

Modelele *cercetării operaționale* se caracterizează prin căutarea unei soluții optime sau apropiată de optim, pentru fenomenul studiat. Modelele cercetării operaționale se bazează pe o mare diversitate de procedee matematice şi au aplicații la nivel macro, dar în special la nivel microeconomic. Ele reprezintă principalul instrument pentru optimizarea deciziilor în analiza de sistem.

Tipologia de mai sus este foarte relativă, între grupele menționate existând frecvente asemănări şi întrepătrunderi. Astfel, modelele econometrice sunt adesea de tip cibernetic, simularea se utilizează în mai

Material cu drept de autor

toate tipurile de modele matematice, modelele cercetării operaționale pot fi folosite în descrierea sistemică a unui organism etc.

Una din principalele caracteristici ale tuturor metodelor econometrice este faptul că unele probleme ale cercetării economice pot fi privite, din perspectivă pur teoretică, ca probleme de matematică pură. Evident, în perspectiva pe care o vom adopta în cele ce urmează vom privi metodele econometrice strâns legate de problemele practice.

Din punct de vedere istoric, unele dintre problemele econometrice s-au ivit sub aspect pur matematic, cu mult înainte de a fi apărut activitatea organizată şi denumirea de econometrie.

Ca disciplină de sine stătătoare, econometria a apărut în prima parte al secolului al XX-lea devenind spre sfârşitul secolului al XX-lea o disciplină fundamentală, neperisabilă, în pregătirea economică a specialiştilor, fiind cunoscută în învățământul tehnic sub denumirea de optimizări tehnico-economice.

Material cu drept de autor

Cap.2. VALOARE ŞI EVALUARE ÎN ECONOMETRIE

2.1. Conceptul de valoare

Valoarea este o anumită relație între ceva oarecare dat (un obiect, o idee, un proces, relație, real, fictiv, chiar însăşi valoarea) şi un subiect ce evaluează. Rezultă că prin *valoare* se înțeleg două lucruri distincte şi totuşi coordonate: (**a**) *aprecierea* pozitivă sau negativă, aprobarea sau dezaprobarea, iubirea sau ura, socotirea sau nesocotirea unui dat oarecare; (**b**) *preferința*, plusvaloarea, predilecția sau alegerea între mai multe valori de acelaşi fel sau de calități deosebite; pe scurt, stabilirea unei scări de valori, de preferințe. Aşadar, este diferență între a aprecia şi a prefera; ambele sunt însă valori. Şi omul evaluează spontan fiindcă trăieşte.

De obicei se spune: *aceasta e o valoare*; trebuie însă înțeles prin expresia respectivă că: *aceasta are o valoare*. Evaluarea postulează ceva dat (real sau nu), care urmează a fi un obiect de apreciere sau preferință.

Termenul *valoare* a fost inițial folosit în morală, şi atunci era totuna cu *bine* şi chiar cu *ideal* – idealul era valoarea maximă; şi totodată în *economia politică*, deosebindu-se de preț, care e o valorificare subordonată. Morala şi economia politică sunt disciplinele generatoare ale preocupărilor normative sau valoriste. Prin Fr. Nietzsche (1844-1900) termenul de valoare a dobândit o extensiune mai mare, îmbrățişând întreaga viață culturală, iar prin Bertrand Russell (1872-1970) valoarea devine o problemă filozofică de mâna întâi.

Dar exprimarea unei ierarhii presupune o judecată de valoare. Dacă judecata în sine este o constatare, o descriere a faptelor prezente şi avute, judecata de valoare presupune ierarhizarea constatărilor. Judecata de valoarea exprimă o evaluare, actul de prețuire şi ierarhizare a celor constatate.

Când enunțăm: un lucru sau o persoană au o valoare sau sunt valoroase, întreprindem o judecată de valoare şi înțelegem prin aceasta că: lucrul şi persoana valorează pentru un subiect oarecare. Chiar când raportarea nu e explicit formulată, ea există implicit. Relativitatea este inerentă valorii. E îndoită de relativitate.

Valoarea presupune deopotrivă anumite însuşiri sau proprietăți la obiect – evaluarea e deci condiționată şi de structura obiectelor – dar şi o anumită constituție a conştiinței, a subiectului. ***Valoarea este o relație între obiect şi subiect***. Totuşi a vădit că în evaluare accentul cade pe factorii *subiectivi*: ***fără subiect nu avem valoare***.

Vorbind despre *valoare* şi *evaluare* s-ar părea că sunt fapte deosebite. Pentru obiectul disciplinei noastre, ***evaluarea şi valoarea*** tind a se confunda; ***ambele sunt relații***. Un act specific, psihologic, de evaluare, nu există în practica econometriei. ***Evaluarea presupune factori obişnuiți ai conştiinței***; nota distinctivă a ei stă doar în conlucrarea lor, determinată de faptul specific al valorii, al relației dintre lucruri şi conştiință. De asemenea, nu sunt valori esențial deosebite; valorile estetice, etice,

Material cu drept de autor

religioase, hedonice, se deosebesc de materialul lor, nu în faptul însuşi al evaluării. Valoarea ca atare este una şi aceeaşi.

Care sunt factorii subiectivi ce determină evaluarea ? Condiționarea subiectivă a evaluării sunt două atribuite clasice ale conştiinței: sentimentul şi voința. Pentru unii, cei mai mulți, afectivitatea (plăcerea şi neplăcerea) e factorul subiectiv determinant în evaluare; pentru alții voința. Oricâte îndoieli ar stârni aceste considerații, trebuie să avem în vedere că în orice exprimare ierarhică nu pot lipsi nici sentimentul (plăcere şi neplăcere), nici voința (urmărirea unui scop). *Nu dorim lucrurile, fiindcă descoperim în ele o esență mistică, numită valoare, ci fiindcă le dorim, le atribuim şi valoare.* Se poate spune în genere: Un lucru are o valoare sau este valoros când: (**a**) produce o plăcere; (**b**) e potrivit unui scop urmărit spre realizare de voință. ***Valoros este plăcutul şi mijlocul de realizare a unui scop***.

Întrucât evaluarea operează cu soluții noi întâmpină anumite dificultăți în aprecierea noului. Acesta datorită faptului că noul diferă de legitățile componentelor care i-au dat naştere. Deşi nu vine din afara sistemului de analizat şi nu poate apare de la sine (invenția – de orice natură – nu e un miracol), fiind o lege periodică a sistemului, *noutatea*, *neprevăzutul*, este o discontinuitate ireductibilă la vreuna din legitățile elementelor care compun sistemul sau la legitățile ansamblului lor. Noului i se opune tendința de conservare proprie sistemului; unul dintre parametrii de stabilitate ai acestuia fiind redundanța.

2.2. Valoare economică

Caracteristicile producției de bunuri materiale. Producția bunurilor materiale reprezintă un proces obiectiv, complex şi permanent de desprindere a unor bunuri din natură şi de transformare şi adaptare a lor la necesitățile de consum şi de folosință ale oamenilor.

Orice proces de acest gen implică obligatoriu trei elemente:

a) ***munca*** (înțeleasă ca activitate conştientă care antrenează deprinderi, aptitudini, cunoştințe, experiență şi efort fizico - intelectual) care trebuie să aibă un caracter de raționalitate (să nu risipească resursele umane, naturale, materiale, financiare, informaționale şi temporale), să consoneze cu mediul natural (în vederea menținerii echilibrului ecologic) şi să prezinte o dimensiune prioritar economică (să fie purtătoare de valoare şi valoare de utilitate, adică să creeze bunuri materiale cu calitate de mărfuri);

b) ***obiectul muncii*** (materiile prime, materialele, produsele finite);

c) ***mijloacele de muncă*** (echipamentele tehnice, utilajele, instalațiile, uneltele, clădirile cu destinație productivă), ce trebuie să fie performante ca eficiență.

Producția de bunuri materiale are ca rezultat, fie un bun de consum (care se epuizează printr-o utilizare parțială sau totală), fie un bun de producție (cu ajutorul căruia se produc alte bunuri materiale). Fiind un proces continuu, orice producție de bunuri materiale generează, concomitent, o

Material cu drept de autor

reproducție, cele două elemente devenind, în omogenitatea lor, condiția de bază a existenței şi evoluției societății.

Relația producție-consum este o relație de reciprocitate în sensul că dacă producția determină circulația, schimbul şi consumul, necesitățile de consum influențează, la rândul lor, producția.

Producția materială se modifică în funcție de condițiile sociale, sistemul economic incluzând trei elemente definitorii: obiectivul final al activității economice, tehnologia şi organizarea economică în raport cu care se structurează două subsisteme economice: economia naturală; economia de schimb, care poate fi: economie de tip liber (concurențială); economie de tip comandat (centralizat planificată).

Marfa. Marfa este o categorie economică specifică economiei de schimb şi se prezintă sub formă de bunuri.

Bunurile există sub formă de bunuri libere (ce se găsesc în cantități nelimitate în natură) şi bunuri economice (manifestate numai în raport cu nevoile umane şi destinate consumului sau schimbului).

Bunurile, pentru a fi mărfuri trebuie să dispună de utilitate, să satisfacă trebuințele altor oameni decât ale producătorilor însăşi, deci trebuie să aibă o utilitate socială.

În acelaşi timp, bunul trebuie să treacă de la producător la consumator nu în mod gratuit, ci prin intermediul schimbului, prin vânzare-cumpărare.

Schimbul de mărfuri presupune schimb de echivalente. El a cunoscut un proces de evoluție, de la forma marfă contra marfă (M – M), la forma marfă – bani - marfă (**M – B – M**).

Ca bun economic, marfa se defineşte prin două elemente: utilitatea; valoarea.

Utilitatea, în sens tehnic, desemnează capacitatea unui bun de a satisface o nevoie, o trebuință umană.

Utilitatea, în sens economic, desemnează:

1. Proprietatea, capacitatea reală sau presupusă a unui bun de a satisface o nevoie, o trebuință;

2. Satisfacția pe care o creează folosirea unui bun pentru consumator.

Utilitatea implică conştientizarea acestei relații.

Prima cantitate dintr-un bun economic are utilitatea cea mai mare, aceasta scăzând cu fiecare altă cantitate adăugată consumului, care se va raporta la o nevoie în descreştere, până la saturare.

Pornind de la această determinare cauzală, desprindem existența a două tipuri de utilități şi anume:

1) utilitatea totală, care este dată de întreaga cantitate de bunuri de un anumit fel;

2) utilitatea marginală, care reflectă utilitatea pe care o percepe fiecare individ pentru fiecare unitate suplimentară de bun economic atrasă în consum.

Material cu drept de autor

Utilitatea marginală se reduce cu fiecare unitate suplimentară de bun economic atrasă spre consum, în timp ce utilitatea totală creşte, prin adăugarea de fiecare dată a mărimii utilității marginale a bunului.

Utilitatea totală se calculează astfel:

$$U_t = \sum_{i=1}^{n} U_{mg_i}$$

Valoarea este cel de-al doilea element care defineşte o marfă.

Schimbul este posibil în condițiile în care mărfurile se pot compara între ele, în condițiile în care există un acelaşi element comensurabil cuprins în toate mărfurile. Acest element este valoarea.

Valoarea nu este intrinsecă, nu este în lucruri. Ea este în noi; este felul în care omul reacționează la condițiile mediului său.

Valoarea nu este nici în cuvinte sau în doctrine. Ea se reflectă în conduita umană. Nu ceea ce spun oamenii sau grupurile de oameni despre valoare contează, ci felul cum acționează ei. Oraţia moralişti şi pompa programelor diferitelor partide sunt semnificative ca atare. Dar ele nu influențează cursul evenimentelor umane decât în măsura în care determină efectiv acțiunile oamenilor.

Există două mari curente de gândire economică cu privire la valoare:

a) teoria obiectivă, şi b) teoria subiectivă.

Teoria obiectivă a valorii îşi are izvorul în opera clasicilor economiei politice.

Conform acestei teorii, substanța valorii economice este munca, ca realitate obiectivă a producătorilor de bunuri şi care este încorporată în bunuri.

Valoarea unui bun este dată de cantitatea totală de muncă necesară pentru producerea lui (atât munca vie, nemijlocită, consumată în procesul de producție dat, cât şi munca trecută materializată în mijloacele de producție consumate pentru obținerea respectivului bun).

Valoarea economică a unui bun economic (**M**) se compune, aşadar din următoarele elemente:

M = C + V + P,

unde: **C** = valoarea mijloacelor de producție consumate; **V** = valoarea produsului necesar; **P** = valoarea plusprodusului.

V + P = valoarea nou creată, care în procesul repartiției revine factorilor de producție sub formă de salariu, profit, rentă, dobândă.

Pe piață, valoarea se manifestă sub forma valorii de schimb care reprezintă raportul cantitativ în care se schimbă o marfă cu o altă marfă.

În condițiile existenței banilor, valoarea de schimb se prezintă sub forma prețului.

Prin confruntarea la piață a ofertanților între ei şi a lor cu consumatorii, bunurile produse cu valoare individuală diferită se vor vinde la acelaşi preț. Valoarea lor individuală este redusă la valoarea socială a cărei mărime este dată de timpul de muncă socialmente necesar.

Material cu drept de autor

Teoria subiectivă a pornit de la premisa să valoarea de schimb se explică prin:

1) utilitate, şi 2) raritate.

Un bun preţuieşte mai mult sau mai puţin decât altul în măsura în care este mai mult sau mai puţin util, mai mult sau mai puţin rar.

Dorința individului reflectă un element subiectiv şi anume trebuința acestuia. Raritatea reflectă un element subiectiv.

Valoarea unui bun este determinată de mărimea utilității sale marginale.

Punctul de pornire în teoria subiectivă este circulația şi consumul, care dau dimensiunea utilității, inclusiv a celei marginale.

În concluzie, se poate aprecia că valoarea bunurilor produse are ca izvor primar cantitatea şi calitatea muncii depuse, corelată cu preferințele economice (ca manifestare a nevoii sociale şi exterioare prin cererea de marfă) şi gradul de abundență (sau raritate) a factorilor de producție şi calitatea acestora.

Sistemul factorilor de producție. Factorii de producție reprezintă totalitatea elementelor de intrare în procesul de producție, input-uri. Trebuie făcută o delimitare conceptuală între factorii de producție şi resurse.

Resursele, prin simpla lor existență, au, în raport cu procesul de producție, caracterul unui potențial productiv.

Stabilirea unei tipologii a factorilor de producție a reprezentat o preocupare distinctă pentru ştiința economică.

Pe lângă factorii clasici de producție, ca urmare a dezvoltării industriale postbelice, performanțele de piață ale firmelor producătoare au ajuns să fie influențate de acțiunea unor factori netradiționali. S-a remarcat că asemenea factori au ajuns să polarizeze eforturi de investiții tot mai însemnate, cum ar fi investițiile în cercetare şi dezvoltare tehnologică, în formarea profesională a personalului, în informatizarea activității firmelor şi în ameliorarea managementului lor.

Factorii de producție clasici, respectiv munca, natura şi capitalul, au la origine resurse din categoria celor tangibile care pot fi cuantificate direct şi pot fi gestionate sub formele lor alternative de stocuri şi de fluxuri.

În schimb, neo-factorii, îşi au originea în resurse din categoria celor intangibile.

Caracterizarea generală a factorilor de producție clasici.

1. Munca – factor originar, primar, de producție – reprezintă activitatea specific umană desfăşurată în scopul obținerii de bunuri economice.

Ca factor de producție, munca îmbracă o formă procesuală, şi nu forma unei resurse stocabile, ea manifestându-se numai ca factor de producție în stare activă.

Resursa care generează acest flux se referă la ansamblul de abilități fizice şi intelectuale care fac posibilă prestarea unei activități.

Material cu drept de autor

Munca este un factor de producție originar, în sensul că ea este intrinsec asociată personalității prestatorului ei, neputând fi creată sau reprodusă artificial şi nici disociată de persoana prestatorului.

Prestația de muncă este ireversibilă, după cum timpul de muncă neutilizat este irecuperabil.

Munca reprezintă un factor de producție activ şi dinamizator. Ea deține în mod exclusiv capacitatea de a pune în funcțiune ceilalți factori de producție şi de a determina transformarea lor în bunuri economice.

Dimensiunea cantitativă a factorului muncă se referă la volumul de muncă de o anumită natură prestat într-un proces de producție dat. Acest volum poate fi cuantificat prin numărul de unități de timp de muncă prestate, prin numărul de ore de muncă sau de locuri de muncă aferente unei anumite cantități de produse.

Dimensiunea calitativă, abordată la nivelul individual, se referă la specializarea profesională proprie fiecărui prestator de muncă, de gradul său de calificare, de experiență, de nivelul său de productivitate.

Progresul calitativ al factorului muncă se concretizează în: creşterea proporției în care procesele de muncă fac apel la abilitățile de ordin intelectual, care ajung să prevaleze în raport cu cele fizice; tendința de ameliorare continuă a productivității muncii; creşterea duratei de pregătire şcolară şi profesională instituționalizată, a nivelului şi complexității pregătirii; amplificarea dimensiunii creative a proceselor de muncă, dezvoltarea componentei informaționale.

2. Natura. Factorul natural al producției se referă la toate resursele brute din natură care sunt folosite la producerea bunurilor economice.

Factorul natural de producție are un *caracter primar, originar*. Elementele sale nu sunt reproductibile în mod artificial, deşi ştiința contemporană oferă omului posibilitatea de a interveni în circuitul formării şi regenerării multora din resursele naturale.

Forma de existență a factorului natural al producției este una *materială*, de tipul substanței şi al energiei.

La nivelul factorului natural este cel mai pregnant pusă în evidență raritatea resurselor, multe dintre resursele primare sunt epuizabile, iar altele deşi regenerabile, sunt reproduse de natură într-un ritm inferior celui al creşterii nevoii de a le consuma.

Dimensiunea cantitativă a factorului natural al producției se referă, la volumul în care o anumită resursă naturală este atrasă efectiv în circuitul economic.

Dimensiunea calitativă vizează acele atribute intrinseci unei resurse primare care o fac proprie utilizării productive (recolta la ha, puterea calorică a unei tone de combustibil).

Pământul, ca principală formă de factor natural, este indispensabil în orice proces de producție. Lumea vie în totalitatea ei, depinde în mod direct sau indirect, de capacitatea solului de a asigura energie şi substanță vitală.

Material cu drept de autor

Utilizarea rațională a întregului fond funciar, păstrarea şi creşterea fertilității solului în scopul realizării unei agriculturi intensive, cu randamente sporite capătă o semnificație deosebită în condițiile creşterii populației şi ale multiplicării trebuințelor umane.

Resursele minerale joacă un rol important în asigurarea bazei de materii prime şi energie necesare întregii activități economice.

3. Capitalul. Acesta este termenul folosit pentru utilizarea unui factor de producție generat în cadrul sistemului economic.

În raport cu factorii primari de producție (natura şi munca), bunurile – capital sunt un factor derivat, dată fiind proveniența lor din procesele de producție anterioare.

Capitalul real/tehnic, nu se confundă cu capitalul bănesc în formă lichidă şi nici cu capitalul fictiv, concretizat în titluri de valoare, care sunt obiect de tranzacție pe piața financiară.

În sfera de cuprindere a *capitalului real* intră instalațiile şi infrastructura firmelor din industrie, agricultură, transporturi, comunicații, comerț, precum şi stocurile de materii prime, materiale, combustibili, semifabricate, producție neterminată.

Prezentați comparativ modalitățile posibile de asigurare a progresului calitativ al factorilor de producție clasici.

Capitalul reprezintă categoria bunurilor produse şi utilizate în scopul producerii altor bunuri economice.

După modul cum se consumă şi se înlocuiesc, componentele capitalului real se grupează în:

a) capital fix – reprezintă acea parte a capitalului real formată din echipamentele de folosință îndelungată, care participă la mai multe cicluri de producție, se depreciază treptat şi se înlocuiesc după mai mulți ani de utilizare;

b) capitalul circulant – reprezintă acea parte a capitalului real care se consumă în întregime în decursul unui ciclu de producție (materii prime, materiale, energie, combustibili, semifabricate).

Abordat la nivelul de ansamblu al firmei, capitalul real apare drept o parte a capitalului în funcțiune care parcurge un circuit specific format din următoarele etape:

- stadiul întâi îl constituie procesul prin care capitalul lichid al firmei se transformă în capital real productiv;
- stadiul al doilea îl constituie utilizarea productivă a capitalului real, pentru obținerea de bunuri destinate vânzării ca mărfuri pe piață;
- în ultimul stadiu, capitalul în formă marfă trece în formă bănească, prin vânzarea efectivă a bunurilor produse.

Deci, în cele trei stadii ale fluxului circular al capitalului firmei acesta îmbracă următoarele forme: bani, bunuri-capital şi, respectiv, marfă.

Reluarea parcurgerii celor trei stadii ale circuitului care are un caracter continuu reprezintă *relația capitalului*, iar timpul necesar pentru parcurgerea unui circuit complet reprezintă viteza de rotație a capitalului.

Dinamica factorului de producție poate fi explicată prin:

Material cu drept de autor

1. Formarea brută de capital fix ce caracterizează procesul prin care bunurile destinate a servi drept capital fix sunt procurate de către întreprinderi în scopul de a fi utilizate în procesul de producție prin achiziționarea sau producerea în regie proprie de bunuri de capital noi şi punerea lor în funcțiune şi prin exercitarea unor intervenții menite să le amelioreze performanțele;

2. Variația stocurilor reprezintă diferența între intrările în stocuri şi ieşirile, în cursul perioadei considerate.

Formarea capitalului fix are loc prin intermediul investițiilor.

Pe parcursul utilizării capitalului fix acesta înregistrează un proces de depreciere, datorat uzurii fizice şi morale.

Prin *uzura fizică* a capitalului fix se înțelege pierderea treptată a proprietăților lui tehnice de exploatare ca urmare a folosirii productive şi a acțiunii agenților naturali.

Corespunzător uzurii fizice se calculează cota de amortizare care se include în costul de producție, pentru a face posibilă reconstituirea sumelor necesare înlocuirii capitalului fix uzat.

Investițiile – totalitatea cheltuielilor făcute de întreprinderi pentru crearea de noi capacități de producție, pentru refacerea, ameliorarea şi dezvoltarea capacităților existente.

Cauza principală a *uzurii morale* o constituie progresul tehnic însoțit de creşterea productivității muncii şi a randamentului noilor echipamente de producție.

Neofactorii de producție. *Tehnologiile* pot fi definite drept procedee de combinare şi transformare a factorilor de producție în rezultate ale producției, prin aplicarea unor reguli riguros definite.

Ele sunt de natura unor active intangibile, incluzând în sfera lor de cuprindere şi infrastructura aferentă.

Ca resurse potențial utilizabile, stocul de tehnologii se concretizează în brevete de invenție, licențe, machete, prototipuri, specificații tehnice, programe informatice.

Ca factor de producție activ, orice tehnologie se prezintă în sfera sa operațională, alegerea acesteia fiind o importantă problemă de decizie multicriterială de ordin tehnic şi economic.

Progresul tehnologic are drept esență ameliorarea performanțelor procesului de producție, prin gestionarea cu eficiență sporită a factorilor de producție, paralel cu
îmbunătățirea caracteristicilor tehnico-funcționale şi calitative ale bunurilor obținute.

Informația face parte din categoria activelor intangibile ale firmei, îndeplinind roluri multiple în funcționarea acestora.

Calitatea de factor de producție revine informației faptice sau documentare stocate pe suporți materiali (hârtie, film, discuri şi benzi magnetice, circuite integrate) şi introduse ca atare în procesul de producție.

Material cu drept de autor

Informația acționează atât direct, prin asimilarea şi utilizarea ei de către indivizii implicați în proces, cât şi indirect, prin asistarea cu calculatorul a funcționării sistemelor de producție.

Abilitatea întreprinzătorului reprezintă un neo-factor de producție propriu sistemelor economice bazate pe concurență şi liberă inițiativă.

Abilitatea cu care este dotat întreprinzătorul vizează îndeplinirea de către acesta a unor funcții cum sunt:

- sesizarea ocaziilor şi a şanselor;
- formularea unui proiect al propriei sale acțiuni şi definirea condițiilor concrete, care ar face ca acest proiect să devină fezabil;
- promovarea propriu-zisă a proiectului, prin asumarea inițiativei şi punerea ei în practică.

Ca factor de producție, abilitatea întreprinzătorului reprezintă un element decisiv de progres, în măsura în care economia contemporană este bazată pe inovarea tehnologică şi pe dinamica schimbărilor calitative.

Combinarea şi substituirea factorilor de producție***. Activitatea de producție poate fi privită, ca un ansamblu de operații de utilizare şi/sau transformare a factorilor de producție în vederea atingerii funcției obiectiv a producătorului: maximizarea profitului în condițiile minimizării eforturilor.***

Combinarea factorilor de producție reprezintă un mod specific de unire a factorilor de producție privit atât sub aspect cantitativ cât şi din perspectiva structural – calitativă.

Combinarea factorilor de producție este expresia a două laturi, una tehnică şi alta economică.

Din punct de vedere tehnic, combinarea factorilor de producție este specifică fiecărui proces de producție, însemnând o anumită structură şi calificare a forței de muncă, elemente de capital tehnic (maşini, instalații, materii prime, materiale).

Din punct de vedere economic, combinarea factorilor de producție înseamnă, în condițiile economiei de schimb, concretizarea ei în obiectivele minimizării costurilor de producție şi respectiv, al maximizării profitului.

Combinarea este posibilă ca urmare a proprietăților de divizibilitate şi adaptabilitate ale factorilor de producție.

Divizibilitatea unui factor de producție reflectă posibilitatea acestuia de a se împărți în unități simple, în subunități omogene fără a fi afectată calitatea factorului respectiv.

Adaptabilitatea reprezintă capacitatea de asociere a unei unități dintr-un factor de producție cu mai multe unități dintr-un al factor de producție.

Dacă factorii de producție se caracterizează prin divizibilitate şi adaptabilitate, au loc două procese organic legate între ele: complementaritatea şi substitutibilitatea.

Complementaritatea reprezintă procesul prin care se stabilesc raporturile cantitative ale factorilor de producție care participă la producerea unui anumit bun economic.

Material cu drept de autor

Complementaritatea se află sub influența permanentă a progresului ştiințific şi tehnic, care determină modificări profunde în calitatea factorilor de producție, în procesul combinării lor.

Substitutibilitatea este definită ca posibilitatea de a înlocui o cantitate dată dintr-un factor de producție printr-o cantitate dată dintr-un alt factor de producție, în condițiile menținerii aceluiaşi nivel al producției.

Pe bază de calcule economice, se alege alternativa de combinare de la care se aşteaptă cea mai mare eficiență în condițiile date. Pentru aprecierea alegerii făcute se vor folosi: nivelul productivității marginale a muncii şi a capitalului; rata marginală de substituire; elasticitatea substituirii.

Elasticitatea substituirii exprimă măsura în care poate fi menținută producția când un factor este înlocuit cu altul sau creşterea (descreşterea) utilizării unui factor în comparație cu altul.

Elasticitatea substituirii este pozitivă pentru toate combinațiile normale ale factorilor de producție şi variază de la zero la infinit, în funcție de uşurința cu care unul dintre factori poate fi înlocuit cu altul.

Limitele combinării. Legea randamentelor neproporționale. În adoptarea deciziilor privind combinarea factorilor, orientarea producție şi alocarea resurselor, întreprinderile se confruntă cu două genuri de limite sau constrângeri:

a) limite interne, de ordin tehnologic;

b) limite externe, ce țin de piață sau de mediul economico-social în care acționează.

A. *Limitele interne*, de ordin tehnologic se exprimă în cadrul funcției de producție. Analiza acestei funcții permite să se determine în ce măsură randamentele întreprinderii vor fi influențate de substituirea factorilor de producție ca şi de variația acestora.

În acest cadru se pot distinge două situații:

1. În cazul *variației neproporționale* a factorilor de producție, întreprinzătorul urmăreşte obținerea unor randamente de substituție, iar funcția de producție exprimă alegerile posibile, într-un mediu tehnic şi tehnologic dat.

Posibilitățile de substituire variază în funcție de tipul de producție şi de specificul factorilor.

Din acest punct de vedere se pot distinge trei situații:

a) factorii care nu sunt substituibili (materiile prime de bază) şi la care proporția utilizării este determinată de coeficienți tehnici, cu caracter imperativ;

b) factorii de producție care sunt perfect substituibili, ei putând fi folosiți în proporții foarte diferite, pentru a obține acelaşi volum de producție;

c) factorii de producție sunt imperfect substituibili, ei fiind complementari.

Funcție de producție – teorie economică a firmei ce pune în evidență relația dintre producerea unui bun şi input-urile (factorii de producție) necesare pentru realizarea acesteia.

Material cu drept de autor

Exprimată matematic are forma generală: **Q=F(L, K, t** etc.) unde: **Q** = produsul, **L** = munca, **K** = capitalul, **t** = progresul tehnic.

Legea randamentelor neproporționale exprimă relația care există între volumul producției obținute şi schimbările factorilor de producție, între producția suplimentară şi factorii adiționali utilizați.

Evoluția volumului producției urmează următoarea regulă: la creşterea progresivă a cantității dintr-un factor de producție celălalt factor rămânând constant – producția totală sporeşte mai întâi într-o proporție mai mare decât factorul variabil, iar apoi mai încet decât acesta. Ca urmare, factorul are mai întâi randamente crescânde, iar apoi descrescânde.

De exemplu, dacă volumului muncii suplimentare nu-i corespunde şi o creştere a înzestrării tehnice, peste un anumit nivel, randamentele descresc.

2. Pot exista şi *randamente constante*, atunci când o anumită creştere a producției necesită o creştere corespunzătoare a factorilor de producție.

Legea randamentelor proporționale se verifică la un nivel dat al tehnicii şi tehnologiei şi la o scară staționară a producției.

B. În ceea ce priveşte *limitele externe* trebuie subliniat că orice întreprindere acționează pe piață atât în calitate de cumpărător al factorilor de producție, cât şi ca vânzător al bunurilor produse. În condițiile concurenței imperfecte întreprinderea trebuie să-şi adapteze oferta la prețurile formulate în condiții de monopol sau oligopol.

Un rol esențial îl au în acest sens strategiile sau politicile anti-concurențiale, între care: acțiunea asupra costurilor; politica cererii; strategia inovației.

2.3. Evaluarea valorii economice

1. Caracterul general al evaluării valorii economice. Activitatea de evaluare presupune calcularea şi stabilirea unui preț care să poată fi utilizat într-o tranzacție între vânzător şi cumpărător.

Procesul de evaluare este un proces complex care necesită respectarea unor metode, principii, standarde în stabilirea unei valori pentru firma sau diferitele categorii de active evaluate.

Caracterul complex al activității de evaluare este determinat de mai mulți factori: natura şi mărimea firmei; patrimoniul firmei şi posibilitatea de valorificare; reflectarea în contabilitatea firmei a patrimoniului ei; capacitatea echipei de conducere de a gestiona şi elabora strategia firmei.

În ceea ce priveşte momentele în care este necesară evaluarea unei firme, acestea sunt: la schimbarea dreptului de proprietate asupra firmei; la schimbarea mărimii şi structurii capitalului; la schimbarea numărului şi componenței asociaților şi acționarilor; în acțiuni juridice cu scop patrimonial (faliment, succesiune, etc); în caz de litigii.

2. Clasificarea evaluărilor. Evaluările pot fi clasificate în funcție de anumite criterii astfel:

Material cu drept de autor

a) în funcție de obiectul lor: evaluări de bunuri (mijloace fixe, stocuri etc); evaluări de active intangibile (licențe, brevete, mărci, investiții în resurse umane etc); evaluări de active economice (secții, magazine, depozite etc); evaluări de firme, întreprinderi;

b) în funcție de metoda utilizată pentru evaluare: evaluări patrimoniale; evaluări bazate pe actualizarea profiturilor; evaluări bazate pe actualizarea cash flow-urilor; evaluări bursiere; evaluări mixte;

c) în funcție de scopul urmărit: evaluări economice care urmăresc stabilirea valorii de piață a unei afaceri în vederea vânzării ei; evaluări administrative care urmăresc de regulă stabilirea masei impozabile şi sunt cerute de către organele fiscale;

d) în funcție de beneficiarii evaluării: evaluări pentru proprietarii afacerii pentru stabilirea unei baze de negociere în vederea vânzării firmei; evaluări pentru instituțiile publice; evaluări pentru instituțiile financiar – bancare; evaluări pentru instanțe judecătoreşti în cazul existenței unor litigii legate de mărimea, mişcarea sau lichidarea patrimoniului firmei; evaluări pentru persoane fizice (moştenitori, salariați etc).

3. Valori utilizate în lucrările de evaluare. Problematica valorii a fost abordată în permanență de o serie de specialişti în domeniu, care au formulat diferite curente ale valorii:

a) Curentul fondist al valorii – care a generat teoria obiectivă a valorii. Acesta a fost elaborat de Adam Smith având la baza ideea că factorul principal de generare a valorii este munca. Prin urmare valoarea unei firme este dată de fondul de muncă investit în cadrul ciclului de producție pentru a se obține şi comercializa produsul finit.

b) Curentul materialist sau realist – a fost elaborat de A. Marshall şi consideră capitalul firmei drept factorul determinant al valorii. Acest curent se regăseşte în cadrul metodelor de evaluare patrimoniale, şi consideră că valoarea de piață a activelor unei firme vor reflecta valoarea reală a acesteia.

c) Curentul fondist renovat – cunoscut şi sub numele de teoria subiectivă a valorii. Acest curent presupune că valoarea unei firme este dată de fluxurile viitoare de venituri obținute ca urmare a exploatării activelor sale.

În practica de evaluare pornind de la aceste teorii se folosesc metodele de evaluare pe baza cash flow-ului.

De asemenea se ține cont şi de faptul că pentru a genera fluxuri pozitive o firmă trebuie să producă bunuri utile, care să aibă şi un caracter limitat.

Indiferent de curentul abordat în stabilirea valorii firmelor există diferite tipuri de valoare care sunt folosite în practica economică.

Valoarea de piață poate fi definită ca fiind **mărimea estimată pentru care o proprietate ar fi schimbată la data evaluării, între un vânzător hotărât şi un cumpărător hotărât, într-o tranzacție echilibrată, după un marketing adecvat, în care fiecare parte a acționat în cunoştință de cauză, prudent şi fără constrângeri**.

Valoarea de utilizare reprezintă valoarea unei proprietăți din punctul de vedere al utilizatorului.

Material cu drept de autor

Valoarea din nou (valoarea de înlocuire) reprezintă costul producerii şi procurării din nou a proprietății respective. În varianta în care pentru diferite proprietăți nu se pot prezenta devize sau expertize se recomandă stabilirea valorii în baza unor metodologii stabilite de specialiştii din diferite domenii.

Valoarea rămasă reprezintă valoarea din nou din care se scade uzura. În cazul în care evidențele contabile nu oferă toate datele pentru determinarea gradului de uzură, aceasta se determină astfel:

- pe bază de expertiză tehnică prin experți autorizați;
- pe bază de analiză tehnică, luându-se în calcul vechimea, starea de întreținere, numărul de reparații capitale, regimul de utilizare, calificarea personalului de deservire.

Valoarea de impozitare reprezintă valoarea unei proprietăți, conform definiției dată de reglementările legale cu caracter fiscal.

Valoarea de lichidare reprezintă suma lichidităților rezultate prin vânzarea activelor unei societăți, în cazul în care aceasta îşi încetează activitatea.

Valoarea lichidativă reprezintă valoarea rezultată din estimarea minimului sumelor ce se pot obține prin vânzarea activelor unei firme.

Valoarea bursieră reprezintă valoarea firmei cotate la bursă, în urma aplicării metodelor de evaluare bursiere.

Valoarea de asigurare reprezintă valoarea acceptată de asigurător pe baza evaluării proprii, şi în baza unui contract de asigurare.

Valoarea de continuitate reprezintă valoarea determinată pe baza însumării cash flow-urilor actualizate, generate de desfăşurarea activității firmei.

4. Standarde profesionale de evaluare. În unele țări, evaluatorii au format asociații profesionale care să le reprezinte interesele şi să reglementeze cadrul de desfăşurare a activității de evaluare.

Cu toate că activitatea de evaluare nu e reglementată de către instituțiile guvernamentale, ea se desfăşoară după standarde şi proceduri profesionale şi etice specifice elaborate de către aceste asociații profesionale. Astfel, Societatea Americană a Evaluatorilor a introdus nouă standarde de evaluare a firmelor care privesc următoarele aspecte: terminologia evaluării; conținutul raportului de evaluare; cerințele evaluării firmei; evaluarea pe baze patrimoniale; metoda comparațiilor; metoda de estimare a valorii de piață; metode de evaluare bazate pe profit; analiza rezultatelor evaluării şi opinia evaluatorului; corecția documentelor financiare.

Uniunea Europeană a Experților Contabili şi Financiari a introdus standardul de evaluare a firmei, TRC-1 cu privire la următoarele aspecte: poziția evaluatorului față de client; evaluarea prin metoda fluxurilor financiare actualizate; evaluarea prin metoda capitalizării profitului; principii generale de evaluare a firmelor; recomandări către evaluator; limitele raportului de evaluare; responsabilitatea evaluatorului.

Material cu drept de autor

Obiectivul principal al standardelor de evaluare este îmbunătățirea şi menținerea calității lucrărilor atât în beneficiul evaluatorilor cât şi al celor care folosesc rezultatul acestor evaluări.

5. Evaluatorul şi responsabilitățile acestuia. Cerințele de bază pentru ca o persoanã să poată desfăşura activitatea de evaluare sunt următoarele: să dețină o diplomã universitară, postuniversitară de la un institut de învățământ superior recunoscut; să aibă cel puțin doi ani de experiență după absolvire; are suficiente cunoştințe şi experiență în evaluare; îndeplineşte condițiile legale, reglementare şi etice; posedã asigurare profesionalã adecvată.

În ceea ce priveşte responsabilitatea evaluatorului, aceasta poate fi: profesionalã, civilã sau penalã.

Responsabilitatea profesionalã se referă la modul în care evaluatorul cunoaşte şi aplicã procedurile, metodele şi tehnicile specifice şi normele de comportament etic.

Responsabilitatea civilã rezultă din obligațiile menționate în contractul civil încheiat între client şi evaluator, acesta din urmă obligându-se să presteze un serviciu de calitate.

Responsabilitatea penală apare atunci când evaluatorul a încălcat legea penalã în legătura cu activitatea sa.

6. Procesul de evaluare. Procesul de evaluare cuprinde trei etape distincte: etapa de ofertare, etapa de contractare şi etapa de evaluare şi are drept scop: identificarea punctelor tari, punctelor slabe, a oportunităților şi amenințărilor; aprecierea fezabilității transferului de proprietate; stabilirea unui interval de valori de referință pentru procesul de negociere al firmei;

a) Etapa de ofertare. În aceasta etapă evaluatorul prezintă oferta sa sub forma unui document firmei care doreşte evaluarea. Pentru elaborarea ofertei trebuie luate în considerare următoarele aspecte: oferta trebuie sã fie astfel concepută, elaboratã în aşa fel încât să atragă clientul; exprimarea ofertei să fie simplă şi clară; să reiasă din conținutul ei informațiile necesare din partea clientului pentru activitatea de evaluare; să prezinte costul activității de evaluare; să cuprindă informații referitoare la eventualii colaboratori de care sunt nevoie în procesul de evaluare; să prezinte condițiile de realizare a lucrării pentru ambele părți (exemplu, confidențialitate).

b) Etapa de contractare. Dacă ambele părți (evaluatorul şi clientul) cad de acord asupra tuturor aspectelor prezentate în oferta de evaluare, se va trece la etapa de contractare. Contractarea lucrării de evaluare trebuie să respecte standardele europene de evaluare precum şi condițiile prezentate în ofertă.

Elementele esențiale ale unui contract de evaluare sunt: denumirea părților contractante; scopul evaluării; termenul de evaluare; drepturile şi obligațiile evaluatorului; drepturile şi obligațiile clientului; costul lucrării de evaluare; modul de aplicare şi calculare a unor eventuale penalități; clauza de modificare sau reziliere a contractului; semnături autorizate.

Material cu drept de autor

c) Etapa de evaluare. În cadrul procesului de evaluare, etapa cea mai importantă o constituie etapa de evaluare. Aceasta este constituită din trei faze care se derulează succesiv: faza inițială de pregătire a activității de evaluare, faza de evaluare propriu zisă şi faza rezultatelor şi concluziilor.

c_1. Faza de pregătire a activității de evaluare. În această fază se urmăreşte: planificarea activității de evaluare (fazele necesare lucrării de evaluare şi durata acestora, stabilirea personalului care se va ocupa de evaluare etc); culegerea informațiilor cu privire la situația economică națională şi a domeniului în care îşi desfăşoară activitatea firma evaluată, precum şi a informațiilor despre firma în cauză; subcontractarea unor lucrări cu colaboratorii. În această etapă are loc primul contact cu personalul firmei care va furniza informațiile necesare procesului de evaluare.

Echipa de consultanță trebuie să-şi formeze o vedere de ansamblu asupra firmei şi asupra problemelor cu care se confruntă: afaceri desfăşurate, furnizori şi clienți, rețele de distribuție, tehnologii utilizate, situația economico-financiară, organizarea şi conducerea firmei.

Vor fi contactați cenzorii şi auditorii interni şi externi, se vor consulta rapoartele încheiate, se vor cere informații de la Camera de Comerț şi Industrie, Registrul Comerțului etc, pentru culegerea de informații referitoare la firma evaluată.

c_2). Faza evaluării propriu zise. În această fază se realizează un diagnostic, şi evaluarea cu ajutorul metodelor patrimoniale, metodelor de rentabilitate sau a metodelor combinate.

c_3). Faza rezultatelor şi concluziilor. Pe parcursul acestei etape se întocmeşte raportul de evaluare pe baza informațiilor obținute în a doua fază şi se prezintă acest raport clientului. Raportul de evaluare trebuie întocmit în conformitate cu standardele de evaluare şi trebuie să țină cont de cerințele clientului. Acesta trebuie să fie redactat clar şi concis şi să dea posibilitatea clientului să înțeleagă datele prezentate în raport. Raportul de evaluare trebuie să conțină: prezentarea obiectului evaluat; prezentarea obiectivului şi scopului evaluării; prezentarea bazelor lucrării de evaluare; prezentarea diagnosticului de evaluare, a metodelor de evaluare utilizate; concluzii şi recomandări.

Atunci când evaluarea este individualizată pe produse, evaluarea acționează în direcția maximizării raportului dintre valoarea de întrebuințare şi valoarea unui produs şi se face ca sumă a valorilor de întrebuințare elementare, ponderate cu greutatea specifică a fiecărei funcții în valoarea de întrebuințare a produsului.

Şi în cazul evaluării produsului se parcurg mai multe etape. După o informare pe plan tehnic, social şi economic, urmează analiza produsului existent, în sensul determinării nomenclatorului de funcții ale sale şi dimensionării tehnice a funcțiilor, determinării funcțiilor inutile, comparării dimensiunilor tehnice ale funcțiilor cu necesitățile sociale, comparării ponderii funcțiilor în costuri şi valoarea de întrebuințare etc. Pe această bază se desprind concluzii asupra direcțiilor de îmbunătățire constructivă a produselor şi se trece apoi la reconceperea produselor existente (sau conceperea, în

Material cu drept de autor

cazul produselor noi) prin: determinarea nomenclatorului de funcţii ale produsului în strânsă corelaţie cu necesităţile sociale, determinarea limitelor maximă şi minimă ale dimensiunilor tehnice ale funcţiilor, elaborarea soluţiilor constructive posibile şi selectarea celor mai bune.

Analiza funcţiilor pe care trebuie să le îndeplinească produsele pentru a satisface dorinţele utilizatorului se numeşte analiză funcţională. O astfel de analiză începe cu identificarea condiţiilor privind limitele sistemelor şi subsistemele tehnice încorporate în produs, a intrărilor şi ieşirilor dorite şi se concretizează printr-o listă amănunţită a funcţiunilor şi a operaţiilor care trebuie îndeplinite. Fiecare funcţiune se caracterizează prin propriile intrări şi ieşiri după care diversele funcţiuni se racordează determinând astfel secvenţa necesară sau cum se spune fluxul informaţiilor sau al operaţiilor. Problemele care există la interferenţele dintre funcţiuni sunt de fapt unele din cele mai importante care se cer soluţionate la analiza valorii. Cele mai frecvente probleme care se ivesc sunt cele create prin faptul că diversele subsisteme au fost sau sunt proiectate independent sau prin faptul că diviziunea muncii între activităţile din diverse subsisteme a permis apariţia de inconveniente sau chiar incompatibilităţi, ca urmare a deosebirilor între metodologiile aplicate sau lipsei de comunicaţie între diversele compartimente de lucru.

La analiza funcţională, o importanţă deosebită o constituie reprezentarea grafică în schema bloc a produsului, a intrărilor şi a ieşirilor, relaţiile de timp, fluxul informaţiilor şi funcţiunile care trebuie îndeplinite la fiecare verigă a sistemului. Reprezentările grafice arată, de asemenea, cum sunt intrările în fiecare verigă transformate în ieşiri care la rândul lor devin intrări pentru veriga următoare. Elementele care trebuie identificate în reprezentările grafice în schema bloc pentru fiecare intrare şi ieşire sunt: Care este sursa intrării ? Când soseşte comanda la intrare în raport cu punerea în funcţiune a alimentării energetice a produsului ? Cum soseşte intrarea (continuu sau intermitent) ? Care este consumul de timp dintre intrare şi realizarea ieşirii ? Ce se face cu intrările pentru a se obţine ieşirile ? Când apar ieşirile ? Câte ieşiri apar ? Cât de frecvente sunt ieşirile ? Care sunt destinaţiile ieşirilor ? etc. Desigur, în raport cu caracteristicile produsului, întrebările de analiză funcţională pot fi foarte variate.

Caracteristica principală a unei reprezentări grafice în schema bloc este aceea că ea descrie fluxuri, fie că este vorba de flux de oameni, materiale, bani, informaţii etc. Totodată, din ea rezultă succesiunea de timp şi a relaţiilor dintre elementele constitutive ale produsului.

La analiza funcţională a produselor o problemă importantă o constituie evidenţierea restricţiilor acestora. ***Prin restricţii se înţeleg toate acele criterii şi condiţii care limitează, din punct de vedere tehnic, domeniul soluţiilor realizabile, acceptabile sau posibile şi prin care se exprimă numeroase dintre proprietăţile externe şi interne ale produsului***. Identificarea restricţiilor şi a efectelor lor asupra conţinutului concepţiei produsului în ansamblu nu se poate realiza independent de celelalte etape de analiza a valorii acestuia. Dimpotrivă, restricţiile sunt

conturate, formulate şi definitivate progresiv, pe parcursul diverselor etape de analiză a valorii. Pe măsură ce se completează lista restricțiilor care acționează asupra limitelor funcționale ale produsului, devine posibil să se cerceteze efectele interacțiunilor lor asupra întregului sistem şi sensibilitatea obiectivelor lui față de diversele restricții.

Identificarea restricțiilor ca şi a efectului lor asupra eficienței produsului reprezintă un alt aspect deosebit de important – deşi deseori omis - în evaluarea produselor. Analiza restricțiilor oferă o viziune realistă asupra soluțiilor practic raționale tocmai datorită faptului că ele acționează ca un filtru care selectează cerințele utopice sau neraționale de cele efectiv necesare şi posibile.

Restricțiile pot fi clasificate după sfera lor de influență, ca de exemplu politice, juridice, economice, tehnologice, fizice, de ambianță, organizatorice, de comportament şi sociale. Ca exemple concrete de restricții care pot interveni în probleme, de exemplu, în probleme de sisteme de prelucrare a datelor se pot cita: datele de calitate redusă şi dispozitive necorespunzătoare de înregistrare; lipsa standardizării în înregistrările şi formatele datelor; metode necorespunzătoare de colectare, organizare, prelucrare şi transmitere a datelor; deficiențe în calitatea şi sfera de cuprindere a datelor; incompatibilități între caracteristicile echipamentelor şi metodele de înregistrare, prelucrare şi transmitere; personal insuficient numeric sau ca nivel de pregătire; considerente privind caracterul secret al informațiilor; limitări generate de sumele băneşti alocate; obiective contradictorii la proiectarea sistemului; interese personale; insuficientă stimulare şi motivație; lipsa coordonării la proiectarea şi operarea sistemului informațional.

Evaluarea restricțiilor poate cuprinde: efectul restricțiilor asupra posibilităților de realizare a obiectivelor sistemului; efectul restricțiilor asupra funcționării sistemului; consecințele diminuării sau eliminării efectelor restricțiilor asupra eficienței sistemului şi cheltuielile pe care le pretind asemenea diminuări sau eliminări.

După analiza funcțională şi conceperea produsului se acordă asistență tehnică pentru aplicarea studiului şi verificarea practică a rezultatelor. Această concepție presupune crearea unui climat de reconsiderare a producției fiecărei unități economice, vizând cele trei faze principale şi costurile unui produs: concepția, materialele utilizate şi tehnologiile de fabricație.

Întrucât funcția produselor şi serviciilor, în cadrul metodei evaluării, sunt privite din punctul de vedere al consumatorului final, aplicarea largă a acestei metode este posibilă numai în condițiile unui mecanism economic în care toate unitățile economice se conduc pe baza unei concepții de marketing şi au dobândit în prealabil o vastă experiență în utilizarea celor mai diverse metode şi tehnici de marketing. ***Evaluarea nu este de fapt altceva decât o finalizare a unor cercetări fundamentale de marketing***. Dar, spre deosebire de obiectivul fundamental al disciplinei de marketing, care vizează mai degrabă problemele de piață (ale desfacerii produselor),

Material cu drept de autor

evaluarea valorii economice ale produselor vizează mai degrabă problemele fundamentale ale producției pentru a veni în întâmpinarea cerințelor pieței, completându-se astfel reciproc.

Atunci când consumatorul cumpără ceva, el urmăreşte satisfacerea unei anumite necesități, de exemplu, o maşină de spălat o cumpără pentru aşi spăla rufele, un ceainic electric – pentru a încălzi apa, o pereche de pantofi – pentru a-i încălța etc. Capacitatea acestor bunuri de a efectua funcțiunile lor de utilitate, în mod satisfăcător, cu suma plătită pentru procurarea lor, este numită ***valoarea de întrebuințare***. După cum se poate observa mai uşor utilitatea cere o relație între om şi un produs, în timp ce valoarea cere un raport între două produse, între două utilități. Dar, în cazul celor trei articole menționate, cumpărătorul este interesat să aibă aspect frumos şi plăcut – cu alte cuvinte, mărfurile să aibă ***valoare estetică***. Mai există şi o a treia valoare de care se ocupă cumpărătorul şi poate să o caute şi anume – ***valoarea de schimb*** care reprezintă "prețul" pe care îl va pretinde un vânzător cu amănuntul pentru un produs nou, în comparație cu produsul utilizat, dar bine întreținut şi, ca atare, îşi păstrează valoarea de întrebuințare şi calitățile estetice. Mai există, de asemenea, costurile de obținere, de fabricație, a produselor care reprezintă cheltuielile fabricantului pentru a produce bunurile pe care le vinde. Cele patru categorii de valoare menționate mai sus, pot fi grupate sub denumirea de ***valoare economică a produsului***.

Valoarea economică este determinată de cel mai mic cost pentru a realiza, în mod sigur, o funcțiune sau un serviciu solicitat.

Valoarea de întrebuințare este o evaluare subiectivă a satisfacției pe care o procură, direct sau indirect, deținerea unui bun şi utilizarea sa. Această estimare este făcută, la un moment dat, într-un context social precis.

Una dintre caracteristicile şcolii neoclasice în economie este aceea că ea întemeiază valoarea pe unitate, adică leagă estimarea subiectivă a valorii de întrebuințare de un raport cantitativ în cadrul schimbului.

Pentru neoclasici, valoarea de întrebuințare corespunde utilității obținute de individ de la un obiect.

Utilitatea **desemnează proprietatea pe care o are un obiect de a produce o satisfacție. Satisfacția poate fi directă (bunuri de consum) sau indirectă (bunuri de producție). Trebuie menționat că termenul de utilitate nu trimite nicidecum la noțiunea de nevoie, ci doar aceea de plăcere: o roşie poate avea ca utilitate plăcerea pe care o procură atunci când este gustată, şi nu atunci când este aruncată în timpul unui spectacol într-un artist care-i displace, unui spectator irascibil.**

Valoarea estetică constă în proprietățile, caracteristicile sau atractivitatea care fac dorit produsul respectiv.

Valoarea de schimb constă în proprietățile sau calitățile unui produs care îi conferă posibilitatea să fie schimbat cu altul. Cu alte cuvinte, ***valoarea de schimb se exprimă prin raportul de schimb, care***

Material cu drept de autor

precizează, pentru fiecare marfă, cantitatea altor mărfuri care-i sunt echivalente.

Uneori se face confuzie între "valoare", "cost" şi "preţ" şi ca atare se utilizează, adesea, în accepţiuni eronate. Întrucât am definit mai sus conceptul de valoare vom defini, în continuare, şi anumite concepte despre cost şi preţ.

Noţiunea de cost este esenţială în aprecierea activităţilor agenţilor economici; ea determină, în mare măsură, viitorul firmei şi exprimă, în acelaşi timp, propriile sale condiţii de producţie şi situaţia sa faţă de furnizori şi clienţi, precum şi poziţia sa în raport cu concurenţii. Pentru cost vom distinge următoarele noţiuni:

Costul total al unui produs care reprezintă suma cheltuielilor necesare pentru producţia şi/sau distribuţia sa.

Costul unitar sau ***costul mediu*** care reprezintă raportul dintre costul total al unui produs şi cantitatea totală produsă.

Definiţiile de mai sus pun în evidenţă dificultăţile mari de abordare reală în vederea calculului costurilor unitare. Aceasta întrucât, într-o mare unitate economică nu există doar un produs, ci un ansamblu de produse şi este greu de deosebit ce taxe trebuie percepute fiecărui produs. Astfel, electricitatea permite ca toate maşinile să funcţioneze; atunci cum se repartizează suma totală a facturii între diferitele produse realizate în unitatea economică ? Rezultă deci că determinarea precisă a costurilor ridică probleme practice. Care sunt costurile de repartizat pe fiecare produs ? Care sunt elementele fixe şi cele variabile ? Într-adevăr este important, aşa cum reiese din cele relatate mai sus, ca unităţile economice să cunoască elementele constitutive ale costurilor. Prin urmare, o parte a contabilităţii marilor unităţi economice este consacrată cunoaşterii în amănunţime a structurii costurilor. Aceasta face obiectul ***contabilităţii analitice*** care descompune preţul de cost global; de exemplu, în cost de achiziţie, cost de producţie, cost de comercializare.

Costul total (sau preţul de cost total) se divide în: costul fix şi costul variabil.

Costul fix constituie partea costului care nu depinde de cantităţile de produse, ci este legat de structura unităţii economice. Trebuie într-adevăr plătite maşinile, clădirile, oricare ar fi nivelul producţiei. Se raţionează pe perioade scurte în care echipamentul şi sarcinile structurale sunt date.

Costul variabil este componentul costului total care creşte în funcţie de nivelurile de producţie. Este deci partea din costul de producţiei care variază în funcţie de cantităţile produse [$C_v=f(q)$].

Astfel, materiile prime depind de cantităţile de produse: este nevoie de circa 2 ori mai multe ţesături pentru a produce de două ori mai multe cămăşi dintr-un anumit model. Dar, cost variabil nu înseamnă cost proporţional. Astfel, mărind cantităţile cumpărate, unităţile economice pot obţine o scădere a preţurilor la furnizorii lor. Pot fi obţinute economii printr-o mai bună distribuţie, o mare rotaţie a stocurilor etc.

Material cu drept de autor

Pentru a analiza mai bine costul produselor, este important să se raporteze cifrele globale la cantitățile produse:

Costul fix unitar este media costurilor fixe:

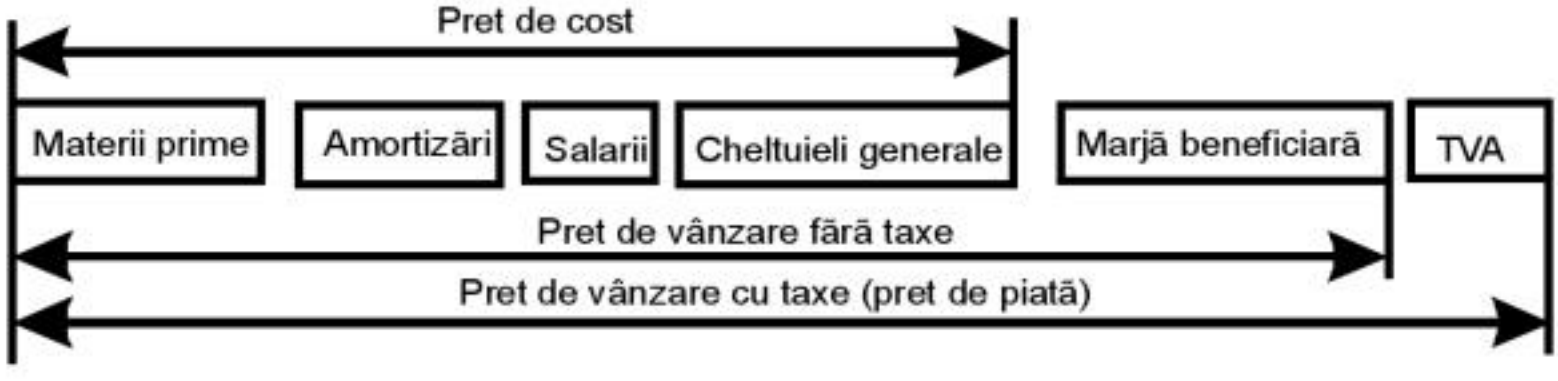
(Costul fix total)/(Cantitățile produse)

Costul variabil unitar este costul variabil mediu, deci:

(Costul variabil total)/(Cantitățile produse)

Distribuția dintre costul fix şi costul variabil se poate reprezenta prin tehnici speciale de determinare a prețurilor. Într-un număr de cazuri, unitățile economice pot aprecia că au interesul să vândă de îndată de prețul de vânzare este superior costului variabil (metoda direct costing care se opune metodei full cost sau preț de vânzare complet).

Cost marginal este costul suplimentar necesar pentru a produce o unitate în plus.



Pentru preț vom lua în considerare următoarele noțiuni:

Prețul este numărul de unități monetare necesare pentru a obține o marfă sau un serviciu, la un moment dat, într-un anumit loc şi pentru o calitate precis specificată.

Prețul de cost este ansamblul costurilor suportate de unitatea economică care produce sau distribuie marfa.

Preț de cost = **Cost de producție + Cost de distribuție**.

Cost de producție = cost de cumpărare + sarcini directe şi indirecte care preced vânzarea.

Cost de distribuție = sarcini directe şi indirecte legate de actul de vânzare (publicitate, promovare, cheltuieli pentru reprezentanți).

Se poate observa, pe baza definițiilor de mai sus, că poate creşte costul unui produs, fără a-i mări neapărat valoarea economică, adică, dacă valoarea de întrebuințare, valoarea estetică sau de schimb nu sunt sporite odată cu costurile, atunci valoarea economică a produsului se micşorează.

Costul minim este calea care trebuie urmărită pentru a atinge scopul urmărit, respectiv un indicator de bază al optimului valorii. Ce înseamnă el şi cum poate fi cuantificat ? Pur şi simplu el înseamnă cel mai scăzut cost de producție pentru a realiza, în mod corespunzător, anumite funcțiuni specificate, în concordanță cu condițiile tehnice de dotare ale agentului economic; în plus el mai înseamnă excluderea oricăror costuri care nu sunt justificate. O altă cale de a descrie aceste costuri nejustificate o constituie definirea acestora ca drept costuri care nu adaugă nimic la

Material cu drept de autor

valoarea de întrebuințare şi valoarea estetică a unui produs (sau serviciu) şi nu sunt esențiale în realizarea unei funcțiuni specifice.

Din punctul de vedere al clientului trebuie să existe o relație între valoarea economică şi prețul unui produs şi ea este exprimată la evaluare prin relația:

prețul = valoarea de întrebuințare + valoarea estetică

pe baza căreia s-a determinat măsura **oportunității valorii**.

$$\text{Oportunitatea valorii} = \frac{\text{valoarea de întrebuințare + valoarea estetică}}{\text{preț}} \qquad (2.1)$$

La rândul său, fabricantul se preocupă de valoarea de întrebuințare şi beneficiu astfel că din punctul său de vedere se apreciază **oportunitatea beneficiului:**

costul = valoarea de întrebuințare + valoarea estetică

pe baza căreia s-a determinat măsura **oportunității beneficiului**:

$$\text{Oportunitatea beneficiului} = \frac{\text{valoarea de întrebuințare + valoarea estetică}}{\text{cost}} \qquad (2.2)$$

Utilizându-se noțiunea de ***"costuri nejustificate"*** în loc de ***"costuri minime"***, definiția evaluării economice va căpăta următoarele formulare: ***evaluarea economică este un procedeu de analiză economică sistematică, orientat către eliminarea costurilor nejustificate pentru realizarea funcțiunilor specifice*** sau poate fi scurtată şi reținută mai uşor prin definiția: ***evaluarea este un procedeu de analiză economică sistematică, orientat către eliminarea costurilor nejustificate, la orice produs sau serviciu.*** Această, definiție simplificată, punctează costurile nejustificate care, atunci când sunt înțelese şi recunoscute, reprezintă primii paşi pozitivi spre optimizarea valorii.

Testarea valorii înseamnă supunerea produsului la anumite teste standard pentru a găsi răspunsuri afirmative privind: ***poate fi eliminată o funcție fără diminuarea utilității produsului sau fiabilității acestuia ? costă mai mult decât valoarea sa de întrebuințare ? performanțele depăşesc pe cele specificate ? există un produs mai bun cu care să se satisfacă o anumită necesitate ? poate fi realizat produsul printr-o metodă de fabricație mai puțin costisitoare ? există piese standardizate (tipizate) care pot fi folosite în realizarea produsului ? pot fi reduse costurile sculelor ? costă mai mult decât totalul manoperei, regiei, materialului şi beneficiul ? poate fi obținut la un cost mai mic de la alți fabricanți prin cooperare ?*** Răspunsuri la aceste întrebări se obțin prin metode de analiză experimentală şi calitativ-logică adecvată.

Material cu drept de autor

Nevoia umană de a clasifica, pentru a înțelege, a făcut ca oamenii să adopte diverse puncte de vedere la efectuarea unor asemenea clasificări. Nu fac excepție de la regulă nici clasificările pentru analiza valorii. Trebuie remarcat însă că aceste diferite puncte de vedere pentru clasificări, nu modifică întru nimic natura lucrurilor care se clasifică. Pe de altă parte, clasificarea în sine este condusă de interesele celui care clasifică şi de informațiile de care dispune.

Din punctul de vedere al evaluării, aspectele valorii economice mai pot fi considerate şi pe baza conceptelor: valoarea de întrebuințare (utilizare), valoare de estimație, valoare de schimb, valoarea pieței (de comercializare).

Dacă noțiunea de valoare a pieței este mai bine înțeleasă se evită o altă greşeală şi anume aceea de a reduce eforturile, contând pe accepția clientului. Cu ajutorul pieței, clienții au prilejul să-şi exprime preferințele.

Analiza valorii creează un suport ştiințific adecvat conceptului de interdependență dintre noțiunile de valoare a produsului şi client. De ce clientul şi nu producătorul (fabricantul)?

Modul de orientare al clientului ridică întrebările: la ce este bun acest produs ? şi cât valorează acest produs ? atenția fiind îndreptată asupra sarcinii dinamice de a satisface clientul şi asupra funcției produsului oferit ca bun de consum.

Material cu drept de autor

Cap.3. MODELE ECONOMETRICE. PRINCIPII GENERALE

3.1. Conceptul de model

Prin model se înțelege construcția reală sau imaginată a oricărui obiect, fenomen, proces care reflectă trăsăturile esențiale ale obiectului cercetat. **Noțiunea de model este o noțiune metodologică generală**.

Definiția cea mai generală consideră modelul ca o reprezentare simplificată (materială sau simbolică) a realității obiective (uneori a unei teorii abstracte) care se subordonează scopului cercetării. Definiția cea mai îngustă include în categoria de model numai reprezentările prin relații matematice.

Conceptul de modelare se pare că a fost folosit pentru prima oară de matematicianul italian Beltrami Eugenio (1835-1900) în 1868, provenind de la rădăcina latină „modus" care, printre altele, înseamnă şi „mijloc". **Noțiunea de model se referă la un mod (mijloc) de cunoaştere a realității care constă în reprezentarea fenomenului studiat cu ajutorul unui sistem construit artificial**. Proprietatea cea mai generală a unui model constă în capacitatea de a reflecta, de a reproduce lucruri şi fenomene ale lumii reale, ordinea lor necesară, structura lor. Noțiunea de model reiese din existența asemănării (similitudinii) între două obiecte – unul fiind considerat originalul, celălalt modelul său. Se cercetează prin analogie un sistem, iar concluziile se referă la alt sistem. În acest caz sistemul cercetat este o reflectare (un model) al originalului.

Complexitatea şi diversitatea lumii reale au condus la elaborarea unor modele foarte variate. Sistematizarea multitudinii de modele elaborate se face pe baza mai multor criterii. Astfel, dacă se ia în considerare natura fizică a elementelor modelului (mijloacele prin care se reproduc obiectele studiate) modelele pot fi: **a**. Modele fizice (materiale, tehnice); **b**. Modele abstracte (conceptuale, imaginate, ideale); **c**. Modele hibride.

Modelele fizice (materiale, tehnice) conțin elemente de natură fizică. Ele sunt create de om, dar există obiectiv, independent de voința lui fiind materializate. Acestea reproduc, în scop cognitiv, obiectul studiat pentru a-i reda structura sau unele proprietăți. Modelul fizic poate păstra natura fizică a obiectului sau asemănarea geometrică cu acesta. Când proprietățile obiectului sunt exprimate prin ele însele, dar la altă scară, avem de-a face cu **modele fizice imitative**. **Un model imitativ seamănă cu obiectul pe care-l reprezintă, dar diferă ca mărime**. În modelele imitative, proprietățile caracteristice sunt exprimate prin ele înseşi de obicei la o altă scară. Prin urmare, un model imitativ seamănă cu obiectul sau fenomenul pe care-l reprezintă, dar diferă ca mărime; el este o **imagine**. Exemplele cele mai răspândite sunt fotografiile, desenele, hărțile şi modelele de avioane, nave sau automobile. **Când se folosesc anumite proprietăți pentru a reprezenta alte proprietăți, modelele fizice** sunt **analogice**.

Material cu drept de autor

Modelele analogice folosesc anumite proprietăți pentru a reprezenta alte proprietăți. De exemplu, înălțimile se reprezintă pe hartă prin linii orizontale, graficele sunt modele analogice care utilizând proprietăți geometrice (distanță, poziție) exprimă o varietate de elemente şi relații între ele. Graficele sunt modele analogice care, utilizând elemente geometrice (poziție, distanță), pot exprima o largă varietate de variabile şi de relații între ele. **În general, modelele analogice sunt mai puțin specifice, mai puțin concrete, dar mai uşor de mânuit decât cele imitative**.

Modelele abstracte (conceptuale, imaginate, ideale) reprezintă imagini ale obiectului real şi descriu proprietățile esențiale într-un limbaj simbolic (matematic). Ele nu au nimic comun cu natura obiectului cercetat, ci reflectă realitatea în plan gnoseologic, pe baza izomorfismului cu această realitate. Reproducerea obiectului studiat este simplificată, constituind o anumită idealizare a realității. Spre deosebire de modele fizice, modelele abstracte folosesc litere, numere, alte simboluri pentru a reprezenta elemente variabile şi legăturile dintre ele. Sunt cele mai generale, cu ele se lucrează experimental uşor şi, de obicei, iau forma unor relații matematice.

Modelele pot reflecta atât structura internă a obiectului, cât şi relațiile dintre elementele sale. Când structura internă nu este accesibilă cercetării, modelul reflectă numai comportamentul sau funcționarea acestuia, determinând dependența dintre acțiunile asupra obiectului şi stările sale. Modelele la construirea cărora se urmăreşte determinarea unei asemenea stări a obiectului care să fie cea mai bună, într-un anumit sens, sau cea mai acceptabilă din punctul de vedere al subiectului se numesc **modele normative**. Modelele destinate să explice faptele observate sau să asigure prognoza comportamentului obiectului se numesc **modele descriptive**. Modelele normative răspund la întrebarea „cum trebuie să fie ?", iar cele descriptive la întrebările „cum este ?" sau „cum va fi ?".

3.2. Modelarea economico-matematică. Principii fundamentale ale reprezentării prin modele

Modelul economic este o reprezentare simplificată, prin intermediul unei teorii explicative care constituie teoria economică (**T.E**.), a proceselor şi fenomenelor economice ca obiecte de cercetare (**O**) de către subiectul (**S**), ținând seama de elementele teoriei modelării (**T.M.**) şi elementele structurale ale modelului (**M**). Dacă un astfel de model economic se finalizează printr-o formalizare logică şi matematică a trăsăturilor lor esențiale se obține un model economico-matematic.

Procesul de modelare economico-matematic cuprinde astfel mulțimea următoarele elemente $\{(O),(S),(T.E.),(TM.),(M)\}$. Modelul este astfel rezultatul unui proces în care (**S**) având la bază o (**T.E.**) şi (**T.M.**) a (**O**) realizează o similitudine între (**O**) şi (**M**). Modelul ca purtător al unei anumite informații (**O**) se manifestă numai prin informația pe care o deține

Material cu drept de autor

(**S**), iar modelarea apare ca un proces informațional subordonat scopului cercetării.

Relația $(O) \Rightarrow (M)$ evidențiază, pe de o parte, un raport logic care cere realizarea unei corespondențe $(T.E.) + (T.M.) \Rightarrow (M)$, iar pe de altă parte, un raport gnoseologic care se referă la corespondența dintre model şi realitate, ambele corespondențe verificând teoria.

Existența metateoriei economice este absolut necesară şi determinantă pentru a asigura acuratețe categoriilor, noțiunilor, termenilor, precum şi legăturilor dintre ele. Aici $(T.E) + (T.M)$ formează baza teoretică $(B.T)$ prin intermediul căreia se realizează relație $(O) \Rightarrow (M)$ în cadrul modelării economico-matematice. $(B.T)$ a modelului economico-matematic este formată dintr-un sistem logic de enunțuri universale (ipoteze, premise, postulate) din care, prin reguli precise, se deduc propoziții finale (teoreme, leme, concluzii).

Mulțimea propozițiilor inițiale descrie comportamentul factorilor activității economice care se desfăşoară într-un cadru spațio-temporal delimitat de o ordine instituțională şi o structură tehnologică dată printr-un mecanism economic specificat. De aceea, în modelarea economico-matematică este necesară şi o bază empirică ce se constituie din enunțuri cu caracter limitat în timp şi spațiu, care trebuie verificate prin experiment pentru a da veridicitate modelului. Veridicitatea, viabilitate modelului este condiționată de:

- ► coerența logică a enunțurilor;
- ► concordanța modelului cu realitatea;
- ► posibilitățile de rezolvare, de obținere şi analiză a soluției modelului.

Reprezentarea (**O**) printr-un model (**M**) constituie o reflectare filtrată a realității având la bază teoria economică, filozofia, ideologia cu care operează subiectul (**S**).

Teoria economică (**T.E**) poate fi descrisă prin mai multe teorii ale modelării (**T.M**) astfel că este imposibil de a realiza un izomorfism total (**T.E**) $\Rightarrow$ (**T.M**). Aceasta face ca (**S**) să aibă la dispoziție o mulțime de modele economico-matematice {(**M**)}. Problema este ca pe baza unor metode logice adecvate, a experienței, talentului lui (**S**), acesta să selecteze acea (**T.M**) care oferă cel mai înalt grad de izomorfism şi prin urmare să aleagă din mulțimea {(**M**)} modelul cel mai potrivit scopului propus.

Cunoaşterea ştiințifică a realității economice parcurge o succesiune de etape greu de separat, în care contactul cu realitatea constituie veriga inițială, cât şi cea finală.

Demersul ştiințific prin modelare are o dinamică specifică, ce poate fi asimilată unei spirale: (**O**) $\Rightarrow$ (**B.T**) $\Rightarrow$ (**M**) $\Rightarrow$ (**O**) relație ce este parcursă de mai multe ori, rezultatul fiind perfecționarea fiecărui element al mulțimii {(**B.T**),(**M**)(**O**)}.

Material cu drept de autor

1. În **prima etapă** a procesului de modelare economico-matematică se realizează **analiza şi diagnoza sistemului real** pe baza căreia se identifică proprietăţile $\mathbf{p_1(O),...,p_n(O)}$ care dau o descriere precisă a (**O**). Mulţimea proprietăţilor este inclusă în (**T.E**) elaborată de (**S**) pentru (**O**). Este evident rolul fundamental pe care îl joacă nivelul ştiinţific al (**S**).

2. **Etapa doua** constă în elaborarea efectivă a (**M**) care descrie (**O**) în viziunea (**S**) sau în alegerea unui model eficient din mulţimea {(**M**)}. Cu acest prilej se transferă proprietăţile $\{\mathbf{p_j(O)}\}$, $\mathbf{j= 1,...,n}$ asupra lui (**M**), rezultând mulţimea $\{\mathbf{p_j(M)}\}$, $\mathbf{j= 1,...,n}$.

Această operaţie, în marea majoritate a cazurilor din practică, constă în aplicarea unui instrument clasic de modelare ales din gama extrem de variată pe care ne-o pune la dispoziţie teoria cercetării operaţionale. În astfel de situaţii, abilitatea analistului constă în stabilirea corespondenţei dintre realitate şi instrumentul de modelare cunoscut din literatura de specialitate. Există şi cazuri când nu se poate stabili o astfel de corespondenţă, analistul fiind obligat să elaboreze modele noi. Acestea pot fi de două feluri:

a) combinaţii de modele clasice, din domeniul teoriei şi

b) modele noi propriu-zise.

În primul caz, totul se reduce la buna cunoaştere a realităţii şi a teoriei, la care trebuie adăugată o doză de abilitate în combinarea metodelor. În cazul al doilea, este vorba despre creaţie originală. Elaborarea unui model matematic realmente original reclamă, pe lângă profunda cunoaştere a realităţii care urmează a fi modelată, o foarte solidă cultură matematică, imaginaţie şi talent. După cum va rezulta din parcurgerea în prezentul curs a modelelor clasice ale cercetării operaţionale, există o mare diversitate în structura, matematica şi logica modelelor, de la modele foarte simple, neaxiomatizate, cum sunt cele din programarea liniară, la modele combinatorice, în probleme de teoria grafelor, analiza drumului critic şi programarea operativă a producţiei şi până la modele de mare fineţe, prezentate axiomatizat, cum sunt cele ale utilităţii sau deciziilor de grup. Evident, elaborarea în forma axiomatizată a unui model reprezintă un stadiu superior în procesul modelării care, însă, nu poate fi totdeauna atins în practică.

3.3. Modelarea în econometria proceselor tehnico-economice

Orice modelare se face cu un anumit scop. Noţiunea de scop al modelului este relevantă în perspectiva euristicii la care se recurge pentru a alege dintre acţiunile posibile ale unui ciclu epistemic pe aceea care urmează a fi executată, ca şi în perspectiva euristicii la care se recurge pentru a stabili când să se oprească. Alegerea acţiunii este determinată de necesitatea ca rezultatul aşteptat să poată fi planificat pe baza modelului. Ciclul se repetă până când rezultatul planificat are gradul de precizie cerut de scopurile propuse. Specificarea preciziei dorite este, în general, o noţiune destul de vagă.

Material cu drept de autor

Se va considera, spre exemplu, modelul conceptual al transformări materiilor prime în produse finite, în cadrul procesului de producție

Producția industrială este un sistem dinamic complex, care funcționează în contextul schimbărilor continue ale elementelor sale componente, sub influența condițiilor în permanentă modificare ale mediului înconjurător. Acest proces dinamic de elaborare şi asimilare a tehnicii noi este posibil prin folosirea mai rațională de informații şi preocupării de creație de informație nouă în domeniu.

Viteza mare de elaborare şi asimilare a inovării conduce evident la caracterizarea producției industriale ca un sistem dinamic complex. Elementul primordial al acestui sistem îl constituie munca, ca proces de interacțiune între om şi natură.

Se consideră că activitatea utilă a omului în cadrul procesului muncii îmbracă următoarele forme:

- activitatea informativ-cognitivă (cunoaşterea obiectului, studierea lui, cunoaşterea fenomenelor şi legilor naturii);
- activitatea ideal constructivă (crearea modelului ideal al viitorului rezultat real);
- activitatea real-constructivă (realizarea nemijlocită, practică, a scopului).

Pe baza acestei clasificări a activității utile umane, se poate aprecia şi clasificarea producției, ca fiind sistemic compusă din trei componente: 1 – compartimente conexe care produc cunoştințe noi despre obiectele de producție; 2 – compartimente conexe care produc modele ale produselor muncii (de exemplu, stațiile pilot, atelierele de prototipuri etc.); 3 – compartimente de producție nemijlocită a obiectelor finite. Ca urmarea interacțiunii lor şi al contopirii cercetărilor ştiințifice, lucrărilor experimental-industrial şi procesele de execuție într-un proces unic, complex, poate fi realizat scopul producției de obținere a unor produse corespunzătoare cerințelor clienților.

Procesul de producție şi rezultatele acestuia se perfecționează continuu sub influența cerințelor sociale în permanentă creştere, în condițiile multiplicării ofertei economiei de piață. Acest fapt generează un ciclu deosebit de dinamic al tehnicii şi tehnologiei, menit să soluționeze în mod complex problemele cu caracter ştiințific, tehnic şi de producție.

Dinamismul producției industriale se reflectă în lărgirea şi înnoirea continuă a reproducției sociale pe baza accelerării progresului tehnico-ştiințific şi a creşterii productivității muncii în concordanță cu creşterea consecventă a indicatorilor de definiție ai calității vieții colectivității umane. Ciclul realizării reproducției sociale, pe baza progresului continuu a mijloacelor de producție şi a bunurilor de consum, se prezintă în figura 3.1.

În vederea analizei dezvoltării dinamice a producției sociale şi creşterea eficienței sale, se va face o interpretare matematică, folosind drept parametri de bază ai reproducției: productivitatea muncii (**x**) şi volumul specific al produsului finit (venitul național sau profitul) pe un muncitor (**y**):

Material cu drept de autor

$$x = \frac{X}{L}; \qquad y = \frac{Y}{L}$$

Modelul matematic modern al procesului de producţiei (funcţia de producţie) folosit pentru studierea influenţei diferiţilor factorilor ai producţiei asupra rezultatului final are forma:

$$Y = b.K^{\alpha}.L^{\beta} \tag{3.1}$$

unde α şi β sunt coeficienţi de elasticitate care caracterizează ritmurile de variaţie a funcţiei generate de schimbările factorilor corespunzători.

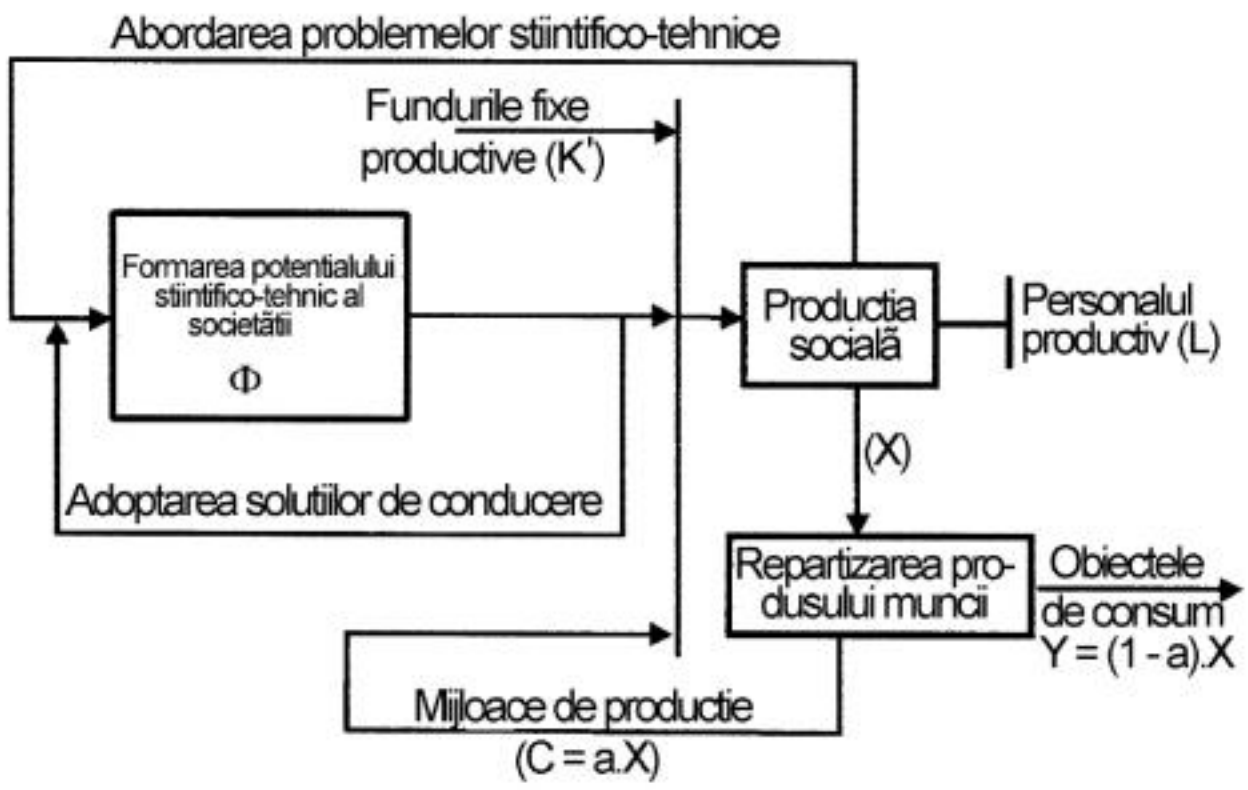


Fig.3.1. Ciclul realizării reproducţiei lărgite luând-se în considerare progresul continuu a mijloacelor de producţiei şi a bunurilor de consum

Dacă $\alpha + \beta = 1$, creşterea economică are caracter extensiv, iar funcţia **Y = f(K,L)** se transformă în cunoscuta funcţie Cobb-Douglas:

$$Y = b.K^{\alpha}.L^{1-\alpha}$$

În consecinţă, cantitatea de produs finit pe un muncitor va fi:

$$y = \frac{Y}{L} = b.\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha} \tag{3.2}$$

Având în vedere că **Y = (1-a).X**, relaţia dintre productivitatea muncii **(x)** şi înzestrarea cu fonduri **(K/L)** va fi:

$$x = \frac{X}{L} = \frac{b}{1-a}\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha} = b'.\left(\frac{K'}{L}\right)^{\alpha} \tag{3.3}$$

Pentru asigurarea unei devansări a creşterii producţiei în comparaţie cu cea a factorilor examinaţi este necesar să se aplice metodele

intensive de creştere a producției. Aceasta înseamnă că trebuie respectată condiția: $\alpha + \beta > 1$.

Creşterea eficienței factorilor de bază ai producției se realizează ca urmare a folosirii în procesul reproducției sociale lărgite a potențialului ştiințifico-tehnic, adică a ansamblului rezultatelor cercetării ştiințifice şi realizărilor din domeniile: tehnic, tehnologic şi managementului producției. În cazul acesta, în expresia (3.1) poate fi evidențiat distinct factorul care reflectă influența metodelor intensive de creştere a producției asupra parametrilor acesteia:

$$Y = b.K^{\mu}.L^{1-\mu}.f(\phi)$$

unde Φ reprezintă caracteristica numerică a potențialului ştiințific şi tehnic al unității economice considerate, a ramurii industriale sau chiar a întregii economii naționale.

Considerând că creşterea acestei influențe în timp are un caracter exponențial, relațiile (3.1), (3.2) şi (3.3.) pot fi transformate după cum urmează:

$$Y = b.K^{\varpi}.L^{1-\mu}.e^{\lambda.t} \tag{3.4}$$

$$Y = b.\left(\frac{K}{L}\right)^{\mu}.e^{\lambda.t} \tag{3.5}$$

$$Y = b'.\left(\frac{K}{L}\right)^{\mu}.e^{\lambda.t} \tag{3.6}$$

unde λ este ritmul mediu anual de creştere a produsului final obținut pe baza creşterii eficienței principalilor factori de producție:

$$\lambda = \frac{1}{Y}\frac{dY}{dt}$$

Crearea şi dezvoltarea accelerată a potențialului ştiințifico-tehnic, care facilitează creşterea ritmului de dezvoltare a indicatorilor analizați mai sus, reprezintă principalul scop al conducerii activităților de modernizare a producției şi asimilare a progresului ştiințific şi tehnic.

O problemă principală constă în cercetarea relațiilor dintre ritmurile creşterii principalilor parametri ai procesului de funcționare a subsistemelor ciclului ştiințific **(S)**; tehnic **(T)**; producție **(P)**. Această corelație poate fi studiată pe baza principiului asigurării unității legăturile subsistemelor informaționale **(i)**, economice **(e)** şi organizatorice **(o)** care conduce la sistemul de inegalități, relația (3.7):

$$\begin{array}{ccccc} \lambda_S^i & > & \lambda_T^i & > & \lambda_P^i \\ \lambda_S^e & > & \lambda_T^e & > & \lambda_P^e \\ \lambda_S^o & > & \lambda_T^o & > & \lambda_P^o \end{array} \tag{3.7}$$

Material cu drept de autor

în care λ_S, λ_T, λ_P reflectă ritmul de creşterea a parametrilor subsistemelor: ştiinţă – tehnică – producţie.

3.3.1. Econometria ritmurilor de înnoire a elementelor producţiei

Locul central în modelarea fenomenelor proceselor de producţie îl ocupă sistemul om-tehnică. Caracterul şi conexiunile elementelor acestui sistem determină rolul şi poziţia lor în procesul de producţie dinamic, iar întreaga perioadă de dezvoltare a tehnicii şi producţiei materiale poate fi divizată în perioade istorice distincte, figura 3.2.

Dezvoltarea tehnicii cunoaşte trei etape istorice (instrumentarea, mecanizarea şi automatizarea), cărora le corespund trei moduri tehnologice de producţie: 1 – munca manuală; 2 – munca manual-mecanizată; 3 – munca creativ-mecanizată (creaţia ştiinţifico-tehnică şi estetică).

Întreaga istorie a dezvoltării producţiei materiale reprezintă în acelaşi timp şi istoria cunoaşterii tuturor laturilor ei, întrucât fără cunoştinţe adecvate ar fi imposibilă dezvoltarea şi perfecţionarea atât a obiectelor muncii şi a mijloacelor de muncă, cât şi a însuşi procesului muncii. Pe măsura dezvoltării producţiei are loc nu numai transformarea radicală a tehnicii, dar şi schimbarea poziţiei şi rolul ştiinţei în producţia socială, aceasta contopindu-se tot mai mult cu tehnica devenind factorul de bază al producţiei.

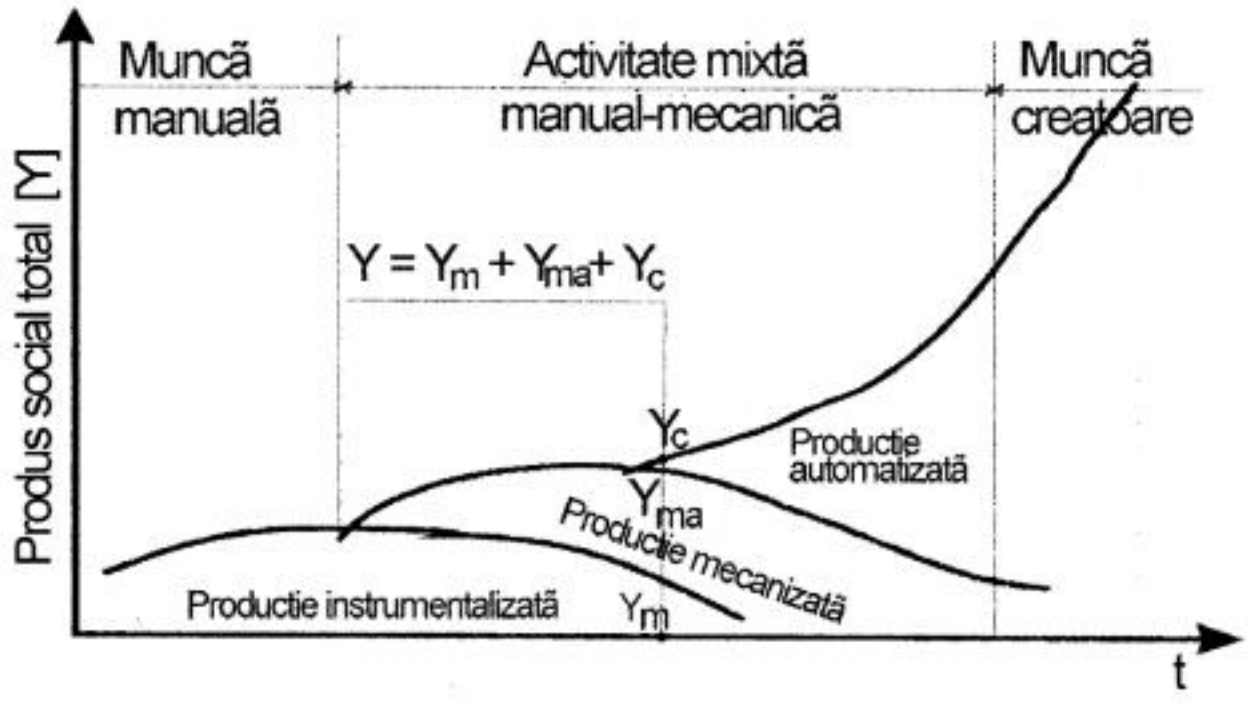


Fig.3.2. Dinamica produsului social total al muncii (Y) în diferitele etape ale dezvoltării producţiei (m – muncă manuală; ma – muncă manual-mecanizată; c – muncă de creaţie)

Cel mai dinamic element al producţiei este potenţialul ştiinţific şi tehnic, care cuprinde nu numai soluţii pentru variantele finite ale noilor maşini, aparate, materiale etc., dar şi forme organizatorice şi metode de

Material cu drept de autor

lucru avansate, reflectând relațiile reciproce şi metodele folosite de cei ce-şi desfăşoară activitatea în procesul de producție.

Experiența conturează şase condiții principale care determină asimilarea progresului ştiințifico-tehnic în sfera producției bunurilor materiale.

1. ***Noutatea cunoştințelor în domeniu***. Însuşirea progresului ştiințifico-tehnic, în sfera producției, înseamnă, în fond, ca industria să învețe să facă ceva ce n-a mai făcut până atunci. Noutatea poate fi absolută sau relativă. Legat de condiția noutății, trebuie să menționăm şi dorința industriei de a-şi însuşi această noutate. Dorința poate fi stimulată prin măsuri materiale şi morale adecvate.

2. ***Pregătirea inițială a industriei trebuie să permită asimilarea noului***. În ştiințele exacte, în general, dar mai ales în tehnică, când înveți pe cineva trebuie să aibă deja un anumit nivel de pregătire.

3. ***Dozarea corectă a ritmului de însuşire a noutății***. Orice colectiv uman poate asimila, într-o anumită perioadă de timp, o anumită cantitate de informație, chiar dacă are pregătirea corespunzătoare şi dorința de perfecționare. Acest punct vizează mai ales strategia agentului economic.

4. ***Programarea corectă a ritmului de aplicare a noului în condițiile de producție***. Noul întotdeauna înlocuieşte treptat vechiul întrucât astfel se pot produce perturbații în continuitatea activității agentului economic. Această înlocuire treptată presupune o programare corectă de asimilare a noului, un anumit decalaj în raport cu însuşirea aspectelor teoretice care vizează strategia agentului economic şi cu scoaterea din producție a obiectelor ce se producea anterior. Acest punct vizează mai ales tactica agentului economic.

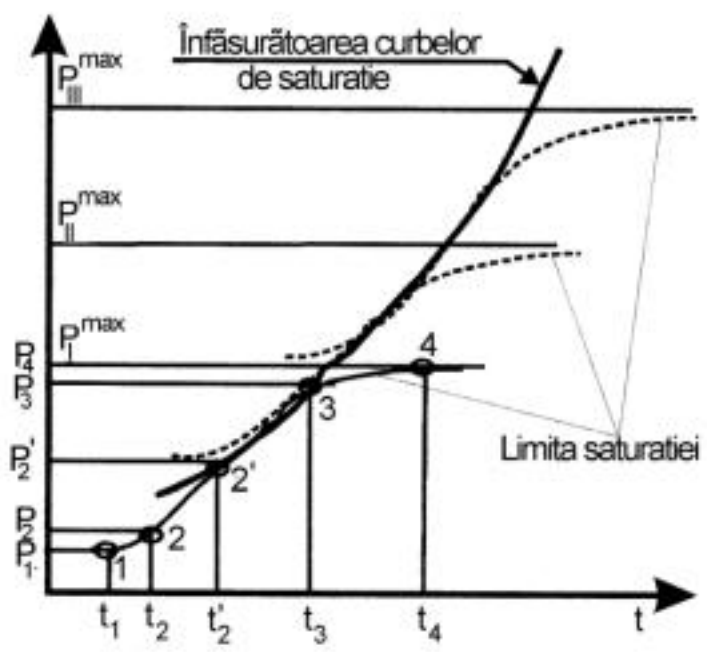


Fig.3.3. Schema dezvoltării şi perfecționării soluțiilor tehnice (funcția de tipul: parametru-timp)

5. ***Crearea condițiilor materiale necesare introducerii noului***. Nu se poate perfecționa tehnologic un agent economic numai pe baza resurselor interne. Este necesară colaborarea cu alți agenți economici, pe baze materiale adecvate.

6. ***Calitatea noului***. Se ştie că pentru o pregătire bună este necesar un corp profesoral adecvat. Tot aşa şi pentru introducerea noului este necesar acesta să reprezinte într-adevăr un progres față de situație existentă. Aceasta se obține pe baza calității colectivelor de elaborare a noului.

Legitatea cea mai răspândită privind determinarea principalilor parametri ai obiectelor muncii, în asimilarea noului, este cea mai exprimată cu ajutorul curbelor logistice în forma de **"S"** alungit şi care oglindesc

Material cu drept de autor

periodicitatea înnoirii soluțiilor tehnice, tehnologice etc., permițând şi prognozarea dezvoltărilor.

Ecuația curbei logistice pentru cazul general are forma:

$$z = \frac{m}{n + e^{-h.t}} \qquad (2.8)$$

unde **h** este indicatorul ce caracterizează viteza de schimbare a parametrului **z** până la limita valorii sale **m/n**. Creşterea indicatorului **h** corespunde scurtării duratei ciclului complet de viață a soluției examinate.

Reprezentarea grafică a funcției **z = f(t)**, a variațiilor soluțiilor **(I, II, III)** care se schimbă succesiv între ele este prezentată în figura 3.3. Segmentul **1..2**, cu caracter exponențial, reflectă perioada creării şi verificarea exponențiale a noii idei tehnice. În segmentul **2..3** are loc creşterea parametrului principal **P** (prin acumulări cantitative de obiecte de consum de acelaşi tip sau prin modificări succesive ale aceluiaşi obiect, caracterizate de variația parametrului principal în domeniul $\mathbf{P_1<P'_2<P_3}$. Urmează apoi o perioadă de saturație (segmentul **3..4**) când parametrul **P** se apropie de valoarea sa limită P_I^{max}, devenind necesară trecerea la soluții tehnice principial noi. Ritmurile creşterii parametrului încep să se micşoreze în punctul **2'**. În acest în punct în care:

$$P = \frac{1}{h}.\ln\frac{1}{n}$$

se realizează trecerea la o nouă tehnică. În mod analog are loc schimbarea în timp a parametrilor corespunzători curbelor **II** şi **III**, până la atingerea zonei valorilor limită P_{II}^{max} şi P_{III}^{max}.

În practica cercetărilor de prognoză se foloseşte metoda extrapolării curbelor înfăşurătoare, care permite trasarea curbei generale înfăşurătoare **F(P,t)** pentru o serie de curbe în formă de **"S"** şi elaborarea în acest fel a prognozei dezvoltării parametrului de bază al mulțimii de obiecte cu aceeaşi destinație funcțională caracterizate prin familia de curbe **f(P,t,C)** cu valori diferite $\mathbf{(C_1, C_2, C_3,\ldots,C_n)}$. În literatura de specialitate se prezintă formularea matematică a acestor probleme.

Una din caracteristicile de bază ale producției moderne o constituie intensitatea înnoirii tuturor elementelor sale. Ea caracterizează dinamismul dezvoltării agenților economici se propun, de obicei, următorii parametri: 1 – numărul tipurilor noi de produse concepute în decursul unui an calendaristic; 2 – ritmurile de înnoire a nomenclaturii produselor fabricate; 3 – durata medie de fabricare a anumitor tipuri de produse, în ani; 4 – ponderea, în expresia valorică, a noilor produse în volumul total de produse realizate. Ritmurile de dezvoltare a potențialului tehnico-ştiințific (λ_{ps}), în expresie cantitativă, trebuie să depăşească ritmurile de creştere a mijloacelor tehnice de producție (λ_{mt}) şi a produsului muncii (λ_{pm}) conform inegalităților: $\lambda_{ps}>\lambda_{mt}>\lambda_{pm}$.

Material cu drept de autor

3.3.2. Aspecte econometrice ale modelului Cobb-Douglas pentru analiza proceselor de producție

La începutul anului 1928, Cobb C. W. şi Douglas P. H., publică un articol despre teoria producției (**Cobb C. W., Douglas P. H., *Theory of Production*, „American Economic Review", nr.2/1928**) în care prezintă, pentru prima dată, această funcție care le poartă numele. Desigur, ulterior s-au făcut multe completări şi interpretări ale ei care sunt prezentate în manuale de specialitate[1].

Dacă se consideră funcția de producție Cobb-Douglas simplă:

$$Y = AM^{\alpha}.F^{\beta} \tag{3.9}$$

în care **Y** reprezintă rezultatul procesului de producție ce va reprezenta venitul național, sau produsul social total, sau producția unei unități economice, după obiectivul pe care îl are cercetarea; **M** – fondul de salarii, sau numărul lucrătorilor, sau, cel mai des, orele de muncă productive prestate; **F** – fondurile fixe disponibile sau, eventual, o serie ajustată a investițiilor.

Dacă se logaritmează ecuația (3.9) se obține:

$$\log Y = \log A + \alpha.\log M + \beta.\log F \tag{3.10}$$

ecuație care va servi la evaluarea parametrilor **A,** α şi β prin metoda celor mai mici pătrate.

Parametrii α şi β constituie de fapt elasticități ale celor doi factori considerați, **M** şi **F**. Aceasta înseamnă că în perioada la care se referă cercetarea, la o creştere în medie cu 1% a fondului de salarii curente (reale şi nominale) a determinat o creştere cu α**%** a rezultatului activității de producție. Pentru fondurile de producție fixe se interpretează analog β.

Demonstrația se face simplu, cu ajutorul eficienței diferențiale (derivatei parțiale) a celor doi factori care participă la producerea rezultatului producției. Astfel, în termeni absoluți, creşteri diferențiale de **M** şi respectiv **F**, determină modificările:

$$\frac{\partial Y}{\partial M} = \alpha.AM^{(\alpha-1)}.F^{\beta} \tag{3.11}$$

şi:

$$\frac{\partial Y}{\partial F} = \beta.AM^{\alpha}.F^{(\beta-1)} \tag{3.12}$$

în valoarea lui **Y**.

Exprimarea procentuală a expresiilor (3.11) şi (3.12) conduce la determinarea elasticităților pentru α şi β:

$$\frac{\partial Y}{\partial M}.\frac{M}{Y} = \frac{\alpha.AM^{\alpha}.F^{\beta}}{AM^{\alpha}.F^{\beta}} = \alpha \tag{2.13}$$

---

[1] Malinvaud E., *Méthodes statistiques de l'économetrie*, Dunod. Paris, 1964.

Material cu drept de autor

$$\frac{\partial Y}{\partial F}.\frac{F}{Y}=\frac{\beta.AM^{\alpha}F^{\beta}}{AM.F^{\beta}}=\beta \qquad (3.14)$$

În mod obişnuit, funcțiile Cobb-Douglas se calculează pe bază de indici, atunci când este vorba de confruntarea unor categorii atât de cuprinzătoare cum sunt venitul național, fondurile fixe, forța de muncă etc.

Între elasticitățile α şi β ($\alpha > 0$ şi $\beta > 0$) poate exista în mod normal relația:

$$\alpha + \beta = 1 \qquad (3.15)$$

şi în condiții normale, aceasta ar însemna o creştere a producției proporțională cu totalul creşterii fondurilor fixe şi a fondului de salarii, proporția fiind dată de coeficientul **A**.

Când:

$$\alpha + \beta < 1 \qquad (3.16)$$

există o eficiență descrescândă a sumei factorilor utilizați. Cu alte cuvinte, o creştere simultană cu **1%** a volumului utilizat din cei doi factori va determina o creştere mai mică de **1%** a venitului național.

În cazul în care:

$$\alpha + \beta > 1 \qquad (2.17)$$

se remarcă o eficiență crescândă în creşterea simultană a factorilor.

În general, ne putem imagina uşor o situație în care înmulțim cei doi factori ai funcției Cobb-Douglas cu aceeaşi constantă, de exemplu 1,5 (creşterea fiecărui factor cu 50%) şi totuşi valoarea funcției să crească cu 2. Acest lucru înseamnă că a intervenit o modificare pozitivă în eficiența factorilor, ceea ce înseamnă în termeni matematici că s-a înregistrat un **progres tehnic neutral**. În felul acesta, deşi se modifică în sens pozitiv volumul eficienței diferențiale a fiecărui factor, $\partial Y/\partial M$ respectiv $\partial Y/\partial F$, raportul lor $\partial M/\partial F$ rămâne invariabil. Aceasta justifică includerea în funcție a unui **factor de trend**:

$$Y = A(t).X(M.F) \qquad (3.18)$$

unde **A(t)** este un indicator al progresului tehnic care, dacă exprimă un ritm constant, poate fi definit prin relația:

$$A(t)=e^{\lambda.t} \qquad (3.19)$$

unde λ este indicatorul progresului tehnic şi arată de câte procente creşte **Y** peste ceea ce este determinat de creşterea volumului lui **M** şi **F**. De exemplu, dacă **M** şi **F** au crescut cu câte **10%**, în timp ce **Y** a crescut cu **15%**, atunci λ **= 0,05**, funcția putând fi exprimată prin relația:

$$Y = x_1^{\alpha_1}.x_2^{\alpha_2}.e^{0,05.t} \qquad (\alpha_1+\alpha_2=1)$$

în cazul în care în fiecare an s-ar realiza un spor de acelaşi ordin al progresului tehnic. Iată de ce o estimare statistică care să aibă sens trebuie să țină seama de o astfel de funcție de producție mai generalizată. De obicei se aplică următoarea formulă mai generală:

Material cu drept de autor

$$Y(t) = B.[M(t)]^{\alpha}.[F(t)]^{(1-\alpha)}.e^{\lambda.t} \qquad (3.20)$$

unde **B** este o constantă care reprezintă raportul **producție/factori** în momentul inițial (**t = 0**):

$$\frac{Y}{M^{\alpha}.F^{(1-\alpha)}}$$

Introducerea unei variabile de trend este justificabilă cu ajutorul analizei unei **funcții a productivității muncii**, dedusă din funcția Cobb-Douglas.

Dacă se admite restricția:

$$\alpha + \beta = \alpha + (1 - \alpha) = 1$$

atunci funcția (3.9) va fi transcrisă astfel:

$$Y = A.M^{\alpha}.F^{(1-\alpha)} \qquad (3.21)$$

Dacă productivitatea muncii este notată prin raportul **Y/M** se va constata că:

$$\frac{Y}{M} = A.\left(\frac{F}{M}\right)^{\alpha} \qquad (3.22)$$

Rezolvarea sistemului:

$$\begin{cases} \sum \log\left(\frac{Y}{M}\right) = n\log A + \alpha \sum \log\left(\frac{F}{M}\right) \\ \sum \log\left(\frac{Y}{M}\right).\log\left(\frac{F}{M}\right) = \log A \sum \log\left(\frac{F}{M}\right) + \alpha \sum \log\left(\frac{F}{M}\right)^2 \end{cases} \qquad (3.23)$$

va conduce la obținerea parametrilor funcției Cobb-Douglas.

Studiul acestei variante a funcției de producție relevă unele deficiențe ce rezultă însăşi din structura sa. Aici un raport şi anume **Y/M**, este exprimat ca o funcție a unui alt raport **F/M**. Înseamnă că o modificare în productivitatea muncii – exprimată ca raport **Y/M** – este privită ca rezultând din modificări ale raportului dintre fonduri fixe şi forțele de muncă angajate, care, la rândul său, este unul dintre indicatorii înzestrării tehnice.

Într-adevăr, având în vedere că **A** şi α sunt constante, o creştere a productivității muncii (care se exprimă printr-o creştere a raportului **Y/M)** nu poate fi exprimată de această formulă, în cazul unui raport constant **F/M**. Este vorba de cazurile în care nu înzestrarea tehnică, valoric exprimată, determină modificarea productivității muncii, ci schimbările calitative de utilaj, schimbarea randamentului lor etc., cu alte cuvinte, progresul tehnic sau ridicarea calificării muncii sau schimbări în ambele direcții. Rezultă că funcția Cobb-Douglas, în forma sa originară, nu serveşte decât la exprimarea legăturii producție/factori, când tehnica folosită este invariabilă, calificarea muncii nu se schimbă şi, în sfârşit, când nu are loc progres tehnic şi orice creştere a producției se datorează creşterii volumului factorilor calitativi neschimbați, iar orice creştere a productivității poate rezulta din schimbarea

Material cu drept de autor

raportului **F/M**, ceea ce înseamnă folosirea mai intensivă a unui sau altuia din factori (după cum factorul de la numitor sau numărător este acela care creşte).

Toate acestea impun completări la funcția existentă, incluzându-se şi o variabilă referitoare la progresul tehnic. Aceasta este reprezentată, în general, de un element de trend. Forma cea mai uzitată pentru cazul cu două variabile este următoarea:

$$Y(t) = M^{\alpha}.F^{\beta}.e^{\lambda.t} \tag{3.24}$$

sau:

$$\alpha.\ln M + \beta \ln F + \lambda.t \tag{3.25}$$

unde **t** este timpul şi λ este un parametru care reprezintă ritmul progresului tehnic.

În forma generalizată se va obține:

$$Y = e^{\lambda.t}.\prod_{i=1}^{n} x_i^{x_i} \tag{3.26}$$

Deducând formula productivității muncii din (3.24) se obține:

$$\frac{Y}{M} = e^{\lambda.t}.\left(\frac{F}{M}\right)^{\beta} \tag{3.27}$$

sau:

$$\ln\left(\frac{Y}{M}\right) = \lambda.t + \beta.\ln\left(\frac{F}{M}\right) \tag{3.28}$$

Este evident că în expresia (3.27) sau (3.28) o creştere a productivității muncii, chiar în condițiile unui raport constant **F/M**, va putea fi interpretată ca rezultat al progresului tehnic; rămâne, desigur, o problemă deschisă dacă acest progres tehnic provine din îmbunătățirea maşinilor şi agregatelor sau este, dimpotrivă, un produs al unei mai bune organizări, calificări etc. Este o chestiune nu mai puțin importantă de a stabili în ce măsură la progresul tehnic contribuie înzestrarea cu fonduri fixe din diferite perioade.

O discuție mai generalizată se poate face admițând ca punct de plecare funcția (3.20):

$$Y(t) = B.[M(t)]^{\alpha}.[F(t)]^{(1-\alpha)}.e^{\lambda.t} \tag{3.20}$$

şi se consideră că progresul tehnic, care înregistrează în medie o creştere anuală de **λ%**, se datorează în mod precis introducerii an de an a unui utilaj nou. Astfel, progresul tehnic este încorporat într-un utilaj tehnologic nou, altfel nu ar fi aplicabil. De aceea, fondurile fixe vor fi separate analitic după anul de intrare în funcțiune, presupunându-se că fiecare an a adus ceva nou din punct de vedere tehnic. În consecință, fondurile fixe vor avea doi indici de timp: **t** – data la care funcționează încă şi **v** – anul intrării în funcțiune. Spre exemplu, $\mathbf{F_v(t)}$ înseamnă fondurile fixe intrate în funcțiune în anul **v**, înregistrate în anul **t**. Sau, cu cifre, $\mathbf{F_{1998}(2000)}$: fondurile în funcțiune în 2000, puse în funcțiune în anul 1998. Se înțelege că $\mathbf{F_{1998}(1998)} \geq$

$F_{1998}(2000)$, pentru că s-ar fi putut produce o reducere considerabilă a volumului lor prin ieşirea din funcțiune. La un utilaj tehnologic **$F_v(t)$** lucrează o parte din forța de muncă disponibilă **$M_v(t)$**. Totalul forței de muncă distribuite este obținut cu expresia:

$$M(t) = \int_{-\infty}^{t} M_v(t).dv \tag{3.29}$$

se observă astfel de ce se modifică funcția de producție.

Pentru fondurile fixe provenind din anul **v** – şi numai pentru ele deocamdată – se va obține:

$$Y_v(t) = B.\left[M_v(t)\right]^{\alpha}.\left[F_v(t)\right]^{(1-\alpha)}.e^{\lambda.v} \tag{3.30}$$

Având în vedere că fondurile fixe intrate în funcțiune în anul **v**, dar producând în **t**, au numai „vârsta" de **v** ani, exponentul lor de progres tehnic este **λ.v** (şi nu **λ.t**).

Producția totală în anul **t** va fi:

$$Y_v(t) = \int_{-\infty}^{t} Y_v(t).dv \tag{3.31}$$

Investiția într-un moment **v** este de **$F_v(v)$** şi se va nota **I(v)**. Considerând o rată anuală γ a deprecierii utilajului, se poate spune că într-un moment **t**:

$$I(v).e^{-\gamma.(t-v)} = F_v(t) \tag{3.32}$$

Plecând de la aceste considerații de principiu, au fost construite funcții de producție destul de complicate care nu au putut fi decât aproximate la rezolvarea lor. Astfel, forma finală a unei asemenea rezolvări se prezintă sub următorul aspect:

$$Y(t) = B.\left[M(t)\right]^{\alpha}.\left[J(t)\right]^{(1-\alpha)}.e^{-\gamma.(1-\alpha).t} \tag{3.33}$$

unde:

$$J(t) = \int_{-\infty}^{t} e^{\sigma.v}.I(v).dv \tag{3.34}$$

iar:

$$\sigma = \frac{\gamma + \lambda}{1-\alpha} \tag{3.35}$$

Desigur, aceste considerații teoretice au rolul de a forma un model explicativ al fenomenelor de progres tehnic în procesul de creştere al unei economii. Ele nu pot fi însă utilizate pentru exprimarea influenței cantitative a progresului tehnic asupra procesului de producție.

Competiția manifestată de producători pentru cucerirea pieților, în cadrul unei economii libere, impune cunoaşterea celor mai diverse aspecte ale procesului de producție pentru impunerea produselor obținute, în concurență tehnică şi economică pe piața liberă.

Material cu drept de autor

Dificultatea construirii unui model adecvat pentru analiza sistemelor de producție este datorată, pe de o parte, devenirii inoperante a teoriilor economice clasice, iar pe de altă parte, dificultăților de elaborare a unei teorii noi, moderne, a producției.

Modelele neoclasice s-au construit dând prioritate fie sistemelor macroeconomice, fie microeconomice.

În virtutea necesităților economice proprii bazate pe o rată cât mai mare a profitului, trusturile internaționale desfăşoară o gamă largă de activități periculoase, care se suprapun tendințelor macroeconomice şi microeconomice naționale. Întrucât aceste firme depun o mare parte din totalul mondial al activităților economice, ele joacă roluri principale în reglarea sau dereglarea interacțiunilor economice pe piața liberă, pe emanațiile poluante, ca producători, administratori şi distribuitori.

3.4. Modelarea matematică a analizei eficienței activității agenților economici

Orice activitate a agenților economici trebuie să fie utilă pentru societate şi rentabilă pentru cei care o efectuează. Aceasta presupune a folosi unități de măsură specifice pentru a putea compara atât utilitatea, cât şi rentabilitatea activității depuse, cu activități similare, în contextul economiei de piață.

În continuare ne vom referi la unele aspecte privind variabilitatea eficienței activității agenților economici în funcție de diverşi parametri ce caracterizează capacitatea economică a acestora.

Variația beneficiului cu volumul producției şi costul de producție. Dacă din venitul total al unui agent economic se scad cheltuielile care intră în componența costului de producție, precum şi impozitul aferent venitului total, se obține beneficiul a acelui agent economic:

$$B = V - C - I \tag{3.36}$$

în care **V** reprezintă venitul total al agentului economic pe o anumită perioadă de timp calendaristic; **C** – cheltuielile totale care intră în costul de producție; **I** – impozitul aferent venitului total.

Întrucât impozitul se determină la venitul total, el reprezintă totdeauna un procent **i%** din valoarea acestuia. Deci:

$$I = \frac{i}{100} \cdot V \tag{3.37}$$

iar expresia beneficiului devine:

$$B = a \cdot V - C \tag{3.38}$$

În care:

$$a = 1 - \frac{i}{100} \tag{3.39}$$

Observații:

a) Dacă un anumit produs este scutit impozit, atunci **i = 0, a = 1** şi expresia (3.38) va căpăta forma:

Material cu drept de autor

$$B = V - C \qquad (3.40)$$

b) În general, **B > 0, V > C : a**; fiecare agent economic va avea un beneficiu programat.

c) Dacă **V = C : a, B = 0**, agentul economic nu realizează beneficii; se spune că agentul economic respectiv lucrează la nivelul costurilor de producție.

d) Dacă V **< C : a**, rezultă **B < 0**, adică cheltuielile, inclusiv impozitul sunt mai mari decât venitul. În acest caz se spune că agentul economic lucrează sub costurile de producție (sau în pierdere).

Problemele care se pun în legătură cu beneficiul sunt următoarele:

1. **Expresia beneficiului în funcție de producție, venitul mediu şi costul de producție.** Dacă se folosesc notațiile: v – venitul mediu care revine pe unitatea de produs şi pe care-l vom presupune constant; s – costul de producție, adică cheltuielile care revin pe unitatea de produs; P – producția totală, exprimată în unități fizice sau convenționale, se va putea scrie:

$$V = v.P;\ C = s.P;\ B = a.v.P - s.P = P(a.v - s)$$

şi, deci:

$$B = P\,(a.v - s) \qquad (3.41)$$

2. **Variația beneficiului în funcție de variația procentuală a producției**. Pornind de la expresia (3.41) şi dând lui P şi s creşterile procentuale p_1, respectiv p_2, lui B îi va corespunde o creştere procentuală p şi se va putea scrie:

$$B\left(1+\frac{p}{100}\right) = P\left(1+\frac{p_1}{100}\right)\left[a.v - s\left(1+\frac{p_2}{100}\right)\right] \qquad (3.42)$$

Dacă se scade (3.41) din (3.42) se obține:

$$p = \frac{100.P}{B}\left[\frac{p_1}{100}(a.v - s) - \frac{s}{100}\left(p_2 + \frac{p_1 p_2}{100}\right)\right] \qquad (3.43)$$

sau, ținând seama de (3.41):

$$p = p_1 - \frac{C}{B}\left(p_2 + \frac{p_1 p_2}{100}\right) \qquad (3.44)$$

dar, procentul de variație a costurilor de producție p_2 în funcție de variația procentuală a producției este dat de expresia:

$$p_2 = \frac{100.p_1.d}{100 + p_1} \qquad (3.45)$$

în care **d = C_0/C** (C_0 – cheltuielile constante). Înlocuind valoarea lui p_2 în (3.44) va rezulta:

$$p = p_1\left(1+\frac{C_0}{B}\right) \qquad (3.46)$$

Observații. Din relația (3.46) se constată că procentul (p) de variație a beneficiului: **(1)** – creşte o dată cu creşterea cheltuielilor constante;

Material cu drept de autor

(2) – se micşorează o dată cu creşterea beneficului; **(3)** – variază direct proporţional cu procentul de variaţie a producţiei.

Reprezentarea grafică a expresiei (3.46). Cum C_0 şi B sunt constante pentru un agent economic dat şi pe o anumită perioadă de timp, funcţia (3.42) se poate scrie sub forma:

$$\mathbf{p = A \,.\, p_1} \qquad (3.47)$$

şi reprezintă, într-un sistem de coordonate carteziene (p_1Op) un fascicul de drepte care trec prin origine de coeficient unghiular:

$$A = 1 + \frac{C_0}{B} \qquad (3.48)$$

Se vor discuta următoarele cazuri:

1. Dacă B = - C sau A = 0, de ci cazul ca beneficiul să rămână constant. Atunci, când producţia variază cu orice procent, este necesar şi suficient ca unitatea economică: să prezinte o pierdere; cuantumul pierderii să fie egal cu totalul cheltuielilor convenţionale fixe ($C_0 = |B|$) – funcţia (3.13) se reduce la axa ordonatei Op.

2. Dacă ($C_0 > |B|$), adică pierderea este mai mică decât totalul cheltuielilor fixe, atunci A < 0 şi deci $p = A.p_1 < 0$, când producţia creşte, adică pentru $p_1 > 0$; de exemplu, dacă se presupune o pierdere de 1 000 000 lei, deci $B = -10^6$, iar cheltuielile convenţionale constante sunt 3 000 000 lei, adică $C_0 = 3.10^6$ lei, procentul de variaţie al beneficiului va fi dat de expresia:

$$p = \left(1 + \frac{C_0}{B}\right).p_1 = \left(1 - \frac{3.10^6}{10^6}\right).p_1 = -2.p_1$$

3. Dacă se presupune acum că producţia va creşte cu 10% (p_1 = 10), procentul de variaţie a beneficiului va fi: **p = -2.10 = -20%**, deci pierderea va deveni: **800 000** lei; **[-20%** din **-10^6 = (-20/100).(-10^6) = 200 000** lei; **$-10^6 + 2.10^5 = -800\,000$** lei].

4. Dacă $C_0 < |B|$, adică pierderea este mai mare decât totalul cheltuielilor constante, atunci: 0 < A <1. În acest caz, creşterea producţiei cu un procent oarecare $p_1 > 0$ va conduce la creşterea pierderii cu procentul $p = A.p_1 > 0$ (întrucât în acest caz A > 0 şi $p_1 > 0$).

Exemplu de calcul. Consiliul de administraţie al unui agent economic stabileşte pentru perioada următoare un beneficiu de 2 000 000 lei ($B = 2.10^6$), iar cheltuielile constante sunt de 500 000 lei ($C_0 = 5.10^5$).

Rezolvare. Procentul de variaţie al beneficiului va fi:

$$p = \left(1 + \frac{C_0}{B}\right).p_1 = \left(1 + \frac{5.10^5}{2.10^6}\right).p_1 = 1{,}25.p_1$$

În continuare, dacă se presupune că producţia creşte cu 10% (p_1 = 10), beneficiul programat va creşte cu 12,5% (250 000 lei) şi va deveni: $B = 2{,}25.10^6$ lei.

Dacă $C_0 = B$, avem: $p = 2.p_1$, beneficul va creşte cu un procent de două ori mai mare decât procentul de creştere a producţiei.

Material cu drept de autor

În general, dacă $C_0 = n.B$, avem: $p = (1 + n).p_1$, în care coeficientul unghiular (1 + n) variază între anumite limite.

Cazul $C_0 = 0$, deci $p = p_1$ nu poate avea loc în practică, deoarece nu pot exista agenți economici ale căror cheltuieli să fie toate variabile sau toate constante: Raportul C_0/C_t variază între 1 şi 0, limitele neputând fi atinse. Deci, prima bisectoare $p = p_1$ nu poate face parte din fasciculul de drepte $p = A.p_1$.

Dacă $|B| = C_0/2$, adică se presupune o pierdere egală cu jumătate din cheltuielile convențional constante, atunci A = -1, şi ecuația $p = -p_1$ reprezintă a doua bisectoare a sistemului de coordonate.

Dacă B = 0, atunci $A \to \infty$ şi dreapta se reduce la axa Op_1; în astfel de cazuri V = C sau v = s şi deci, oricare ar fi procesul de creştere a producției, va exista întotdeauna:

$$B = V - C = v.P\left(1 + \frac{p}{100}\right) - s.P\left(1 + \frac{p}{100}\right) = P\left(1 + \frac{p}{100}\right)(v - s) = 0$$

întrucât inițial v = s şi deci beneficiul va fi egal cu zero pentru orice variație a producției.

În concluzie, graficul funcției (3.47) este un fascicul de drepte care trec prin origine şi al căror coeficient unghiular depinde de valorile celor doi parametri B şi C_0.

Variația beneficiului în funcție de variația costului de producție. Dacă se scoate valoarea lui p_1 din expresia (3.45) şi se înlocuieşte în relația (3.46) se obține:

$$p = -\frac{100.p_2.A}{100.d + p_2} \qquad (3.49)$$

unde $A = 1 + C_0/B$, deci variația beneficiului cu costul de producție se face după o hiperbolă care trece prin origine şi are asimptotele: p = -100, paralelă cu axa Op_2 şi $p_2 = 100.d$, paralelă cu axa Op.

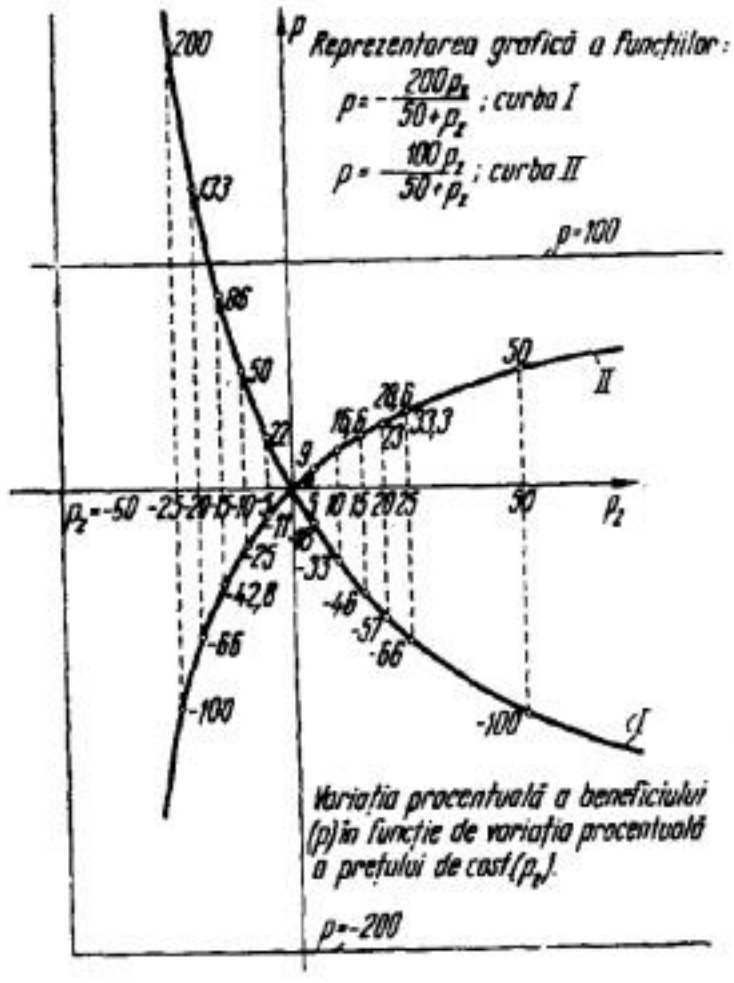


Fig.3.4. Reprezentarea grafică a funcției (3.49)

Reprezentarea grafică a funcției (3.49), figura 3.4. Luând pe axa absciselor valorile lui p_2 şi pe axa ordonatelor valorile lui p, s-au construit în figura 3.4 două hiperbole; pentru prima s-a considerat $C_0 = B$, adică A = 2 şi d = 0,5, s-a considerat deci un beneficiu egal cu 50% din totalul cheltuielilor ($B = C_0 = 0,5.C_t$); pentru a doua s-a considerat $B = -0,5.C_0$ şi d = 0,5, deci A = -1, adică s-a considerat o pierdere planificată egală cu 50% din cheltuielile

constante sau 25% din totalul cheltuielilor ($B = -0,5.C_0 = -0,25.C_t$). S-au obținut astfel funcțiile:

$$(I)\ p = -\frac{200.p_2}{50+p_2} \quad \text{şi} \quad (II)\ p = -\frac{100.p_2}{50+p_2}$$

Din reprezentarea grafică (figura 3.4) rezultă că, dacă costul de producție variază cu procente egale în valoare absolută, beneficiul variază cu procente total diferite.

Astfel, dacă $p_2 = +25\%$, beneficiul scade cu 66%, dacă însă $p_2 = -25\%$, beneficiul creşte cu 200%, adică creşte de trei ori mai mult decât se micşorează în cazul creşterii costului de producție cu acelaşi procent (curba I). Acelaşi fenomen, însă în sens invers, se constată şi în cazul când se lucrează cu pierdere (curba II).

Variația rentabilități cu costul de producție şi cu volumul producției. O unitate economică poate fi rentabilă sau nu, după cum venitul ei total este mai mare sau mai mic decât totalul cheltuielilor care intră în costul de producție.

Rentabilitatea R se determină cu expresia:

$$R = \frac{B}{C_t} \tag{3.50}$$

în care B este beneficiul, iar C_t – cheltuielile totale de producție. Deci, rentabilitatea este egală cu raportul dintre beneficiu şi totalul cheltuielilor unui agent economic pentru producerea bunurilor materiale luate în considerare la analiza eficienței acestuia.

De obicei, acest indicator este dat în procente şi se scrie sub forma:

$$R = \frac{B}{C}.100\% \tag{3.51}$$

Dacă, de exemplu, la o unitate economică avem: $C_t = 2.10^6$ lei, iar $B = 0,4.10^6$ lei, rentabilitatea ei va fi:

$$R = \frac{0,4.10^6}{2.10^6}.100\% = 20\%$$

adică de fiecare sută de lei cheltuită, acea unitate economică are un beneficiu de 20 lei.

Dacă beneficiul este zero, atunci şi rentabilitatea este zero. Dacă există o pierdere, de exemplu: $B = -10^6$ lei şi $C = 2.10^6$ lei, rezultă $R = (-10^6/2.10^6).100 = -5\%$, adică la fiecare sută de lei se pierde 5 lei.

Expresia rentabilității prezentată sub forma relației (3.50) variază între limite destul de largi:

$0 < R \leq \alpha$, în cazul unui beneficiu;

$-1 < R < 0$, în cazul unei pierderi.

$R = 0$, în cazul când beneficiul este zero, unitatea economică lucrează în limitele costurilor de producție (fără beneficiu).

Material cu drept de autor

În ce priveşte valoarea lui α, care reprezintă valoarea maximă a beneficiului planificat, ea depinde de natura şi calitatea produsului, scopul pentru care este utilizat (bun de larg consum, material de construcție, obiecte de lux etc.).

Ca şi în cazul beneficiului se vor rezolva următoarele probleme:

1. Expresia rentabilității în funcție de venitul mediu şi costul de producție. Dacă se substituie în relația (3.50) valoare lui B din relația (3.41) şi pe C_t cu s.P, rezultă:

$$R = a.\frac{v}{s} - 1 \qquad (3.52)$$

unde a = 1 – (i/100) = constant. Deci rentabilitatea depinde de raportul dintre venitul mediu şi costul de producție.

Se va presupune că venitul mediu este constant (v = constant). Această presupunere este reală pentru un anumit produs. Din relația (3.52) se constată că R + 1 variază invers proporțional cu costul de producție.

2. Variația rentabilității în funcție de variația procentuală a costului de producție.

Se ştie că, dacă volumul producției variază cu un procent oarecare p_1, costul de producție variază cu procentul:

$$p_2 = \frac{100.p_1.d}{100 + p_1} \qquad (3.18)53$$

Dacă se notează cu q procentul de variație al rentabilității, folosind relațiile (3.52) şi (3.53) rezultă:

$$R + \frac{q}{100}R = \frac{a.v}{s\left(1 + \frac{p_2}{100}\right)} - 1 \qquad (3.54)$$

şi dacă se scade relația (3.52) din relația (3.54) rezultă:

$$q = -\frac{100.p_2}{100 + p_2}.A' \qquad (3.55)$$

în care: A' = 1 + C/B.

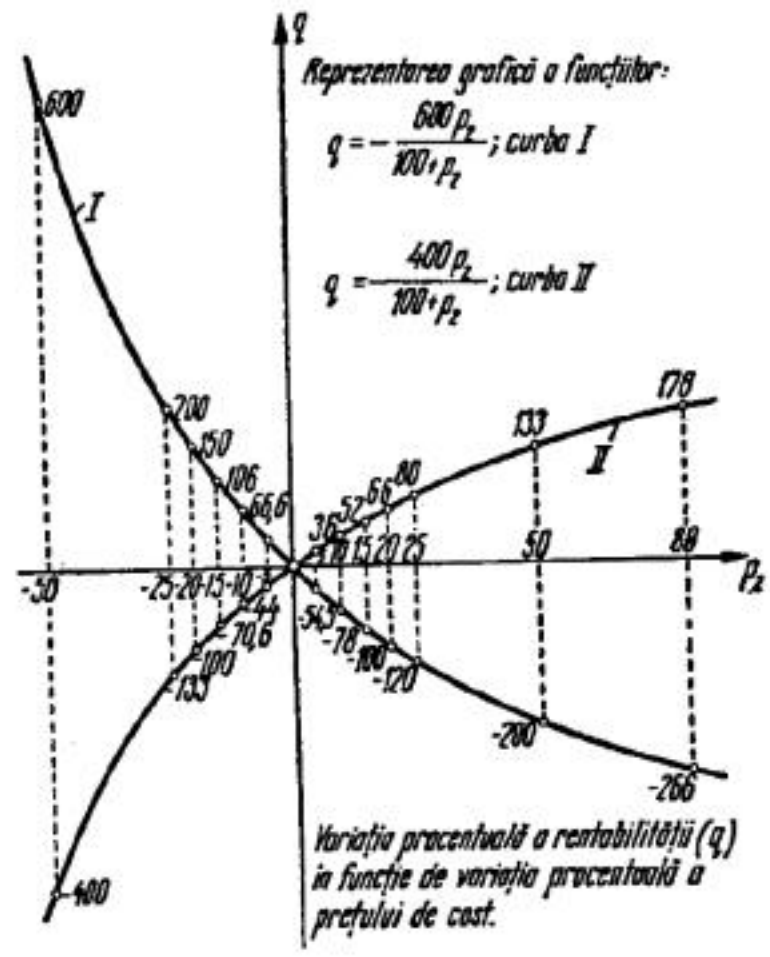


Fig.3.5. Reprezentarea grafică a relației (55)

Cazuri particulare. Dacă B = - C, atunci: A' = 1 + C/(-C) = 1 – 1 = 0, oricare ar fi variația procentuală a producției sau a costului de producție.

Dacă pierderea este mai mică decât totalul cheltuielilor, adică |B| < C, atunci A' = 1 – (C/B) < 0, întrucât (C/B) < 1; în astfel de cazuri, q creşte cu p_2, după cum se constată din relația (3.55).

Material cu drept de autor

Reprezentarea grafică a procesului de variație a rentabilității în funcție de variația costului de producție. Dacă se ia pe axa absciselor valorile lui p_2 şi pe axa ordonatelor pe ale lui q, relația (3.55) reprezintă un fascicul de hiperbole care trec prin origine, depind de parametrul A' şi au asimptotele: q = -100.A', paralelă cu axa Op_2; p_2 = -100, paralelă cu axa Oq.

În figura 3.5 se reprezintă două hiperbole I şi II. Curba I, în care B = 0,2.C (A' = 6) şi curba II, în care B = - 0,2.C (A' = - 4).

Ecuațiile celor două hiperbole sunt:

$$(I)\ q = -\frac{600.p_2}{100+p_2} \qquad \text{şi} \qquad (II)\ q = -\frac{400.p_2}{100+p_2}$$

3. Variația rentabilității în funcție de procentul de variație a volumului producției. Dacă se înlocuieşte valoarea lui p_2 din (3.53) în (3.55) rezultă:

$$q = -\frac{100.p_1.d.A'}{100+p_1(1-d)} \qquad (3.56)$$

Relația (3.56) exprimă procentul de variație a rentabilității în funcție de procentul de variație a producției şi reprezintă un fascicul de hiperbole. În figura 3.6 se poate vedea graficul funcției (3.56) pentru următoarele două cazuri:

(I) pentru d = 0,5, adică C_0=0,5.C_t şi C_t = 2.B, A' = 3;

(II) pentru d = 0,4, adică C_0= 0,4.C_t şi C_t = - 4.B, A' = -3.

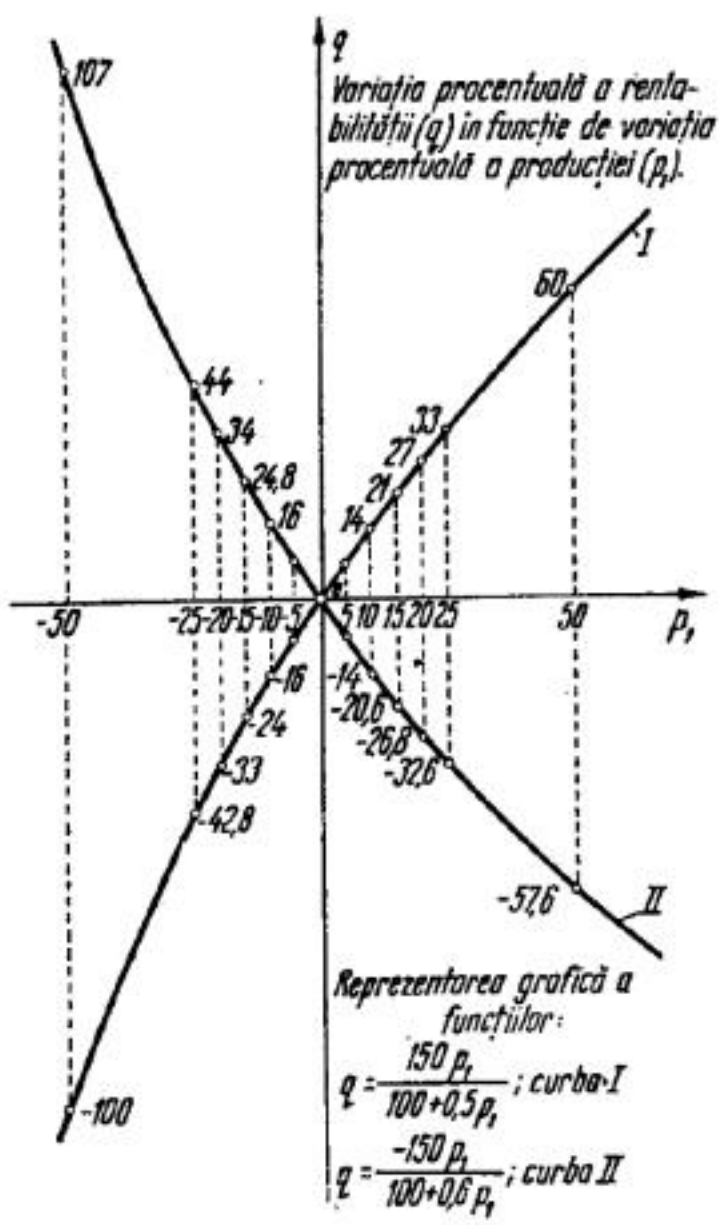


Fig.3.6. Reprezentarea grafică a funcției (3.56)

Ecuațiile acestor două hiperbole sunt:

$$(I)\ q = \frac{150.p_1}{100+0,5.p_1} \text{ şi}$$

$$(II)\ q = -\frac{150.p_1}{100+0,5.p_1}$$

4. Punctul critic al unei unități economice. Pentru a se putea urmări simultan variația celor doi indicatori: **beneficiul** şi **rentabilitatea**, în funcție de variația producției, s-a construit în figura 7, în acelaşi sistem de coordonate, graficele funcțiilor:

$$(I)\ p = 3.p_1 \qquad \text{şi} \qquad (II)\ q = \frac{240.p_1}{100+0,6.p_1}$$

Privind figura 3.7 se constată că, dacă producția creşte, beneficiul creşte cu un procent mai mare decât rentabilitatea.

Dacă producția descreşte cu un procent p_1 față de cea programată, beneficul se va reduce cu un procent mai mare decât rentabilitatea, până în momentul când producția va descreşte cu (100/3)%, adică $p_1 \approx -33\%$.

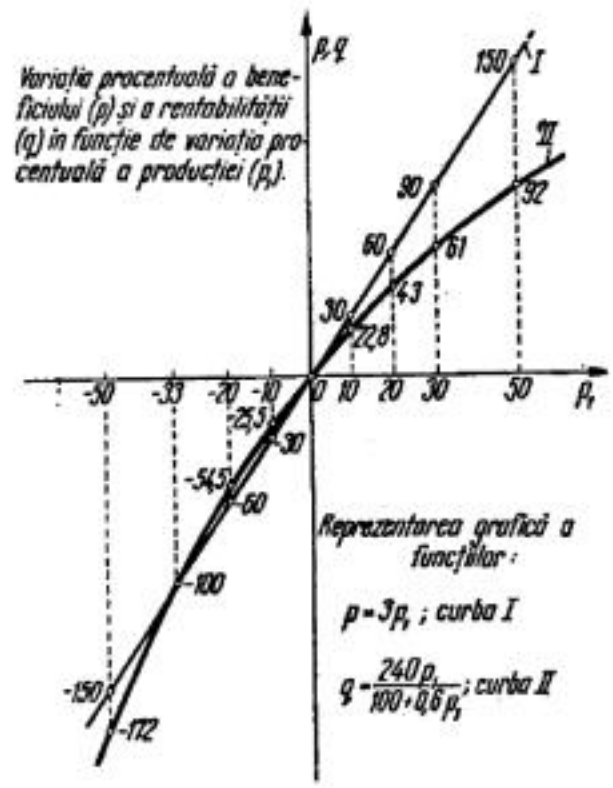


Fig.3.7. Variația procentuală a beneficiului (p) şi a rentabilității (q) în funcție de variația procentuală a producției (p_1)

În acest moment, atât beneficiul cât şi rentabilitatea se vor anula, deoarece $p_1 = -(100/3)$, avem: $p = q = -100\%$, adică $B = R = 0$.

Dacă producția se micşorează cu un procent mai mare decât (100/3)%, beneficul se transformă în pierdere, rentabilitatea devine negativă, unitatea economică încetează de a mai fi rentabilă.

Procentul p_1 cu care producția se reduce, atunci când beneficiul şi rentabilitatea se anulează, se numeşte procentul critic de variație a producției sau punctul critic al activității unității economice.

Valoarea lui p_1 pentru care beneficiul şi rentabilitatea se anulează se obține rezolvând ecuația p = q, adică:

$$A.p_1 = \frac{100.p_1.a.A'}{100 + p_1(1-a)}$$

de unde rezultă: $p_1 = -(100/3)$.

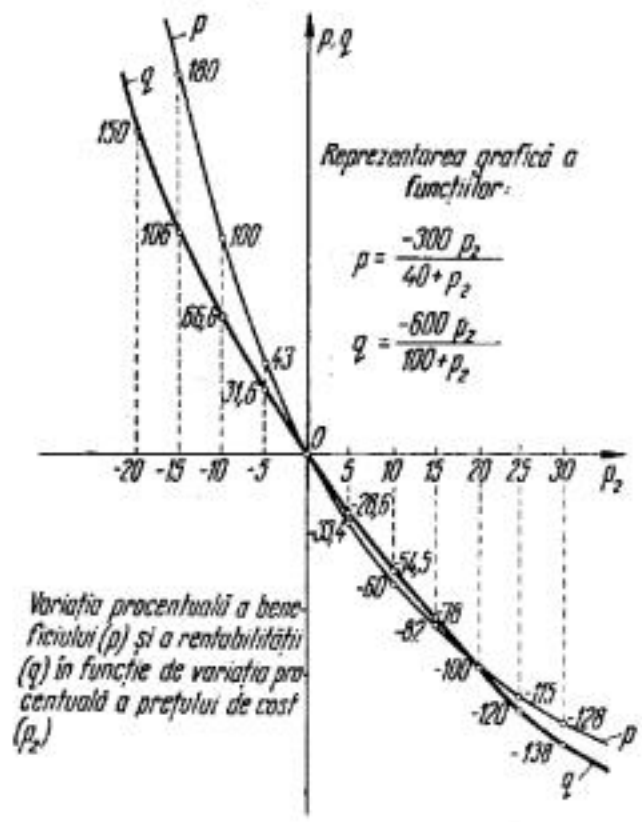


Fig.3.8. variația beneficiului şi a rentabilității în funcție de variația costului de producție

Pentru a putea urmări simultan variația beneficiului şi a rentabilității în funcție de variația costului de producție, s-a reprezentat în acelaşi sistem de coordonate graficul funcțiilor:

$$p = -\frac{100.p_2.A}{100.a + p_2} \quad \text{şi} \quad q = -\frac{100.p_2.A'}{100.a + p_2}$$

pentru cazul particular a = 0,4; A = 0,3; A' = 6, deci:

$$p = -\frac{300.p_2}{40+p_2} \quad \text{şi} \quad p = -\frac{600.p_2}{100+p_2}$$

Din graficul acestor funcții, figura 3.8, se constată că:

- Dacă costul de producție scade cu un procent oarecare p_2, beneficul creşte cu un procent mai mare decât rentabilitatea;
- Dacă costul de producție creşte cu un procent oarecare p_2, beneficiul se va micşora cu un procent mai mare decât rentabilitatea, până în momentul când costul de producție va creşte cu 20% (p_2 = 20%). În acest moment, adică p_2 = 20%, atât beneficiul cât şi rentabilitatea se vor anula, deoarece în acest caz avem: p = q = -100; adică B = R = 0;
- Dacă costul de producție va creşte față de programul prestabilit cu un procent mai mare de 20%, beneficul se transformă în pierdere, iar rentabilitatea devine negativă, unitatea economică încetând de a mai fi rentabilă.

Procentul p_2 cu care costul de producție se majorează atunci când beneficiul şi rentabilitatea se anulează se numeşte procentul critic de variație al costului de producție sau punctul critic al unității economice.

Valoarea lui p_2 pentru care beneficul şi rentabilitatea se anulează se obține rezolvând ecuația: p = q sau:

$$-\frac{100.p_2.A}{100.a+p_2} = -\frac{100.p_2.A'}{100+p_2}$$

de unde rezultă: $p_2 = (100.B)/C_t$.

Observație. Procentul critic de variație a producției, $\mathbf{p_1 = -(100/A)}$, corespunde procentului critic de variație a costului de producție: $\mathbf{p_2 = 100.B/C_t}$.

Exemplu. Se va considera următorul exemplu de calcul: totalul cheltuielilor unei unități economice programat $\mathbf{C_t}$ în cursul unei luni a fost de $\mathbf{C_t = 4.10^6}$ lei; cheltuielile convențional constante reprezintă 20% din totalul cheltuielilor ($\mathbf{C_0 = (20/100).C_t = 8.10^5}$ lei), iar beneficiul programat a fost de $\mathbf{B = 2.10^5}$ lei. Se cere să se determine punctul critic al unității economice.

Rezolvare. Cum $\mathbf{A = 1 + C_0/B}$, va rezulta: $\mathbf{A = 5;\ p_1 = -(100/A) = -(100/5) = -20\%;\ p_2 = (100.B)/C_t = 5\%}$.

3.5. Modelarea matematică a sistemelor tehnico-economice de producție în construcția de maşini

Necesitatea creşterii eficienței activității de cercetare privind îmbunătățirea permanentă a activităților de producție a condus la elaborarea multor modele teoretice care permit o analiză şi interpretare complexă a fenomenelor ce determină cantitativ şi calitativ activitatea creativ-umană.

Dat fiind importanța deosebită a proceselor tehnologice în realizarea cantitativă şi calitativă a produselor industriale vom prezenta

Material cu drept de autor

câteva aspecte privind modelarea matematică a proceselor tehnologice de prelucrare mecanică.

Pentru elaborarea modelelor matematice ale proceselor tehnologice de prelucrare mecanică pot fi folosite metode teoretico-probabilistice şi metode statistice. Metodele probabilistice prevăd elaborarea modelelor proceselor tehnologice sub formă de expresii analitice, în care sunt luați în considerare toți factorii inițiali cei mai importanți. Metodele statistice permit să se realizeze modele sub forma ecuației de regresie multiplă în care o parte oarecare a factorilor nu sunt luați în considerare, din cauză că ei nu au putut fi determinați în mod empiric, sau nici nu este cunoscută natura lor. Metodele statistice de construcție a modelelor proceselor tehnologice se bazează pe teoria corelației şi în acest fel ele sunt răspunzătoare şi corecte doar în cazul repartiției normale a variabilelor aleatoare de intrare şi ieşire.

Metodele probabilistice prevăd elaborarea modelelor proceselor tehnologice sub formă de ecuații care stabilesc legături între legile de repartiție a parametrilor statistici, cum sunt valorile medii şi dispersiile variabilelor aleatoare de intrare şi ieşire. Aceste metode sunt bazate pe cunoaşterea precisă a dependențelor funcționale care reflectă legile mecanice, fizice, chimice etc., ale proceselor tehnologice.

Metodele statistice permit, în prezența unei aparaturi speciale, să se efectueze o cercetare suficient de operativă a procesului tehnologic, în condiții reale de producție, obținându-se apoi modelul matematic, prin prelucrarea informațiilor primare referitoare la starea sistemului de transformare şi la erorile parametrilor dimensionali ai produselor obținute. În acest caz, modelul poate fi prezentat sub formă de ecuații a unei regresii multiple, liniare sau neliniare, sub formă de expresii de valoare medie, dispersie etc., care constituie analogii statistice a funcțiilor obținute în urma analizei teoretice.

Metodele probabilistice şi statistice de elaborare a modelelor matematice ale proceselor tehnologice sunt în strânsă interdependență între ele, deoarece modelele teoretice necesită o verificare experimentală, iar cercetările experimentale nu pot fi efectuate fără a avea la dispoziție premizele teoretice respective.

În funcție de precizia descrierii matematice şi de cerințele concrete impuse condițiilor tehnice pentru parametrii finali ai calității produselor, modelele proceselor tehnologice pot fi elaborate la nivelul mărimilor aleatoare sau la nivelul funcțiilor aleatoare. Folosirea mărimilor aleatoare dă posibilitatea de a obține modele statice ale proceselor tehnologice, iar folosirea funcțiilor aleatoare dă posibilitatea de a obține modele dinamice care reflectă mult mai complet procesele tehnologice.

Descrierea matematică a proceselor tehnologice cu multe variabile prevede obținerea unui operator matricial, care realizează transformarea variabilelor de intrare (factorilor inițiali) în variabile de ieşire (finale), ca parametrii ce caracterizează starea tehnico-economică a produsului rezultat. Operatorii se pot împărți în operatori liniari şi operatori neliniari. Operatorii

Material cu drept de autor

liniari se folosesc pentru descrierea proceselor tehnologice liniare, iar cei neliniari se folosesc pentru descrierea proceselor tehnologice neliniare.

3.5.1. Alegerea factorilor de intrare care influențează calitatea prelucrării mecanice

Modelarea matematică a proceselor tehnologice, din punctul de vedere al calității prelucrării mecanice, este formată dintr-o serie de etape.

În prima etapă de elaborare a modelului matematic se efectuează alegerea factorilor tehnologici de influență (variabilele inițiale). Alegerea şi descrierea corectă a factorilor de influență determină într-o mare măsură succesul cercetării. Variabilele inițiale, pentru includerea lor în modelul matematic, trebuie alese pe baza unei analize teoretice preliminare, pornind de la scopul şi problemele cercetării.

Factorii de influență trebuie să satisfacă o serie de condiții. O condiție esențială este ca factorii tehnologici să poată fi măsurați cantitativ. Dacă un factor tehnologic este apreciat numai prin indici calitativi evidențierea influenței acestuia asupra calității prelucrării mecanice necesită eforturi suplimentare mari sau în general este imposibilă.

Factorii inițiali nu trebuie să aibă dependențe funcționale între ei, deoarece existența unor legături funcționale sau a unor legături apropiate de cele funcționale între factori, arată că ei caracterizează numai un aspect al erorii primare studiate şi, prin urmare, într-o oarecare măsură, se dublează între ei. În acelaşi timp, existența legăturilor funcționale şi a legăturilor apropiate de cele funcționale între factorii care intră în modelul matematic, duce la faptul că matricea sistemului de ecuații normale se dovedeşte a fi rău determinată, sau, în general, nedeterminată, ceea ce măreşte dificultățile de calcul şi duc la obținerea unor rezultate nesigure. În special nu este de dorit existența în model a factorilor cu dependențe liniare între ei care conduc la valori ale coeficienților de corelație (-1) sau (+1). În acest ultim caz, matricea momentelor de corelație devine particulară (determinantul este egal cu zero) şi, prin urmare, determinarea valorilor numerice ale coeficienților ecuațiilor de legătură dintre factorii inițiali şi dintre erorile de prelucrare este imposibilă.

3.5.2. Determinarea dependenței dintre factorii inițiali şi calitatea prelucrării mecanice

Etapa cea mai importantă la elaborarea modelului matematic al sistemului tehnic de producție constă în stabilirea formei de legătură care caracterizează dependența calității prelucrării mecanice de factorii tehnologici inițiali care o influențează.

Între eroarea de prelucrare şi factorii tehnologici care o influențează pot exista două tipuri principale de dependențe: dependență funcțională şi dependență stohastică.

Eroarea de prelucrare mecanică a unei piese poate fi eroare dimensională, eroare de formă, eroare de poziție reciprocă a suprafețelor şi

Material cu drept de autor

eroare de calitate a suprafețelor prelucrate (rugozitate, tensiuni remanente, microduritate a stratului superficial). De aceea, se poate spune că, dacă considerăm sistemul tehnologic de prelucrare mecanică, vor exista mai mulți factori de intrare, mai mulți factori interni şi mai mulți factori de ieşire din sistem care caracterizează calitatea prelucrării mecanice.

Din studiul interdependențelor dintre variabilele inițiale (de intrare şi interne ale sistemului tehnologic) şi variabilele de ieşire (care caracterizează calitatea prelucrării mecanice) trebuie să se stabilească expresiile analitice care să arate felul legăturii între eroarea de prelucrare şi factorii tehnologici are determină această eroare. Numai după stabilirea acestor dependențe se poate pune problema unei dirijări, justificată ştiințific, a calității prelucrării mecanice pe sistemele tehnice considerate.

Dependența dintre variabilele de intrare şi ieşire din sistemul tehnologic poate fi liniară sau neliniară. O metodă simplă pentru stabilirea formei dependenței respective constă în reprezentarea grafică succesivă a variabilelor de ieşire în funcție de variabilele de intrare. Amplasarea punctelor pe grafic conduce la obținerea formei de legătură care poate fi liniară sau neliniară: exponențială, logaritmică, trigonometrică etc. Această metodă este larg folosită în practică şi dă rezultate bune în cazul a două variabile care intră în model.

La construcția modelelor cu mai mulți factori de intrare şi ieşire cercetarea formelor de legătură se complică şi de aceea este normal ca în aceste cazuri să se recurgă la dependența liniară prin liniarizarea lor. Liniarizarea se face pe baza metodelor matematice cunoscute.

Caracterul dependenței erorilor de prelucrare de factorii inițiali determină, în fond, liniaritatea sau neliniaritatea sistemului de transformare. Prin sistem de transformare se înțelege mulțimea de mijloace (utilaje, dispozitive, scule etc.) care se folosesc pentru realizarea procesului tehnologic, precum şi mulțimea de metode de intervenție asupra acestor mijloace pentru crearea condițiilor de prelucrare (reglarea sistemului tehnologic la condițiile de prelucrare, instalarea semifabricatului etc.

Pentru sistemul liniar de transformare, pe baza principiului de superpoziție, fiecare din erorile de prelucrare poate fi privită ca o combinație liniară a factorilor tehnologici inițiali:

$$
\begin{aligned}
z_1 &= a_{10} + a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2 + \ldots + a_{1n}.x_n + b_{11}.y_1 + b_{12}.y_2 + \ldots + b_{1p}.y_p \\
z_2 &= a_{20} + a_{21}.x_1 + a_{22}.x_2 + \ldots + a_{2n}.x_n + b_{21}.y_1 + b_{22}.y_2 + \ldots + b_{2p}.y_p \qquad (3.57) \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
z_m &= a_{m0} + a_{m1}.x_1 + a_{m2}.x_2 + \ldots + a_{mn}.x_n + b_{m1}.y_1 + b_{m2}.y_2 + \ldots + b_{mp}.y_p
\end{aligned}
$$

Sistemul de ecuații (3.57) determină starea stabilizată a sistemului tehnologic de transformare, adică descrie proprietățile statice ale procesului tehnologic.

Material cu drept de autor

În relaţiile (3.57) prin $x_1, x_2,...,x_n$ sunt notate variabilele de intrare ale sistemului de transformare care caracterizează factorii iniţiali: precizia semifabricatului, parametrii tehnologici de aşchiere, caracteristicile sculei aşchietoare, lichidul de ungere-răcire etc. Notaţiile $z_1, z_2,...,z_m$ reprezintă variabilele de ieşire care caracterizează calitatea pieselor prelucrate. Notaţiile $y_1, y_2,...,y_p$ se referă la factorii interni ai sistemului tehnologic care influenţează precizia de prelucrare, cum ar fi: deformaţiile elastice şi termice ale sistemului tehnologic, uzura sculei aşchietoare, instalarea semifabricatului etc. Simbolurile $a_{11}, a_{12},...,a_{mn}$ şi $b_{11}, b_{12},...,b_{mp}$ sunt coeficienţi de transfer ai sistemului de transformare care reflectă unuia din factorii asupra erorii comune de prelucrare. Mărimile $a_{10}, a_{20},...,a_{m0}$ reprezintă componentele constante ale variabilelor finale care determină erorile sistematice proprii sistemului de transformare. Pentru eroarea dimensională, mărimile $a_{10}, a_{20},...,a_{m0}$ pot fi eliminate (făcute egale cu **0**) printr-un reglaj corespunzător al sistemului tehnologic la dimensiunea de lucru.

Pentru un sistem de transformare neliniar, principiul superpoziţiei nu poate fi aplicabil şi, prin urmare, este imposibil să se scrie sistemul de ecuaţii de tipul (3.57). În multe cazuri însă, în limitele restrânse de variaţie a variabilelor iniţiale şi finale este admisibilă liniarizarea sistemului de transformare, cu un grad mai mare sau mai mic de precizie, care se reduce la înlocuirea ecuaţiilor neliniare cu cele liniare. Dependenţele matematice liniarizate sunt analoage cu sistemul de ecuaţii (3.57) şi poate fi obţinut în felul următor. Se consideră că cele **m** variabile finale $z_1, z_2,...,z_m$ sunt legate cu factorii iniţiali $x_1, x_2,...,x_n$ şi $y_1, y_2,...,y_p$ prin următoarele relaţii:

$$
\begin{aligned}
z_1 &= f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n; y_1, y_2, \ldots, y_p) \\
z_2 &= f_2(x_1, x_2, \ldots, x_n; y_1, y_2, \ldots, y_p) \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (3.58) \\
z_m &= f_m(x_1, x_2, \ldots, x_n; y_1, y_2, \ldots, y_p)
\end{aligned}
$$

în care $f_1, f_2,...,f_m$ sunt funcţii diferenţiabile date, dintre care fiecare este neliniară, însă diferă puţin de cea liniară în domeniul valorilor practic posibile pentru toate cele **n + p** argumente.

Pentru liniarizare, ecuaţiile (3.58) se descompun în serie Taylor luându-se în considerare numai termenii de ordinul întâi. Descompunerea se face în treptele $(x_j - m_{xj})$ şi $(y_k - m_{yk})$ sau, ceea ce este analog, la punctul de intersecţie $(m_{x1}, m_{x2},...,m_{xn}; m_{y1}, m_{y2},...,m_{yn})$.

Pe baza ipotezelor de mai sus, sistemul de ecuaţii (3.58) se scrie sub forma:

Material cu drept de autor

$$
\left.
\begin{aligned}
z_1 &= f_1(m_{x_1}, m_{x_2}, \ldots, m_{x_n}; m_{y_1}, m_{y_2}, \ldots, m_{y_p}) + \\
&+ \sum_{j=1}^{n} \left(\frac{\partial z_1}{\partial x_j} \right)_0 .\left(x_j - m_{x_j}\right) + \sum_{k=1}^{p} \left(\frac{\partial z_1}{\partial y_k} \right)_0 .\left(y_k - m_{y_k}\right) \\
z_2 &= f_2(m_{x_1}, m_{x_2}, \ldots, m_{x_n}; m_{y_1}, m_{y_2}, \ldots, m_{y_p}) + \\
&+ \sum_{j=1}^{n} \left(\frac{\partial z_1}{\partial x_j} \right)_0 .\left(x_j - m_{x_j}\right) + \sum_{k=1}^{p} \left(\frac{\partial z_1}{\partial y_k} \right)_0 .\left(y_k - m_{y_k}\right) \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
z_m &= f_m(m_{x_1}, m_{x_2}, \ldots, m_{x_n}; m_{y_1}, m_{y_2}, \ldots, m_{y_p}) + \\
&+ \sum_{j=1}^{n} \left(\frac{\partial z_1}{\partial x_j} \right)_0 .\left(x_j - m_{x_j}\right) + \sum_{k=1}^{p} \left(\frac{\partial z_1}{\partial y_k} \right)_0 .\left(y_k - m_{y_k}\right)
\end{aligned}
\right\} \qquad (3.59)
$$

În sistemul de ecuații (3.59) mărimile m_{x_j} și m_{y_k} (**j = 1, 2,...,n; k = 1, 2,...,p**) reprezintă valorile medii ale erorilor factorilor inițiali pentru semifabricate şi pentru sistemul de transformare, iar $\left(\frac{\partial z_i}{\partial x_j} \right)_0$ respectiv $\left(\frac{\partial z_i}{\partial y_k} \right)_0$ în care (**i = 1, 2,...,m; j = 1, 2,...,n; k = 1, 2,...,p**) sunt valorile derivatelor parțiale după substituirea lor în locul fiecărui argument al valorilor medii.

Dat fiind posibilitatea liniarizării dependențelor dintre variabilele inițiale şi finale ale unui proces tehnologic, se va prezenta metodologia de calcul pentru procesele tehnologice cu dependențe liniare.

3.5.3. Calculul matricial al dependențelor dintre variabilele de intrare şi ieşire la determinarea calității prelucrării mecanice

Rezolvarea sistemului de ecuații (3.57) prin metodele calculului matricial uşurează studiul calității prelucrării mecanice rezultată la prelucrarea pe sisteme tehnologice cu multe variabile de intrare şi ieşire, simplifică şi sistematizează operațiile de transformare, reduce volumul de muncă pentru efectuarea calculelor şi face ca rezultatele obținute să fie mai intuitive.

Pentru scrierea sistemului de ecuații (3.57) sub formă matricială se introduc în studiu matricele dreptunghiulare de tipurile **A** şi **B** corespunzător valorilor **m x n** şi **m x p** alcătuite din elemente în care fiecare este egal cu coeficientul parțial de transfer din sistemul (3.57).

Ca urmare:

Material cu drept de autor

$$A=\begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{Vmatrix} \quad \text{şi} \quad B=\begin{Vmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1p} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mp} \end{Vmatrix} \tag{3.60}$$

Se va nota cu **X, Y** şi **Z** matricele coloană (vector coloană) ale căror elemente sunt variabilele ce caracterizează factorii inițiali ai semifabricatului $\mathbf{x_j}$ şi sistemului de transformare $\mathbf{y_k}$ şi respectiv erorile finale $\mathbf{z_l}$:

$$X=\begin{Vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{Vmatrix} \qquad Y=\begin{Vmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_p \end{Vmatrix} \qquad Z=\begin{Vmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \dots \\ z_m \end{Vmatrix} \tag{3.61}$$

De asemenea, se va nota cu $\mathbf{A_0}$ matricea coloană ale cărei elemente sunt constante şi sunt alcătuite din variabilele finale care caracterizează erorile sistematice ale sistemului de transformare:

$$A_0=\begin{Vmatrix} a_{10} \\ a_{20} \\ \dots \\ a_{m0} \end{Vmatrix} \tag{3.62}$$

Considerând regula de înmulțire a matricelor, sistemul de ecuații (3.57) poate fi scris sub următoarea formă matricială:

$$Z = A_0 + AX + BY \tag{3.63}$$

Rolul analitic al transformării liniare a erorilor (3.57) este determinat univoc de matricele **A, B** şi $\mathbf{A_0}$. Şi invers, având matricele **A, B** şi $\mathbf{A_0}$ se poate construi transformarea liniară (3.57) pentru care **A** şi **B** servesc drept matrice dreptunghiulare pentru coeficienții de transfer, iar $\mathbf{A_0}$ – matricea coloană pentru termenii liberi. În acest fel, între transformarea liniară a erorilor (3.57) şi matricele **A, B** şi $\mathbf{A_0}$ există o corespondență reciprocă şi univocă. Conform egalității (3.63) matricele **A** şi **B** pot fi privite ca operatori ai transformării liniare a factorilor inițiali proprii semifabricatelor şi care transformă sistemele în erorile finale de prelucrare a pieselor în cadrul operației tehnologice date.

Din relația (3.60) rezultă că matricele de legătură reciprocă **A** şi **B** se construiesc relativ simplu. Elementele diagonalelor principale constituie coeficienții de transfer ale elementelor principale, iar celelalte elemente ale matricei constituie coeficienții de transfer ai legăturilor încrucişate, care determină partea de participare a factorilor inițiali la formarea erorii totale de

Material cu drept de autor

prelucrare. În cazurile când lipsesc legăturile din matrice, în locul respectiv se trece **zero**. Dacă legăturile sunt directe, dar negative, atunci elementele matricelor se înscriu cu semnul minus.

Relațiile dintre numărul de erori de prelucrare şi factorii inițiali determină tipul matricelor de legătură reciprocă. În cazul general matricele de legătură reciprocă **A** şi **B** dintre factorii inițiali şi erorile de prelucrare sunt dreptunghiulare şi se determină cu relațiile (3.60). Acest caz corespunde cu procesul tehnologic în care numărul de erori de prelucrare nu este egal cu numărul de factori inițiali. În particular, numărul de ieşiri poate să fie mai mic sau mai mare decât numărul de intrări.

Matricele de legătură reciprocă **A** şi **B** pot fi şi pătratice:

$$A=\begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mm} \end{Vmatrix} \quad \text{şi} \quad B=\begin{Vmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1m} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mm} \end{Vmatrix} \qquad (3.64)$$

Acest caz corespunde cu procesul tehnologic în care numărul de factori inițiali şi numărul de factori de ieşire, cât şi pentru sistemul de transformare sunt egali, adică **n = m = p**. În lipsa legăturilor încrucişate între elementele sistemului de transformare, matricele de legătură reciprocă devin diagonale, adică:

$$A=\begin{Vmatrix} a_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_m \end{Vmatrix} \quad \text{şi} \quad B=\begin{Vmatrix} b_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & b_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & b_m \end{Vmatrix} \qquad (3.65)$$

În acest caz schema structurală a procesului tehnologic se descompune în câteva subsisteme autonome, în care factorii inițiali anexați elementelor se transformă complet independent unii față de alții. Într-un asemenea sistem de transformare toate erorile de ieşire sunt reciproc independente.

Într-o serie de cazuri matricele legăturilor reciproce constituie un rând-vector:

$$A=\begin{Vmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_n \end{Vmatrix} \quad B=\begin{Vmatrix} b_1 & b_2 & \dots & b_p \end{Vmatrix} \qquad (3.66)$$

Aceste condiții corespund la diferite tipuri de procese tehnologice cu mulți factori inițiali şi cu o singură eroare de prelucrare.

Pentru procesul tehnologic în care la intrare acționează câte un factor inițial al semifabricatului şi al sistemului de transformare, iar la ieşire se separă un parametru de calitate a pieselor, matricele de legătură reciprocă degenerează în numerele **a** şi **b**.

Material cu drept de autor

Dacă calitatea prelucrării mecanice este determinată în întregime de erori condiționate de sistemul de transformare şi nu depinde de erorile semifabricatelor, atunci matricele de legătură reciprocă capătă următorul aspect:

$$A=\begin{Vmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{Vmatrix} \qquad B=\begin{Vmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1p} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mp} \end{Vmatrix} \tag{3.67}$$

Aici toate elementele matricei **A**, care caracterizează influența erorilor semifabricatelor în ce priveşte calitatea prelucrării mecanice, sunt egale cu zero.

În sfârşit, dacă calitatea prelucrării mecanice nu depinde de erorile sistemului de transformare şi este pe deplin determinată de erorile semifabricatelor, atunci din contră, toate elementele matricei **B**, care realizează transferul erorilor sistemului de transformare în precizie de prelucrare sunt egale cu zero, iar matricea **A** rămâne aceeaşi ca în expresiile (3.60).

Diferitele exemple care ilustrează aplicarea variantelor examinate de matrice pentru legături reciproce la rezolvarea problemelor concrete de precizie de prelucrare se rezolvă în concordanță cu particularitățile problemelor respective.

3.5.4. Construirea schemelor structurale ale proceselor tehnologice

O simplificare intuitivă a aspectelor legate de calculul preciziei de prelucrare se obține prin prezentarea proceselor tehnologice sub formă de scheme structurale, analoage acelora din teoria reglării automate.

Schemele structurale realizate pentru analiza formării calității prelucrării mecanice permit să se pună în evidență influențe sugestivă a factorilor de intrare şi a factorilor interni asupra preciziei prelucrării mecanice. Ele asigură o înțelegere clară a fenomenelor fizice de formare a erorilor de producție. Pe schemele structurale se observă clar interdependențele dintre variabilele de intrare şi de ieşire, apare sugestivă latura matematică a transformării factorilor tehnologici în eroare de prelucrare.

Schema structurală reprezintă un grafic analog cu ecuația liniarizată, care, pe baza notațiilor structurale introduse, clarifică legătura reciprocă dintre imaginile factorilor inițiali şi erorile de prelucrare care intră în ecuație. Pentru procesele tehnologice neliniare există o limitare mare în ce priveşte folosirea metodelor structurale, deoarece principiul de superpoziție, în acest caz, nu este valabil.

Material cu drept de autor

Metodele structurale nu pot contrazice metodele analitice de transformare liniară a factorilor inițiali în erori de producție. Din contră, ele fac ca această situație să fie mai sugestivă şi mai comodă în practică.

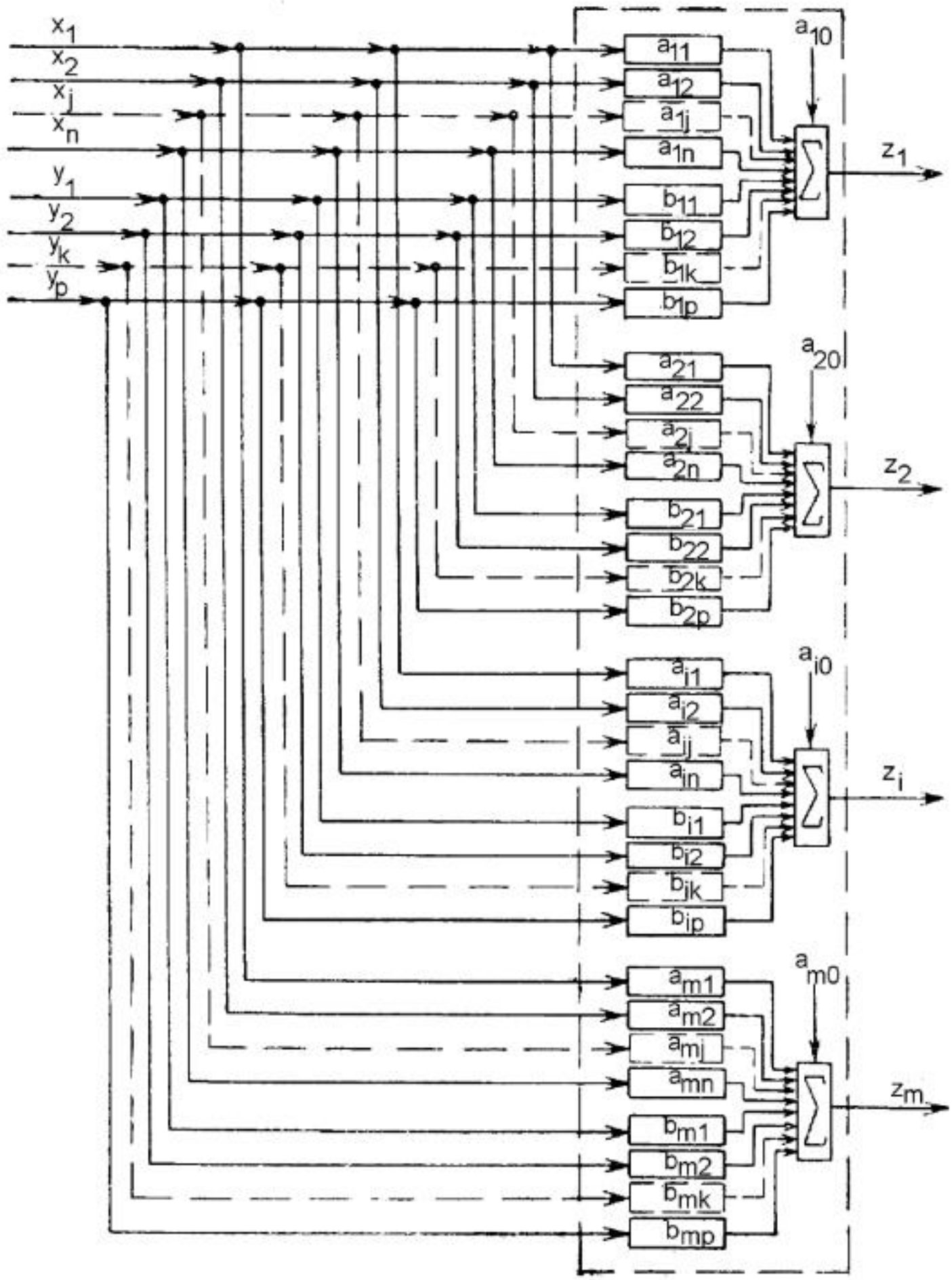


Fig.3.9. Schema structurală desfăşurată între factorii inițiali şi erorile de prelucrare pentru un proces tehnologic monooperațional

Material cu drept de autor

În figura 3.9 se prezintă schema structurală construită pentru procesul tehnologic descris în sistemul de ecuații (3.57). Ea este alcătuită din următoarele elemente:

a. elementele acțiunii dirijate care fac transferul variabilelor de intrare numai într-o singură direcție şi anume dinspre intrare spre ieşire. Elementele dirijate sunt reprezentate prin dreptunghiuri în interiorul cărora se află un simbol literal al coeficientului de transfer $\mathbf{a_{ij}}$ sau $\mathbf{b_{ik}}$, care reprezintă gradul de influență a aceluiaşi factor inițial asupra erorii totale de prelucrare;

b. legăturile simbolizate prin săgeți direcția de propagare a acțiunilor provocate de factorii inițiali față de erorile de prelucrare;

c. elementele de însumare algebrică, în care se adună sau se scad factorii tehnologici inițiali. Elementele de însumare sunt reprezentate prin dreptunghiuri şi sunt notate cu semnul „Σ" de însumare;

d. punctele de derivație în care influențele factorilor inițiali se ramifică, îndreptându-se spre diferite mărimii de ieşire care simbolizează erorile de prelucrare.

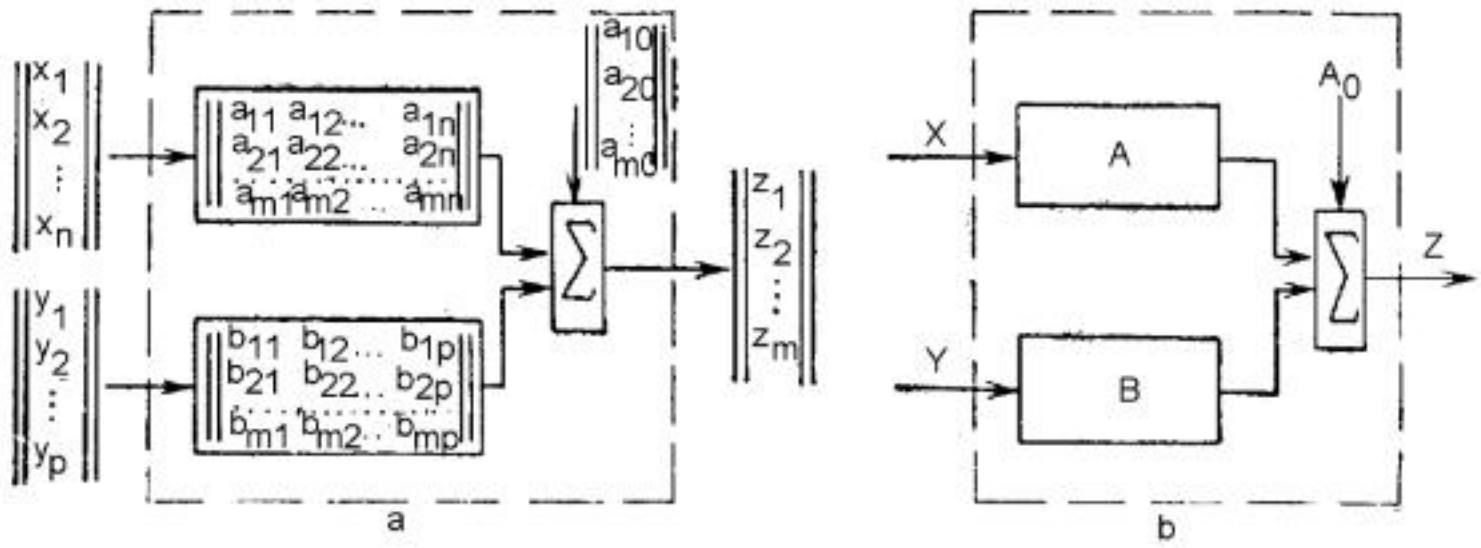


Fig.3.10. Scheme structurale echivalente matricial între factorii inițiali şi erorile de prelucrare pentru un proces tehnologic monooperațional

Schema structurală examinată este formată dintr-o serie de elemente legate între ele astfel încât fiecare dintre cele **m** mărimi de ieşire, care simbolizează erorile de prelucrare, depinde de toți (**n + p**) factori inițiali de intrare sau interni sistemului tehnologic, incluşi în analiză: $\mathbf{x_1, x_2,...,x_n}$ şi $\mathbf{y_1, y_2,...,y_p}$, determinând modificarea oricărei din erorile de ieşire. O asemenea schemă structurală reflectă intuitiv şi corect sistemul tehnologic, punând în evidență calea naturală şi fenomenele fizice reale care realizează legătura dintre variabilele de intrare şi ieşire, prin intermediul sistemului de transformare. Schema structurală a procesului tehnologic, cu multe intrări şi ieşiri, poate fi reprezentată şi sub formă de schemă structurală matricială, în formă desfăşurată (figura 3.10-a) şi respectiv sub formă structurală matricială compactă (figura 3.10-b).

Material cu drept de autor

În schemele structurale matriciale, variabilele de intrare şi ieşire constituie vectorii coloană **X, Y** şi **Z**, iar coeficienţii de amplificare a factorilor iniţiali constituie matricele de legături reciproce **A** şi **B**.

Pentru a se putea deosebi schemele structurale matriciale de schemele structurale obişnuite, vectorii variabilelor iniţiale şi finale, care fac legătura dintre elementele matriciale, se reprezintă cu două linii. Din punct de vedere formal, schemele structurale matriciale sunt asemănătoare cu cele obişnuite, însă ele cuprind informaţii mai bogate.

3.5.5. Determinarea parametrilor statistici ai erorilor de prelucrare

În condiţiile unei producţii de serie mare sau în masă, realizată în aceleaşi condiţii nominale, variabilele de intrare şi ieşire ale sistemului de transformare se pot considera variabile întâmplătoare sau funcţii întâmplătoare. Pentru determinarea erorilor de prelucrare, în acest caz, este necesar să se treacă de la sistemul de ecuaţii (3.57), care face legătura între valorile individuale particulare a variabilelor de intrare şi ieşire, la un sistem de ecuaţii care fac legătura între valorile medii şi dispersiile variabilelor de intrare şi ieşire. Rezolvarea acestei probleme se face prin aplicarea la sistemul de ecuaţii (3.57) a teoremei referitoare la caracteristicile numerice ale funcţiei liniare, cu argumente aleatoare reciproc independente.

Între valorile medii ale variabilelor de intrare şi ieşire se poate scrie următorul sistem de ecuaţii:

$$\begin{aligned}
m_{z_1} &= a_{10} + a_{11}.m_{x_1} + a_{12}.m_{x_2} + \ldots + a_{1n}.m_{x_n} + \\
&\quad + b_{11}.m_{y_1} + b_{12}.m_{y_2} + \ldots + b_{1p}.m_{y_p} \\
m_{z_2} &= a_{20} + a_{21}.m_{x_1} + a_{22}.m_{x_2} + \ldots + a_{2n}.m_{x_n} + \\
&\quad + b_{21}.m_{y_1} + b_{22}.m_{y_2} + \ldots + b_{2p}.m_{y_p} \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
m_{z_m} &= a_{m0} + a_{m1}.m_{x_1} + a_{m2}.m_{x_2} + \ldots + a_{mn}.m_{x_n} + \\
&\quad + b_{m1}.m_{y_1} + b_{m2}.m_{y_2} + \ldots + b_{mp}.m_{y_p}
\end{aligned} \tag{3.68}$$

iar între dispersiile lor sistemul de ecuaţii:

$$\begin{aligned}
D_{z_1} &= a_{11}^2.D_{x_1} + a_{12}^2.D_{x_2} + \ldots + a_{1n}^2.D_{x_n} + \\
&\quad + b_{11}^2.D_{y_1} + b_{12}^2.D_{y_2} + \ldots + b_{1p}^2.D_{y_p} \\
D_{z_2} &= a_{21}^2.D_{x_1} + a_{22}^2.D_{x_2} + \ldots + a_{2n}^2.D_{x_n} + \\
&\quad + b_{21}^2.D_{y_1} + b_{22}^2.D_{y_2} + \ldots + b_{2p}^2.D_{y_p}
\end{aligned} \tag{3.69}$$

Material cu drept de autor

....

$$D_{z_m} = a_{m1}^2 . D_{x_1} + a_{m2}^2 . D_{x_2} + ... + a_{mn}^2 . D_{x_n} + \quad (3.69)$$
$$+ b_{m1}^2 . D_{y_1} + b_{m2}^2 . D_{y_2} + ... + b_{mp}^2 . D_{y_p}$$

Dacă se foloseşte forma matricială de scriere, sistemul de ecuații (3.69) va lua aspectul:

$$M\{Z\} = A_0 + AM\{X\} + BM\{Y\} \quad (3.70)$$

iar sistemul de ecuații (3.69) va lua aspectul:

$$D\{Z\} = C\,D\{X\} + F\,D\{Y\} \quad (3.71)$$

în care:

$$M\{Z\} = \begin{Vmatrix} m_{z_1} \\ m_{z_2} \\ \dots \\ m_{z_m} \end{Vmatrix} \quad M\{X\} = \begin{Vmatrix} m_{x_1} \\ m_{x_2} \\ \dots \\ m_{x_n} \end{Vmatrix} \quad M\{Y\} = \begin{Vmatrix} m_{y_1} \\ m_{y_2} \\ \dots \\ m_{y_p} \end{Vmatrix} \quad (3.72)$$

reprezintă matricele coloană ale căror elemente sunt valorile medii ale erorilor de prelucrare $\mathbf{z}_i$, ale factorilor inițiali de intrare $\mathbf{x}_j$ şi $\mathbf{y}_k$.

În mod analog:

$$D\{Z\} = \begin{Vmatrix} D_{z_1} \\ D_{z_2} \\ \dots \\ D_{z_m} \end{Vmatrix} \quad D\{X\} = \begin{Vmatrix} D_{x_1} \\ D_{x_2} \\ \dots \\ D_{x_n} \end{Vmatrix} \quad D\{Y\} = \begin{Vmatrix} D_{y_1} \\ D_{y_2} \\ \dots \\ D_{y_p} \end{Vmatrix} \quad (3.73)$$

reprezintă matricele coloană ale căror elemente sunt dispersiile erorilor de prelucrare $\mathbf{z}_i$ ale factorilor inițiali de intrare $\mathbf{x}_j$ şi ale factorilor interni ai sistemului de transformare $\mathbf{y}_k$.

De asemenea:

$$C = \begin{Vmatrix} a_{11}^2 & a_{12}^2 & \dots & a_{1n}^2 \\ a_{21}^2 & a_{22}^2 & \dots & a_{2n}^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1}^2 & a_{m2}^2 & \dots & a_{mn}^2 \end{Vmatrix} \quad F = \begin{Vmatrix} b_{11}^2 & b_{12}^2 & \dots & b_{1p}^2 \\ b_{21}^2 & b_{22}^2 & \dots & b_{2p}^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1}^2 & b_{m2}^2 & \dots & b_{mp}^2 \end{Vmatrix} \quad (3.74)$$

reprezintă matricele ale căror elemente realizează transformarea dispersiei factorilor inițiali de intrare şi interni sistemului de transformare, în dispersia erorilor de prelucrare.

În cazul general, când factorii tehnologici inițiali sunt legați între ei printr-o dependență de corelație, în relațiile (3.69), pentru dispersia erorilor de prelucrare, se introduce un grup de termeni suplimentari, care conțin coeficienți de corelație:

Material cu drept de autor

$$D_{z_1} = a_{11}^2 D_{x_1} + a_{12}^2 D_{x_2} + \ldots + a_{1n}^2 D_{x_n} +$$
$$+ b_{11}^2 D_{y_1} + b_{12}^2 D_{y_2} + \ldots + b_{1p}^2 D_{y_p} +$$
$$+ \sum_{\substack{j,\mu=1 \\ j\neq\mu}}^{n} a_{1j} a_{1\mu} \rho_{x_j x_\mu} \sigma_{x_j} \sigma_{x_\mu} + \sum_{\substack{k,s=1 \\ k\neq s}}^{p} b_{1k} b_{1s} \rho_{y_k y_s} \sigma_{y_k} \sigma_{y_s} +$$
$$+ \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{p} a_{1j} b_{1k} \rho_{x_j y_k} \sigma_{x_j} \sigma_{y_k}$$

$$D_{z_2} = a_{21}^2 D_{x_1} + a_{22}^2 D_{x_2} + \ldots + a_{2n}^2 D_{x_n} +$$
$$+ b_{21}^2 D_{y_1} + b_{22}^2 D_{y_2} + \ldots + b_{2p}^2 D_{y_p} +$$
$$+ \sum_{\substack{j,\mu=1 \\ j\neq\mu}}^{n} a_{2j} a_{2\mu} \rho_{x_j x_\mu} \sigma_{x_j} \sigma_{x_\mu} + \sum_{\substack{k,s=1 \\ k\neq s}}^{p} b_{2k} b_{2s} \rho_{y_k y_s} \sigma_{y_k} \sigma_{y_s} + \qquad (3.75)$$
$$+ \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{p} a_{2j} b_{2k} \rho_{x_j y_k} \sigma_{x_j} \sigma_{y_k}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$D_{z_m} = a_{m1}^2 D_{x_1} + a_{m2}^2 D_{x_2} + \ldots + a_{mn}^2 D_{x_n} +$$
$$+ b_{m1}^2 D_{y_1} + b_{m2}^2 D_{y_2} + \ldots + b_{mp}^2 D_{y_p} +$$
$$+ \sum_{\substack{j,\mu=1 \\ j\neq\mu}}^{n} a_{mj} a_{m\mu} \rho_{x_j x_\mu} \sigma_{x_j} \sigma_{x_\mu} + \sum_{\substack{k,s=1 \\ k\neq s}}^{p} b_{mk} b_{ms} \rho_{y_k y_s} \sigma_{y_k} \sigma_{y_s} +$$
$$+ \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{p} a_{mj} b_{mk} \rho_{x_j y_k} \sigma_{x_j} \sigma_{y_k}$$

în care $\rho_{x_j x_\mu}, \rho_{y_k y_s}, \rho_{x_j y_k}$ sunt coeficienții de corelație dintre factorii tehnologici $\mathbf{x_j}$ şi $\mathbf{x_\mu}$, $\mathbf{y_k}$ şi $\mathbf{y_s}$, $\mathbf{x_j}$ şi $\mathbf{y_k}$; $\sigma_{x_j}, \sigma_{x_\mu}, \sigma_{y_s}$ - abaterile medii pătratice ale erorilor aceloraşi factori inițiali.

În formă matricială, dispersia erorilor de prelucrare (3.75) poate fi scrisă sub forma:

$$D\{Z\} = C\,D\{X\} + F\,D\{Y\} + H\,K\{x_j x_\mu\} + R\,K\{y_k y_s\} + T\,K\{x_j x_k\} \qquad (3.76)$$

în care **H** – matricea celulară (bloc) de tipul (**m x n**) care realizează transformarea momentelor de corelație a factorilor inițiali ai semifabricatului $\mathbf{x_j}$ şi $\mathbf{x_\mu}$ în dispersia erorii totale de prelucrare; $\mathbf{K\{x_j x_\mu\}}$ - matrice de tipul (**n x 1**), descompusă în celule ale căror elemente sunt momentele de

corelație ai factorilor inițiali ai semifabricatului $\mathbf{x_j}$ şi $\mathbf{x_\mu}$; $\mathbf{R}$ – matrice celulare de tipul (**m x p**) care realizează transformarea momentelor de corelație ai factorilor inițiali interni ai sistemului de transformare $\mathbf{y_k}$ şi $\mathbf{y_s}$ în dispersia erorii de prelucrare; $\mathbf{K\{y_k y_s\}}$ - matrice de tip (**p x 1**) descompusă în celule ale căror elemente sunt momente de corelație a factorilor inițiali interni sistemului de transformare $\mathbf{y_k}$ şi $\mathbf{y_s}$; $\mathbf{T}$ – matrice celulare de tip (**m x n**), care realizează transformarea momentului de corelație ai factorilor inițiali $\mathbf{x_j}$ şi $\mathbf{y_k}$ ai semifabricatului în dispersie a erorii de prelucrare; $\mathbf{K\{x_j y_k\}}$ - matrice de tipul (**n x 1**) descompusă în celule ale căror elemente sunt momentele de corelație a factorilor inițiali ai semifabricatului şi ai sistemului de transformare $\mathbf{x_j}$ şi $\mathbf{y_k}$.

Semnificația celorlalte notații a fost specificată anterior.

Matricele $\mathbf{H}$, $\mathbf{R}$ şi $\mathbf{T}$ din relația (3.76) se vor determina cu relațiile următoare:

$$H=\begin{Vmatrix} H_{11} & H_{12} & \dots & H_{1n} \\ H_{21} & H_{22} & \dots & H_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ H_{m1} & H_{m2} & \dots & H_{mn} \end{Vmatrix} \quad R=\begin{Vmatrix} R_{11} & R_{12} & \dots & R_{1p} \\ R_{21} & R_{22} & \dots & R_{2p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{m1} & R_{m2} & \dots & R_{mp} \end{Vmatrix} \quad T=\begin{Vmatrix} T_{11} & T_{12} & \dots & T_{1n} \\ T_{21} & T_{22} & \dots & T_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ T_{m1} & T_{m2} & \dots & T_{mn} \end{Vmatrix} \tag{3.77}$$

unde:

$$\left.\begin{aligned} H_{11}&=a_{11}\left\|a_{12}a_{13}\dots a_{1n}\right\| \qquad H_{12}=a_{12}\left\|a_{11}a_{13}\dots a_{1n}\right\| \\ &\dots\dots\dots\dots\dots \qquad H_{mn}=a_{mn}\left\|a_{m1}a_{m2}\dots a_{mn-1}\right\| \end{aligned}\right\} \tag{3.78}$$

$$\left.\begin{aligned} R_{11}&=b_{11}\left\|b_{12}b_{13}\dots b_{1p}\right\| \qquad R_{12}=b_{12}\left\|b_{11}b_{13}\dots b_{1p}\right\| \\ &\dots\dots\dots\dots\dots \qquad R_{mp}=b_{mp}\left\|b_{m1}b_{m2}\dots b_{mp-1}\right\| \end{aligned}\right\} \tag{3.79}$$

$$\left.\begin{aligned} T_{11}&=a_{11}\left\|b_{11}b_{12}\dots b_{1p}\right\| \qquad T_{12}=a_{12}\left\|b_{11}b_{12}\dots b_{1p}\right\| \\ &\dots\dots\dots\dots\dots \qquad T_{mn}=a_{mn}\left\|b_{m1}b_{m2}\dots b_{mp}\right\| \end{aligned}\right\}$$

Matricele coloană (bloc) din relația (3.76) vor avea aspectul:

$$K\{x_j x_\mu\}=\begin{Vmatrix} K_{x_1 x_\mu} \\ K_{x_2 x_\mu} \\ \dots \\ K_{x_n x_\mu} \end{Vmatrix} \quad K\{y_k y_s\}=\begin{Vmatrix} K_{y_1 y_s} \\ K_{y_2 y_s} \\ \dots \\ K_{y_p y_s} \end{Vmatrix} \quad K\{x_j y_k\}=\begin{Vmatrix} K_{x_1 y_k} \\ K_{x_2 y_k} \\ \dots \\ K_{x_n y_k} \end{Vmatrix} \tag{3.80}$$

unde:

Material cu drept de autor

$$K_{x_1x_\mu}=\sigma_{x_1}\begin{Vmatrix}\rho_{x_1x_2} & \sigma_{x_2}\\ \rho_{x_1x_3} & \sigma_{x_3}\\ \dots & \dots\\ \rho_{x_1x_n} & \sigma_{x_n}\end{Vmatrix}\qquad K_{x_2x_\mu}=\sigma_{x_2}\begin{Vmatrix}\rho_{x_2x_1} & \sigma_{x_1}\\ \rho_{x_2x_3} & \sigma_{x_3}\\ \dots & \dots\\ \rho_{x_2x_n} & \sigma_{x_n}\end{Vmatrix}\Bigg\}\tag{3.81}$$

$$\dots\dots\dots\dots\qquad K_{x_nx_\mu}=\sigma_{x_n}\begin{Vmatrix}\rho_{x_nx_1} & \sigma_{x_1}\\ \rho_{x_nx_2} & \sigma_{x_2}\\ \dots & \dots\\ \rho_{x_nx_{n-1}} & \sigma_{x_{n-1}}\end{Vmatrix}\Bigg\}$$

$$K_{y_1y_s}=\sigma_{y_1}\begin{Vmatrix}\rho_{y_1y_2} & \sigma_{y_2}\\ \rho_{y_1y_3} & \sigma_{y_3}\\ \dots & \dots\\ \rho_{y_1y_p} & \sigma_{y_p}\end{Vmatrix}\qquad K_{y_2y_s}=\sigma_{y_2}\begin{Vmatrix}\rho_{y_2y_1} & \sigma_{y_1}\\ \rho_{y_2y_3} & \sigma_{y_3}\\ \dots & \dots\\ \rho_{y_2y_p} & \sigma_{y_p}\end{Vmatrix}\Bigg\}\tag{3.82}$$

$$\dots\dots\dots\dots\qquad K_{y_py_s}=\sigma_{y_p}\begin{Vmatrix}\rho_{y_py_1} & \sigma_{y_1}\\ \rho_{y_py_2} & \sigma_{y_3}\\ \dots & \dots\\ \rho_{y_px_{p-1}} & \sigma_{y_{p-1}}\end{Vmatrix}\Bigg\}$$

$$K_{x_1y_k}=\sigma_{x_1}\begin{Vmatrix}\rho_{x_1y_1} & \sigma_{y_1}\\ \rho_{x_1y_2} & \sigma_{y_2}\\ \dots & \dots\\ \rho_{x_1y_p} & \sigma_{y_p}\end{Vmatrix}\qquad K_{x_2y_k}=\sigma_{x_2}\begin{Vmatrix}\rho_{x_2y_1} & \sigma_{y_1}\\ \rho_{x_2y_2} & \sigma_{y_2}\\ \dots & \dots\\ \rho_{x_2y_p} & \sigma_{y_p}\end{Vmatrix}\Bigg\}\tag{3.83}$$

$$\dots\dots\dots\dots\qquad K_{x_ny_k}=\sigma_{x_n}\begin{Vmatrix}\rho_{x_ny_1} & \sigma_{y_1}\\ \rho_{x_ny_2} & \sigma_{y_3}\\ \dots & \dots\\ \rho_{x_ny_p} & \sigma_{y_p}\end{Vmatrix}\Bigg\}$$

Rezolvarea ecuației (3.76) prezintă unele aspecte particulare:

a. când factorii inițiali ai semifabricatelor $\mathbf{x_{i\mu}}$ şi ai sistemului de transformare $\mathbf{y_k y_s}$ sunt reciproc independenți, adică $\rho_{x_jx_\mu}=\rho_{y_ky_s}=$

$=\rho_{x_jy_k}=0$

$$D\{Z\}=C\,D\{X\}+F\,D\{Y\}\tag{3.84}$$

Material cu drept de autor

b. când numai factorii inițiali ai semifabricatului $\mathbf{x_j}$ şi $\mathbf{x_\mu}$ sunt corelați între ei, adică $\rho_{y_k y_s} = \rho_{x_j y_k} = 0;\ \rho_{x_j x_\mu} \neq 0$:

$$D\{Z\} = C\,D\{X\} + F\,D\{Y\} + H\,K\{x_j x_\mu\} \qquad (3.85)$$

c. când numai factorii inițiali ai sistemului de transformare $\mathbf{y_k}$ şi $\mathbf{y_s}$ sunt corelați între ei, adică: $\rho_{x_j x_\mu} = \rho_{x_j y_k} = 0;\ \rho_{y_k y_s} \neq 0$:

$$D\{Z\} = C\,D\{X\} + F\,D\{Y\} + R\,K\{y_k y_s\} \qquad (3.86)$$

d. când factorii inițiali ai semifabricatelor $\mathbf{x_j}$ şi factorii inițiali ai sistemului de transformare $\mathbf{y_k}$ sunt corelați perechi, adică: $\rho_{x_j x_\mu} = \rho_{y_k y_s} = 0$ şi $\rho_{x_j y_k} \approx 0$:

$$D\{Z\} = C\,D\{X\} + F\,D\{Y\} + T\,K\{x_j y_k\} \qquad (3.87)$$

e. când factorii inițiali ai semifabricatului $\mathbf{x_j}$ şi factorii inițiali ai sistemului de transformare $\mathbf{y_k}$ sunt independenți, adică: $\rho_{x_j y_k} = 0$ şi $\rho_{x_j x_\mu} \neq 0;\ \rho_{y_k y_s} \neq 0$:

$$D\{Z\} = C\,D\{X\} + F\,D\{Y\} + H\,K\{x_j x_\mu\} + R\,K\{y_k y_s\} \qquad (3.88)$$

f. când factorii inițiali ai sistemului de transformare $\mathbf{y_k}$ şi $\mathbf{y_s}$ sunt independenți, adică: $\rho_{x_j x_\mu} \neq 0;\ \rho_{x_j y_k} \neq 0;\ \rho_{y_k y_s} = 0$:

$$D\{Z\} = C\,D\{X\} + F\,D\{Y\} + H\,K\{x_j x_\mu\} + T\,K\{x_j y_k\} \qquad (3.89)$$

g. când factorii inițiali ai semifabricatului $\mathbf{x_j}$ şi $\mathbf{x_\mu}$ sunt independenți, adică: $\rho_{x_j x_\mu} = 0;\ \rho_{y_k y_s} \neq 0;\ \rho_{x_j y_k} \neq 0$:

$$D\{Z\} = C\,D\{X\} + F\,D\{Y\} + R\,K\{y_k y_s\} + T\,K\{x_j y_k\} \qquad (3.90)$$

3.5.6. Studii de caz

Se va folosi metodologia de calcul, prezentată în paragrafele precedente, pentru elaborarea modelului matematic şi, pe baza lui, analiza calității procesului tehnologic de tratament termic la inelele interioare de la rulmentul seria 307.

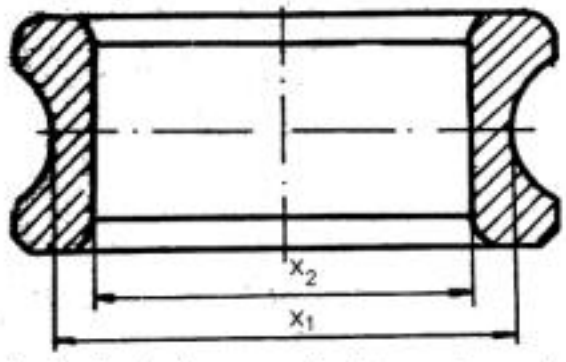


Fig.3.11. Forma inelului interior la rulmentul 307

1. Se va considera astfel procesul tehnologic de tratament termic la inelele interioare de la rulmentul seria 307, figura 3.11.

Procesul de tratament termic se caracterizează printr-un număr mare de factori tehnologici. Însă, nu toți aceşti factori tehnologici prezintă aceeaşi

importanță din punctul de vedere al influenței lor asupra preciziei dimensionale, de formă şi poziție reciprocă a suprafețelor pieselor supuse tratamentului termic. De aceea se vor lua în considerare numai factorii a căror influență este esențială pentru rezolvarea problemei propuse. Se vor lua în studiu parametrii inițiali ai semifabricatului: $\mathbf{x_1}$ – diametrul căii de rulare; $\mathbf{x_2}$ – diametrul interior al rulmentului; $\mathbf{x_3}$ – ovalitatea căii de rulare; $\mathbf{x_4}$ – ovalitatea alezajului inelului de rulment (în documentația tehnologică se prescriu valorile: $\mathbf{x_1 = 43^{+0,3}}$ mm; $\mathbf{x_2 = 34,7_{-0,3}}$ mm). În calitate de variabile de ieşire se consideră: $\mathbf{z_1}$ - diametrul căii de rulare; $\mathbf{z_2}$ – diametrul alezajului inelului de rulment; $\mathbf{z_3}$ – ovalitatea căii de rulare; $\mathbf{z_4}$ – ovalitatea alezajului inelului de rulment. Drept componente ale variabilelor de ieşire au fost luate erorile sistematice $\mathbf{a_{10}}$, $\mathbf{a_{20}}$, $\mathbf{a_{30}}$, $\mathbf{a_{40}}$ condiționate însăşi de procesul de tratament termic.

La elaborarea modelului matematic s-au impus ipotezele că variabilele de intrare sunt necorelate şi că fiecare din variabilele de ieşire $\mathbf{z_i}$ depinde numai de unul din factorii inițiali şi această dependență este aproximativ liniară, $\mathbf{z_i = f(x_i), (i = 1, 2, 3, 4)}$.

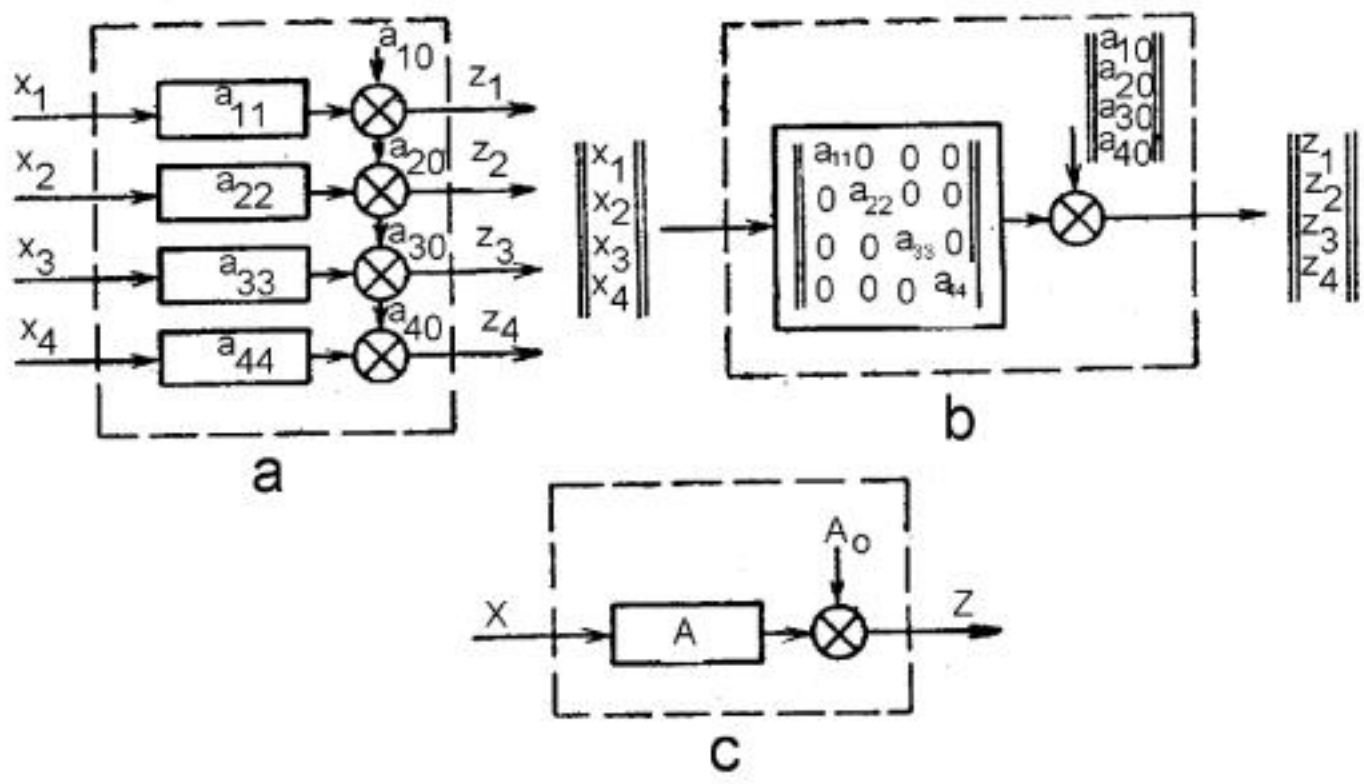


Fig.3.12. Schema structurală a procesului tehnologic de tratament termic (a – desfăşurată; b – matricială desfăşurată; c – matricială compactă)

Având în vedere notațiile şi ipotezele menționate mai sus, procesul tehnologic de tratament termic de cercetat poate fi prezentat sub formă de schemă structurală desfăşurată (figura 3.12-a) sau sub formă de scheme structurale matriciale (figura 3.12-b şi figura 3.12-c).

Caracteristicile statice ale schemei structurale a procesului tehnologic de tratament termic prezentată în figura 3.9 se determină cu ecuația matricială:

$$Z = A_0 + AX \qquad (3.91)$$

sau, respectiv:

$$\begin{Vmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} a_{10} \\ a_{20} \\ a_{30} \\ a_{40} \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{Vmatrix} \times \begin{Vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Vmatrix} \tag{3.92}$$

Formulele matriciale care leagă între ele valorile medii şi dispersiile variabilelor de intrare de cele ale variabilelor de ieşire vor fi:

$$M\{Z\} = A_0 + AM\{X\} \tag{3.93}$$

$$D\{Z\} = B\,D\{X\} \tag{3.94}$$

sau, respectiv:

$$\begin{Vmatrix} m_{z_1} \\ m_{z_2} \\ m_{z_3} \\ m_{z_4} \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} a_{10} \\ a_{20} \\ a_{30} \\ a_{40} \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{Vmatrix} \times \begin{Vmatrix} m_{x_1} \\ m_{x_2} \\ m_{x_3} \\ m_{x_4} \end{Vmatrix} \tag{3.95}$$

$$\begin{Vmatrix} D_{z_1} \\ D_{z_2} \\ D_{z_3} \\ D_{z_4} \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} a_{11}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{22}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44}^2 \end{Vmatrix} \times \begin{Vmatrix} D_{x_1} \\ D_{x_2} \\ D_{x_3} \\ D_{x_4} \end{Vmatrix} \tag{3.96}$$

Matricele de transformare (operatorul) $\Delta = [a_{ij}]$ **(i = 1, 2, 3, 4)**, în relațiile (3.93) şi (3.94) sunt un caz particular de folosire a matricelor generalizate prezentate în relațiile (3.70) şi (3.76).

Din formulele matriciale (3.95) şi (3.96) se observă că pentru determinarea caracteristicilor de calitate la ieşirea pieselor de la tratamentul termic, în funcție de valorile parametrilor inițiali m_{x_i} şi D_{x_i}, este necesar să se cunoască valorile numerice ale coeficienților de transfer a_{ii} şi a_{i0} (i = 1, 2, 3, 4), proprii procesului tehnologic de tratament termic. Evaluarea coeficienților de transfer a_{ii} şi a_{i0} s-a obținut pe baza unor cercetări statistico-matematice experimentale adecvate, asupra dependenței dintre variabilele de intrare şi ieşire. Rezultatele prelucrării statistico-matematice a datelor experimentale obținute la analiza a opt loturi de inele de rulmenți, cu un volum de 804 bucăți sunt prezentate în tabelul 3.1. În tabelul 3.1 se prezintă valorile medii $\bar{x}_i$ şi $\bar{z}_i$ ale variabilelor de intrare şi ieşire, abaterile medii

pătratice s_{x_i} şi s_{z_i} ale variabilelor de intrare şi ieşire, coeficienţii de corelaţie $r_{z_i x_i}$, rapoartele de corelaţie $\eta_{z_i x_i}$ şi valorile coeficientului de verosimilitate a corelaţiei $\mu_{z_i x_i}$. Pentru valori ale coeficientului de verosimilitate $\mu_{z_i x_i} > 3$, cu o probabilitate de 99%, ipoteza unei corelaţii între variabilele de intrare şi ieşire se verifică.

Tabelul 3.1

Valorile caracteristicilor principale de precizie şi interdependenţele dintre variabilele de intrare şi ieşire la tratamentul termic al inelelor de interioare de rulmenţi din seria 307

Parametrii analizaţi	Notaţia folosită	Valorile medii $\bar{x}_i$ şi $\bar{z}_i$, mm	Abaterile medii pătratice s_{x_i} şi s_{z_i}, mm	Coeficienţii de corelaţie $r_{z_i x_i}$	Raportul de corelaţie $\eta_{z_i x_i}$	Coeficientul de verosimilitate $\mu_{z_i x_i}$
Diametrul căii de rulare:						
- intrare	x_1	43,7071	0,05262	-	-	-
- ieşire	z_1	43,6555	0,04416	0,909	0,918	129,8
Diametrul alezajului:						
- intrare	x_2	34,5756	0,05000	-	-	-
- ieşire	z_2	34,5927	0,06123	0,654	0,688	31,1
Ovalitatea căii de rulare:						
- intrare	x_3	0,0359	0,01920	-	-	-
- ieşire	z_3	0,0609	0,02810	0,546	0,553	45,5
Ovalitatea alezajului:						
- intrare	x_4	0,0312	0,01622	-	-	-
- ieşire	z_4	0,0584	0,02726	0,476	0,504	59,5

Pentru valorile din tabelul 3.1 se determină coeficienţii de regresie α_{ii} cu relaţia:

$$\alpha_{ii} = r_{z_i x_i} \frac{s_{z_i}}{s_{x_i}} \quad (i = 1, 2, 3, 4) \qquad (3.97)$$

care reprezintă însăşi evaluările coeficienţilor de transfer $\mathbf{a_{ii}}$. Substituind în relaţia (3.97) valorile din tabelul 3.1 se obţin coeficienţii: $\alpha_{11} = \mathbf{0,763}$; $\alpha_{22} = \mathbf{0,801}$; $\alpha_{33} = \mathbf{0,799}$; $\alpha_{44} = \mathbf{0,800}$.

Material cu drept de autor

Valorile parametrilor α_{io} se determină cu relația:

$$\alpha_{i0} = \bar{z}_i - \alpha_{ii}.\bar{x}_i \quad (i = 1, 2, 3, 4) \qquad (3.98)$$

care reprezintă estimațiile statistice ale erorilor sistematice constante a_{i0}. Substituind în relația (3.98) valorile $\bar{z}_i$ şi $\bar{x}_i$ din relația (3.97) şi tabelul 3.1 se va obține: $\alpha_{10} = 10,347$; $\alpha_{20} = 6,898$; $\alpha_{30} = 0,032$; $\alpha_{40} = 0,034$ mm.

Substituind în relațiile (3.92), (3.95) şi (3.96) valorile a_{ii} şi a_{i0} cu estimațiile lor statistice α_{ii} şi α_{io} se obține:

$$\begin{Vmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 10,347 \\ 6,898 \\ 0,032 \\ 0,034 \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} 0,763 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,801 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,799 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,800 \end{Vmatrix} \times \begin{Vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Vmatrix} \qquad (3.99)$$

$$\begin{Vmatrix} m_{z_1} \\ m_{z_2} \\ m_{z_3} \\ m_{z_4} \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 10,347 \\ 6,898 \\ 0,032 \\ 0,034 \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} 0,763 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,801 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,799 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,800 \end{Vmatrix} \times \begin{Vmatrix} m_{x_1} \\ m_{x_2} \\ m_{x_3} \\ m_{x_4} \end{Vmatrix} \qquad (3.100)$$

$$\begin{Vmatrix} D_{z_1} \\ D_{z_2} \\ D_{z_3} \\ D_{z_4} \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 0,582 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,642 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,638 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,640 \end{Vmatrix} \times \begin{Vmatrix} D_{x_1} \\ D_{x_2} \\ D_{x_3} \\ D_{x_4} \end{Vmatrix} \qquad (3.101)$$

În figura 3.13 se prezintă liniile empirice (continue) şi teoretice (punctate) ale regresiei, care exprimă dependențele dintre variabilele de intrare şi ieşire. De asemenea, sunt date ecuațiile liniilor teoretice de regresie.

Modul de reprezentare grafică a liniilor empirice de corelație pune în evidență, pe de o parte, legătura perechi dintre variabilele de intrare şi ieşire, iar, pe de altă parte, faptul că liniile empirice sunt linii frânte dovedesc existența unui câmp de împrăştiere mare a datelor experimentale în jurul liniilor teoretice de regresie şi deci şi influența a altor factori inițiali, neluați în considerare, asupra variabilelor de ieşire.

În această situație se impune evaluarea ponderii celorlalți factori, neluați în considerare, asupra variabilelor de ieşire. În acest scop, dispersia generală $s^2_{z_i}$ a erorilor rezultate la tratamentul termic se vor descompune într-o sumă de doi termeni:

Material cu drept de autor

$$s^2_{z_i} = s^2_{z_i / x_i} + s^2_{\overline{z_i / x_i}} \qquad (i = 1, 2, 3, 4) \qquad (3.102)$$

În relația (3.102) $s^2_{\overline{z_i / x_i}}$ caracterizează mărimea dispersiei generale $s^2_{z_i}$ la ieşirea operației, provocată de erorile x_1, x_2, x_3, x_4 a semifabricatelor, iar mărimea $s^2_{z_i / x_i}$ caracterizează mărimea dispersiei generale $s^2_{z_i}$ condiționată de influența factorilor neluați în considerare şi care este determinată de însăşi procesul tehnologic de tratament termic.

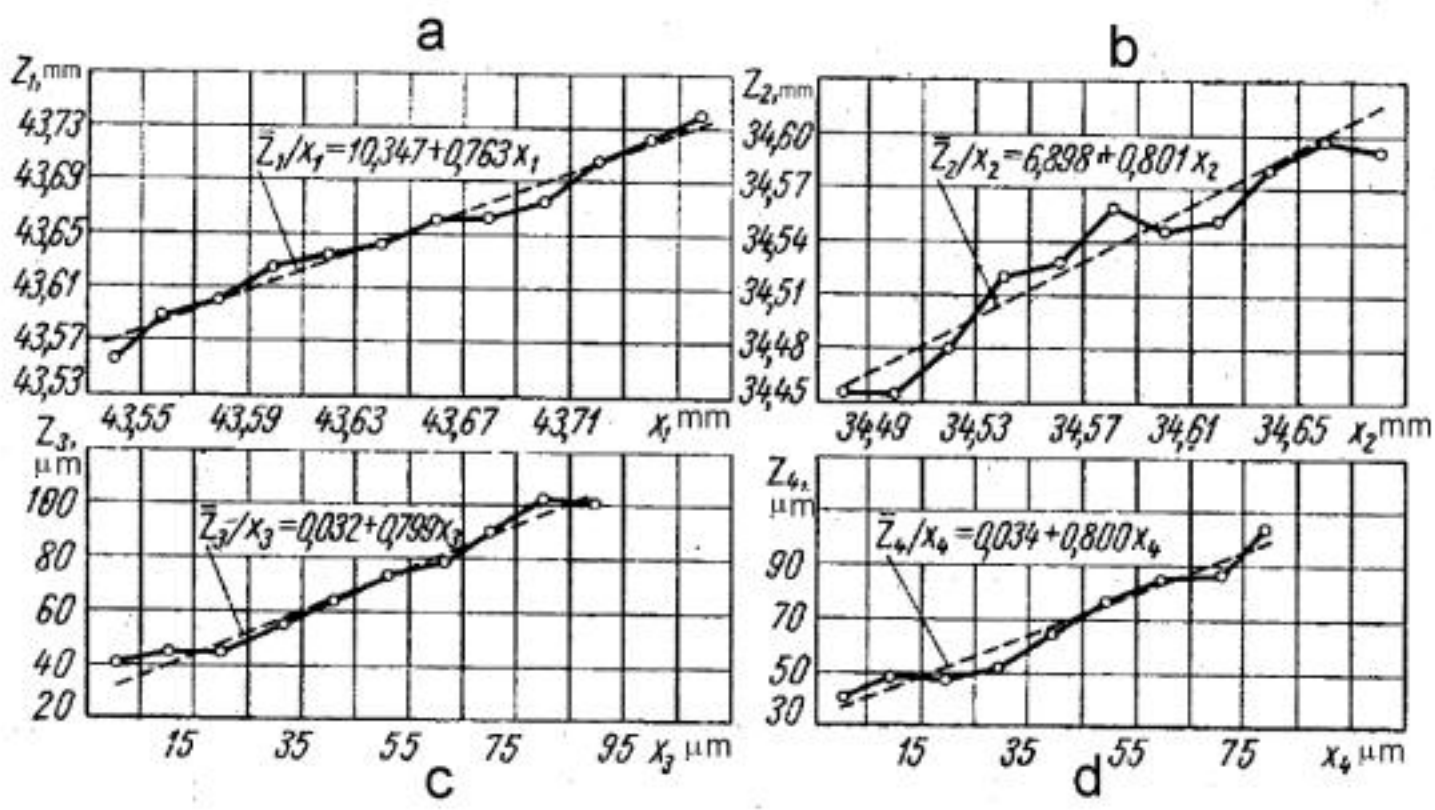


Fig.3.13. Dependența grafică dintre variabilele de intrare şi ieşire la tratamentul termic (a – diametrul căii de rulare; b – diametrul alezajului; c – ovalitatea căii de rulare; d – ovalitatea alezajului)

Primul şi al doilea termen din partea dreaptă a relației (3.102) pot şi calculați cu relațiile:

$$s^2_{z_i / x_i} = s^2_{z_i}\left(1 - r^2_{z_i x_i}\right) \qquad (i = 1, 2, 3, 4) \qquad (3.103)$$

şi respectiv:

$$s^2_{\overline{z_i / x_i}} = \alpha^2_{ii}.s^2_{x_i} \qquad (i = 1, 2, 3, 4) \qquad (3.104)$$

Introducând valorile numerice pentru $s^2_{x_i}, s^2_{z_i}, r^2_{z_i x_i}, \alpha^2_{ii}$ în relațiile (3.103) şi (3.104) se obțin matricele coloană ale dispersiilor erorilor de prelucrare determinate de factorii tehnologici neluați şi luați în considerare la modelarea procesului tehnologic:

$$\left\|\begin{matrix} s^2_{z_1/x_1} \\ s^2_{z_2/x_2} \\ s^2_{z_3/x_3} \\ s^2_{z_4/x_4} \end{matrix}\right\| = 10^{-6}\left\|\begin{matrix} 338 \\ 2145 \\ 554 \\ 575 \end{matrix}\right\|; \qquad \left\|\begin{matrix} s^2_{z_1/x_1} \\ s^2_{z_2/x_2} \\ s^2_{z_3/x_3} \\ s^2_{z_4/x_4} \end{matrix}\right\| = 10^{-6}\left\|\begin{matrix} 16128 \\ 1604 \\ 235 \\ 168 \end{matrix}\right\| \qquad (3.105)$$

În figura 3.14 se prezintă diagrama structurală care caracterizează gradul de influență a erorilor semifabricatului asupra preciziei tratamentului termic a elementelor de rulmenți.

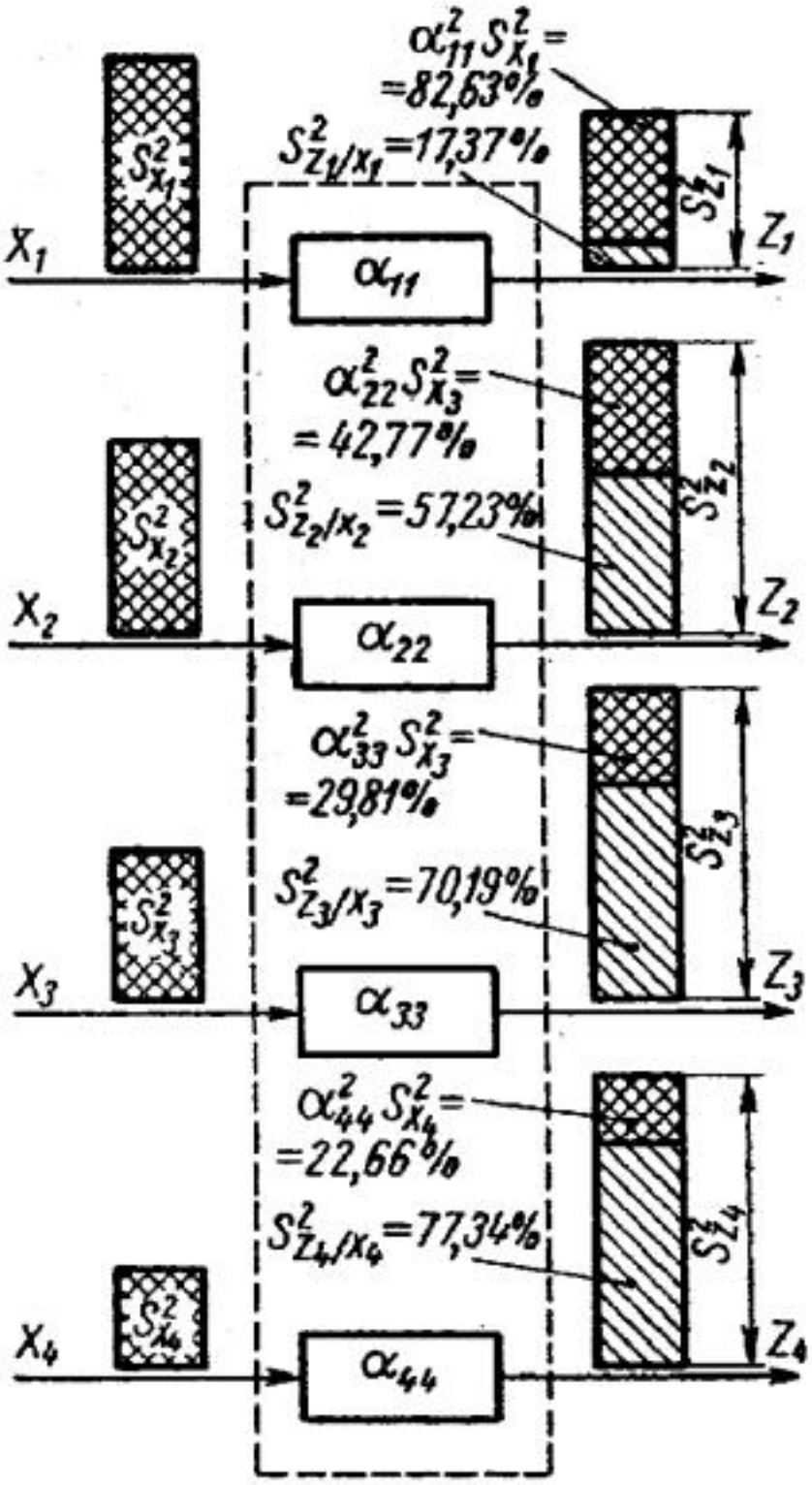


Fig.3.14 Diagrama structurală privind influența erorilor semifabricatelor asupra preciziei tratamentului termic a elementelor de rulmenți

Din figura 3.14, rezultă că dispersiile $s^2_{z_1}$ şi $s^2_{z_3}$ ale erorilor totale ale dimensiunii căii de rulare z_1 şi ovalității acesteia z_3, după tratamentul termic, sunt determinate aproximativ 83% şi respectiv 30% de erorile inițiale ale variabilelor de intrare x_1 şi x_3. Restul de 17% şi respectiv 70% din dispersiile erorilor variabilelor de ieşire z_1 şi z_3 sunt determinate de factori tehnologici neluați în considerare la modelarea matematică a procesului tehnologic şi care sunt legați de însăşi procesul de tratament termic. De aici rezultă că precizia diametrului căii de rulare z_1, după tratamentul termic, se asigură, în cea mai mare măsură, pe seama creşterii preciziei diametrului căii de rulare x_1 la strunjire. În ce priveşte reducerea ovalității căii de rulare z_3, după tratamentul termic, ea trebuie asigurată atât prin reducerea erorilor semifabricatelor x_3, la strunjire, dar mai ales prin reducerea gradului de influență a factorilor care depind direct de procesul de tratament termic şi nu

Material cu drept de autor

au fost luați în considerare la modelarea matematică a lui. De asemenea, din figura 3.14 rezultă că dispersiile $s^2_{z_2}$ şi $s^4_{z_4}$ ale erorilor totale pentru diametrul alezajului inelului de rulment z_2 şi ovalității acestuia z_4, după tratamentul termic, sunt influențate în proporție de 43% şi respectiv 23% de erorile semifabricatelor x_2 şi x_4. Restul de 57% şi respectiv 77%, din dispersiile erorilor z_2 şi z_4 sunt provocate de alți factori, interni procesului de tratament termic, neluați în considerare la modelarea matematică a lui. Prin urmare, măsurile pentru creşterea preciziei diametrului z_2 a alezajului inelului trebuie luate atât la efectuarea tratamentului termic, cât şi la strunjirea acestuia, iar măsurile ce trebuiesc luate pentru reducerea ovalității z_4 a alezajului, după tratamentul termic, vizează îndeosebi procesul de tratament termic propriu-zis.

Din cele de mai sus rezultă că gradul de influență al factorilor tehnologici, proprii procesului de tratament termic, asupra dependențelor dintre variabilele $x_2 - z_2$; $x_3 - z_3$ şi respectiv $x_4 - z_4$ este mare. De aceea, la calculul preciziei de prelucrare pe baza relației (3.101) se produc erori considerabile. Pentru a pune în evidență aceste erori, precum şi alte erori neînsemnate care influențează gradul de dependență a variabilelor $x_1 - z_1$ este necesar ca în partea dreaptă a relației (3.101) să se aleagă vectorul coloană (3.105-a) al valorilor dispersiilor găsite. În acest caz va rezulta:

$$\begin{Vmatrix} D_{z_1} \\ D_{z_2} \\ D_{z_3} \\ D_{z_4} \end{Vmatrix} = 10^{-6} \begin{Vmatrix} 338 \\ 2145 \\ 554 \\ 575 \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} 0{,}582 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}642 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}638 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}640 \end{Vmatrix} \times \begin{Vmatrix} D_{x_1} \\ D_{x_2} \\ D_{x_3} \\ D_{x_4} \end{Vmatrix} \qquad (3.106)$$

Formula matricială (3.106) dă posibilitatea de a calcula exact erorile de prelucrare în comparație cu formula matricială (3.101). Însă, această corecție a modelului matematic nu este suficientă, întrucât diverşi factori inițiali care caracterizează starea procesului de tratament termic sunt luați în considerare după acțiunea lor simultană asupra preciziei de prelucrare, adică sunt priviți din punctul de vedere al procentului de rebuturi. Pentru construcția modelului matematic este necesar să se pună în evidență, la început, cauzele care conduc la un anumit procent de rebut, adică să se studieze influența factorilor interni ai procesului de tratament termic care influențează precizia de prelucrare: temperatura de călire, temperatura mediului de răcire, metoda de introducere a pieselor în mediul de răcire, compoziția mediului de răcire, construcția cuptoarelor etc., care caracterizează însăşi procesul tratamentului termic.

În continuare, există posibilitatea de a rezolva următoarea problemă. Fie, de exemplu, că s-a reuşit să se reducă dispersiile D_{x_1}, D_{x_2}, D_{x_3} şi D_{x_4} a erorilor semifabricatelor cu 50%, pe seama creşterii preciziei de strunjire. Atunci:

$$D_{x_1} = 1384.10^{-6}; D_{x_2} = 1250.10^{-6}$$
$$D_{x_3} = 184.10^{-6}; \quad D_{x_4} = 131.10^{-6} \qquad (3.107)$$

Se presupune că valorile medii ale diametrului căii de rulare $\mathbf{x_1}$ şi a alezajului inelului $\mathbf{x_2}$ precum şi a ovalităților $\mathbf{x_3}$ şi $\mathbf{x_4}$ au rămas aceleaşi. Este necesar să se estimeze în ce grad va creşte precizia cotelor şi de formă a inelelor de rulmenți după tratament termic. Această problemă se poate rezolva introducând valorile (3.107) în relațiile (3.106) şi se obține:

$$D_{z_1} = 1143.10^{-6}; D_{z_2} = 2948.10^{-6}$$
$$D_{z_3} = 671.10^{-6}; \quad D_{z_4} = 658.10^{-6} \qquad (3.108)$$

Pe baza comparării rezultatelor se obține că reducerea dispersiilor D_{x_1}, D_{x_2}, D_{x_3} şi D_{x_4} a erorilor semifabricatelor cu 50% conduc la reducerea dispersiilor D_{z_1}, D_{z_2}, D_{z_3} şi D_{z_4} cu 41%, 15%, 21% şi respectiv 11%. Reducerea este proporțională cu ponderea influenței factorilor inițiali ai semifabricatelor asupra preciziei de tratament termic.

2. **Al doilea exemplu** se va considera construcția modelului matematic care să determine precizia caracteristicii de elasticitate a cilindrilor gofrați (silfoanelor) în funcție de erorile parametrilor lor geometrici. Din punct de vedere metodic, acest exemplu este interesant prin faptul că aici se cercetează parametrul de precizie fizică şi anume rezistența cilindrilor gofrați. Cercetarea s-a făcut experimental, aplicativ la cilindrii gofrați metalici cu un singur strat, fără îmbinare sudată, de dimensiunile **52 x 6 x 0,5**, care au căpătat o mare răspândire în aparatele de măsură, mijloacele de automatizare şi în sistemele de comandă.

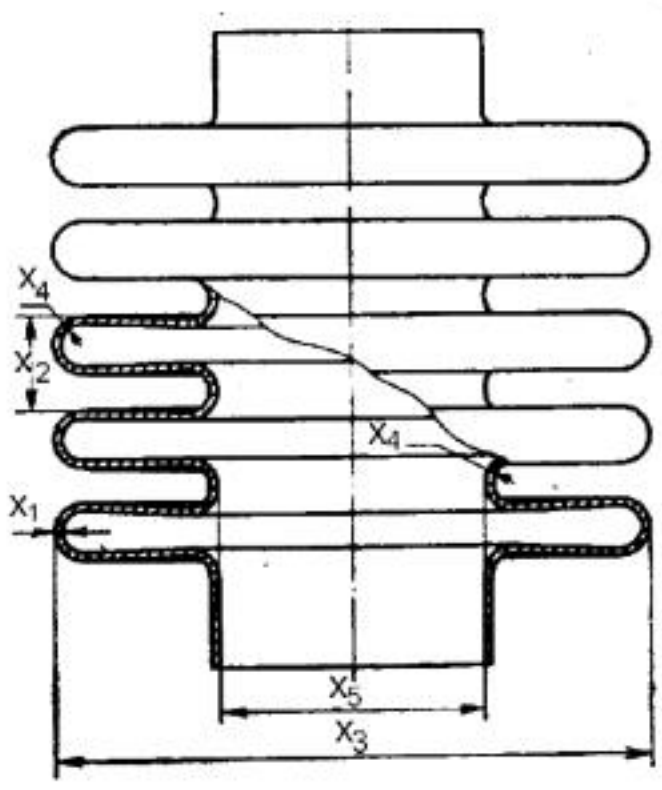


Fig.3.15. Parametrii geometrici examinați pentru cilindrul gofrat

Pornind de la anumite considerente teoretice, drept variabile de intrare au fost luați următorii parametri geometrici ai cilindrului gofrat (figura 3.15): $\mathbf{x_1}$ – grosimea peretelui la vârful ondulațiilor; $\mathbf{x_2}$ – pasul ondulațiilor; $\mathbf{x_3}$ – diametrul exterior al cilindrului gofrat; $\mathbf{x_4}$ – raza de curbură a ondulațiilor; $\mathbf{x_5}$ – diametrul interior al cilindrului gofrat. Rigiditatea cilindrului gofrat a fost considerată caracteristica de bază şi deci drept variabilă de ieşire **z**. Drept componentă constantă $\mathbf{a_0}$ a variabilei de ieşire a fost considerată valoarea nominală a cilindrului gofrat.

Material cu drept de autor

Pentru obținerea ecuației de legătură între variabila de ieşire **z** şi variabilele de intrare x_1, x_2, x_3, x_4 şi x_5 s-a pus problema de a se limita calculul numai la o aproximație liniară. Se consideră că parametrii geometrici ai cilindrilor gofrați sunt necorelați între ei.

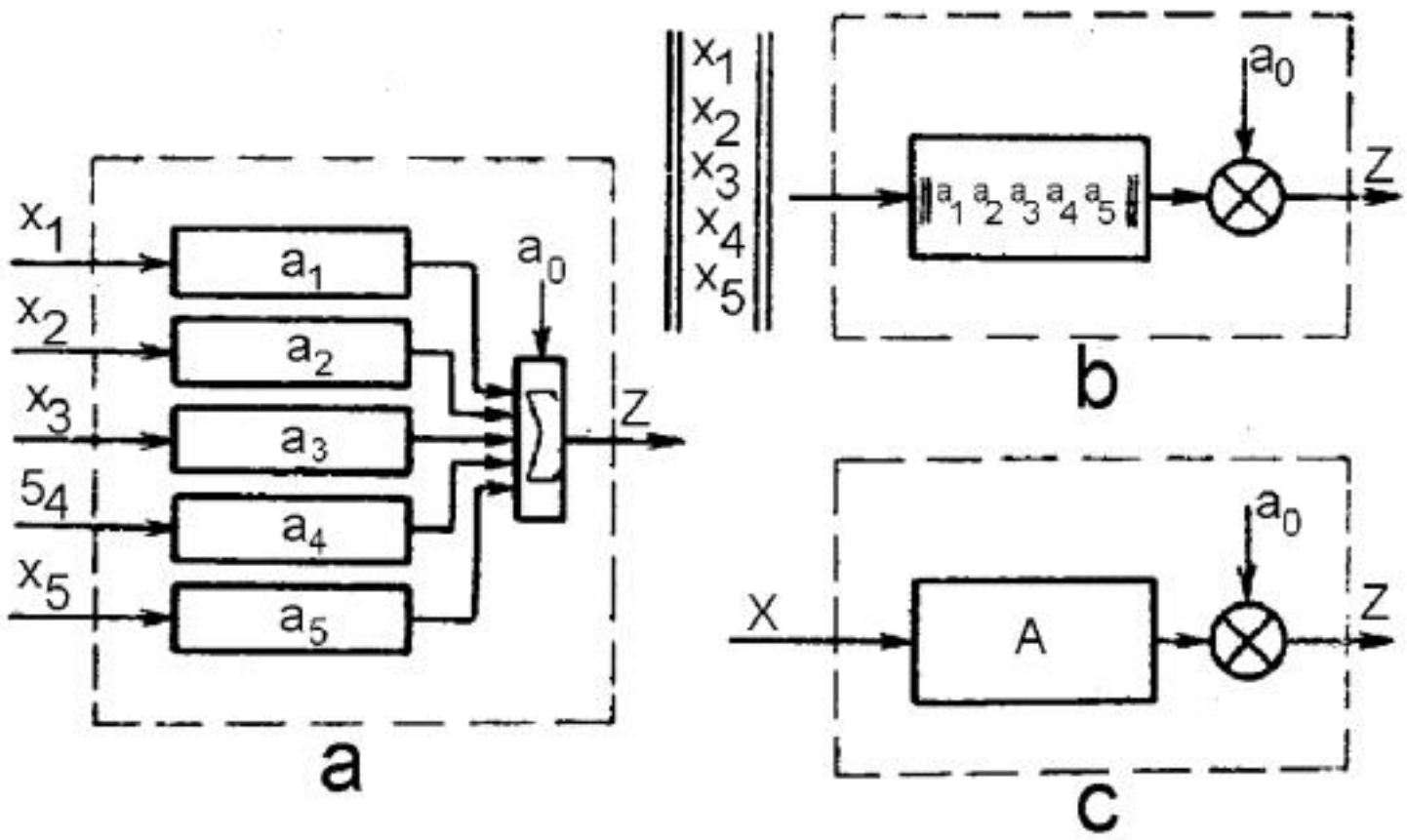


Fig.3.16. Schemele de legătură între parametrii erorilor geometrice şi rigiditatea cilindrului gofrat (a – schema structurală desfăşurată; b şi c – schemele structurale matriciale: desfăşurată (b) şi compactă (c)

În figura 3.16-a se prezintă schema structurală desfăşurată pentru exemplul considerat, prin care s-a stabilit o concordanță cu schemele structurale matriciale echivalente în formă desfăşurată (figura 3.16-b) şi schema structurală matricială compactă (figura 3.16-c).

Ținându-se seama de notațiile adoptate în figura 3.16, obținem ecuația matricială de legătură între parametrii geometrici şi rigiditatea cilindrului gofrat:

$$Z = a_0 + A\,X \tag{3.109}$$

în care:

$$A = \|a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5\| \qquad X = \begin{Vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{Vmatrix} \tag{3.110}$$

Material cu drept de autor

Tabelul 3.2

Valorile caracteristicilor principale de precizie şi interdependenţele erorilor parametrilor geometrici şi rigiditatea cilindrilor gofraţi

Parametrii dimensionali cercetaţi ai cilindrilor gofraţi	Notaţia parametrului	Valorile medii $\bar{x}_i$, mm şi $\bar{z}_i$, g/mm	Abaterile medii pătratice s_{xi} mm şi s_z, g/mm	Coeficienţii de corelaţie $r_{z x_i}$, rapoartele de corelaţie $\eta_{z x_i}$ şi criteriile $\mu_{z x_i}$ şi $T_{z x_i}$			
				z			
				$r_{z x_i}$	$\eta_{z x_i}$	$\mu_{z x_i}$	$T_{z x_i}$
Grosimea peretelui ondulaţiilor	x_1	0,1196	0,00224	0,423	0,470	7,6	10,1
Pasul ondulaţiilor	x_2	3,9194	0,02975	0,388	0,399	6,7	0,3
Diametrul exterior	x_3	51,818	0,15829	-0,328	0,361	5,4	0,2
Raza de curbură a ondulaţiilor	x_4	0,9587	0,07345	-0,300	0,316	4,8	0,4
Diametrul interior	x_5	37,735	0,07948	-0,197	0,270	3,0	0,1
Rigiditatea	z	1082,6	65,2	1	-	-	-

Aplicând la relația (3.109) operatorii de speranță matematică şi dispersie se obțin caracteristicile probabile ale rigidității cilindrilor gofrați:

$$M\{Z\} = a_0 + AM\{X\} \tag{3.111}$$

$$D\{Z\} = B\,D\{X\} \tag{3.112}$$

în care:

$$M\{X\} = \begin{Vmatrix} m_{x_1} \\ m_{x_2} \\ m_{x_3} \\ m_{x_4} \\ m_{x_5} \end{Vmatrix} \quad B = \begin{Vmatrix} a_1^2 & a_2^2 & a_3^2 & a_4^2 & a_5^2 \end{Vmatrix} \quad D\{X\} = \begin{Vmatrix} D_{x_1} \\ D_{x_2} \\ D_{x_3} \\ D_{x_4} \\ D_{x_5} \end{Vmatrix} \tag{3.113}$$

Pentru determinarea estimațiilor selective ale coeficienților de transfer $\mathbf{a_1}$, $\mathbf{a_2}$, $\mathbf{a_3}$, $\mathbf{a_4}$, $\mathbf{a_5}$ şi a parametrului $\mathbf{a_0}$, care intră în expresiile de calcul ale preciziei (3.109)...(3.113) s-a cercetat un lot de 216 cilindri gofrați. Experiența a inclus înregistrarea parametrilor geometrici $\mathbf{x_1}$, $\mathbf{x_2}$, $\mathbf{x_3}$, $\mathbf{x_4}$, $\mathbf{x_5}$, care în mod accidental variază în limitele toleranțelor date, şi înregistrarea rigidității cilindrului gofrat **z** fără aplicarea vreunor perturbații de probă şi fără încălcarea procesului tehnologic tip. Datele experimentale obținute au fost prelucrate prin metoda de corelație. Rezultatele analizei sunt prezentate în tabelul 3.2.

Din tabel rezultă că toți coeficienții de corelație pereche $r_{z x_i}$ s-au dovedit a fi semnificativi întrucât $\mu_{z x_i} \geq 3$ (i = 1, 2, 3, 4, 5) şi, prin urmare, dependențele dintre parametrii geometrici şi rigiditatea cilindrului gofrat într-adevăr există. Mărimea criteriului de liniaritate $T_{z x_i}$ pentru dependențele dintre **z** şi $\mathbf{x_2}$, dintre **z** şi $\mathbf{x_3}$, **z** şi $\mathbf{x_4}$ s-a dovedit a fi mai mică decât valoarea critică, care este egală cu 3. Acest fapt poate servi drept bază suficientă pentru ca, cu o probabilitate de 0,990, să se confirme ipoteza expusă aprioric, referitoare la dependența liniară dintre variabilele cercetate. În ceea ce priveşte dependența dintre rigiditatea **z** şi grosimea peretelui $\mathbf{x_1}$, această dependență s-a dovedit a fi uşor neliniară ($T_{z x_i}$ = 10,1) şi doar aproximativ poate fi exprimată cu ajutorul ecuației unei drepte.

Folosind datele experimentale din tabelul 3.2 , după formulele:

$$\alpha_i = r_{z x_i} \frac{s_z}{s_{x_i}}, \text{ (i = 1, 2, 3, 4, 5)} \tag{3.114}$$

$$\alpha_0 = \bar{z} - \sum_{i=1}^{5} \alpha_i . \bar{x}_i \tag{3.115}$$

Material cu drept de autor

se obțin coeficienții de regresie α_i care ne interesează şi valoarea parametrului α_0:

$$\alpha_1 = 12331,4;\ \alpha_2 = 850,2;\ \alpha_3 = -135,1;\ \alpha_4 = -266,3;$$
$$\alpha_5 = -161,6;\ \alpha_0 = 9629,4$$

Dacă se substituie mărimile $\mathbf{a}_i$ şi $\mathbf{a}_0$ cu estimațiile lor α_i şi α_0, în expresiile (3.111) şi (3.112) se vor obține modelul matematic căutat în forma următoarelor egalități matriciale:

$$m_z = 9629,4 + \|12331,4 \quad 850,2 \quad -135,1 \quad -266,3 \quad -161,6\| \times \begin{Vmatrix} m_{x_1} \\ m_{x_2} \\ m_{x_3} \\ m_{x_4} \\ m_{x_5} \end{Vmatrix} \qquad (3.116)$$

$$D_z = \|152058493 \quad 722840 \quad 18252 \quad 70915 \quad 26114\| \times \begin{Vmatrix} D_{x_1} \\ D_{x_2} \\ D_{x_3} \\ D_{x_4} \\ D_{x_5} \end{Vmatrix} \qquad (3.117)$$

Expresiile (3.116) şi (3.117) creează posibilitatea de a calcula precizia caracteristicii de elasticitate a cilindrilor gofrați după erorile date ai parametrilor geometrici cu condiția ca ceilalți factori (neluați în considerare) să se găsească la acelaşi nivel mediu.

Forma de legătură între parametrii geometrici şi rigiditate s-a stabilit prin construcția şi prin analiza liniei empirice şi teoretice de regresie. În figura 3.17 sunt prezentate dependențele dintre rigiditatea **z** a cilindrului gofrat şi fiecare parametru geometric în parte şi anume: grosimea peretelui $\mathbf{x_1}$; pasul ondulației $\mathbf{x_2}$; diametrul exterior $\mathbf{x_3}$; raza de curbură a ondulațiilor $\mathbf{x_4}$; diametrul interior $\mathbf{x_5}$. În reprezentarea grafică sunt date, de asemenea, ecuațiile liniilor teoretice de regresie. După cum se observă, toate aceste dependențe sunt reale – grosimea peretelui are o influență maximă asupra rigidității cilindrilor gofrați în comparație cu diametrul interior. Caracterul de amplasare a liniilor de regresie în figurile 3.17-c, d şi e arată o legătură inversă (negative) între rigiditate şi parametrii ca: diametrul exterior, raza de curbură a ondulațiilor şi diametrul interior.

Este necesar, în continuare, să se găsească influența factorilor neluați în considerație în metodologia prezentată asupra preciziei caracteristicii de elasticitate a cilindrilor gofrați.

Prin analogie cu expresia (3.106) dispersia generală s_z^2 a erorii totale pentru variabila de ieşire **z** se poate scrie în felul următor:

$$s_z^2 = s_{z/x_1,\ldots,x_5}^2 + s_{z/x_1,\ldots,x_5}^2 \qquad (3.118)$$

Material cu drept de autor

unde $s^2_{z/x_1,\dots,x_5}$ reprezintă dispersia care măsoară influența factorilor neluați în considerație, care caracterizează proprietățile materialului din care sunt realizați cilindrii gofrați; $s^2_{\bar{z}/x_1,\dots,x_5}$ - dispersia provocată de erorile parametrilor geometrici.

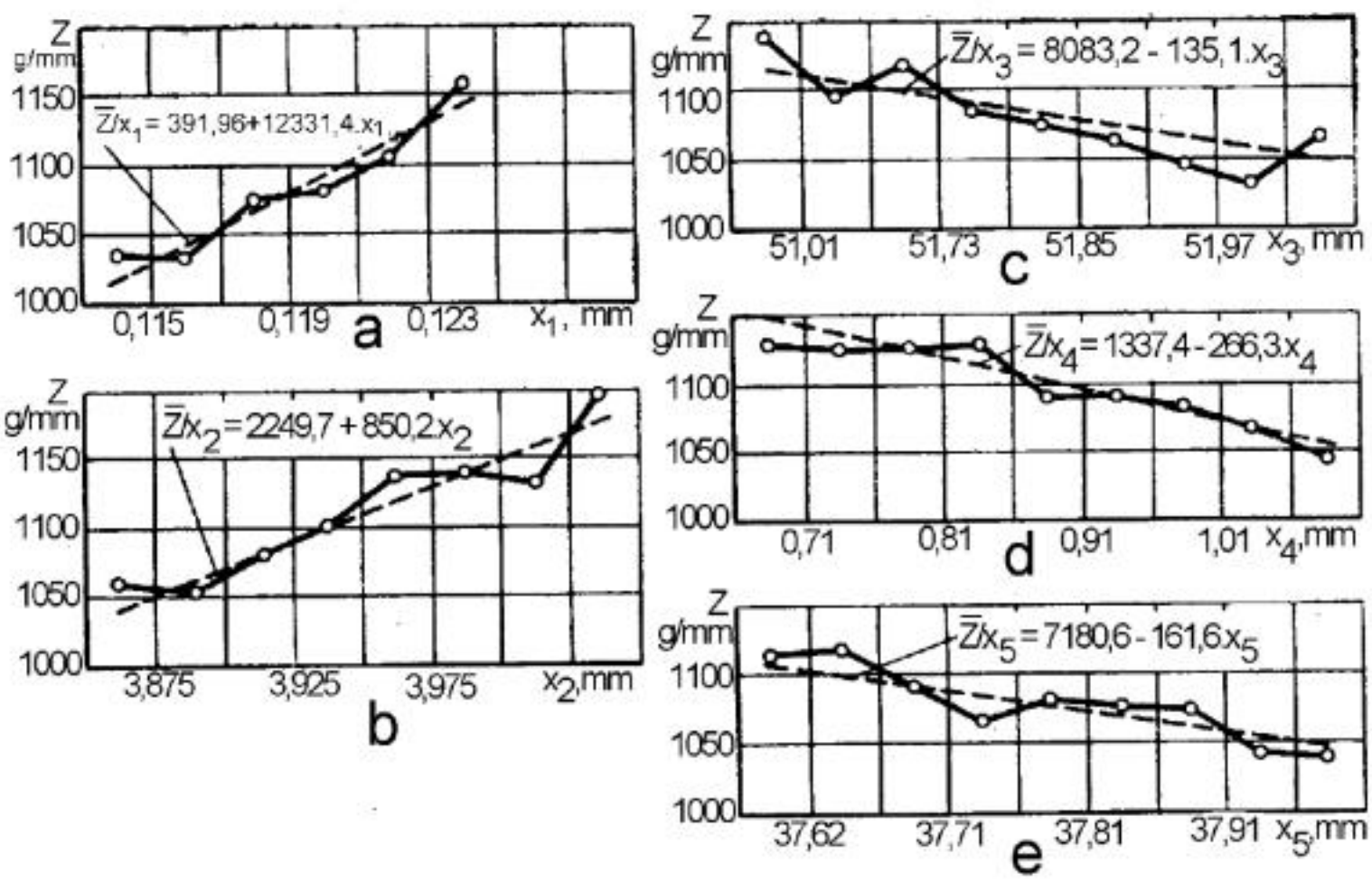


Fig.3.17. Dependența rigidității cilindrilor gofrați în funcție de parametrii geometrici (a – grosimea peretelui; b – pasul ondulațiilor; c – diametrul exterior; d – raza de curbură a ondulațiilor; e – diametrul interior)

Aceste dispersii pot fi calculate cu următoarele relații:

$$s^2_{z/x_1,\dots,x_5} = s^2_z\left(1 - R^2_{z/x_1,\dots,x_5}\right) \qquad (3.119)$$

și respectiv:

$$s^2_{\bar{z}/x_1,\dots,x_5} = \sum_{i=1}^{5} \alpha_i^2 s^2_{x_i} \qquad (3.120)$$

unde $R^2_{z/x_1,\dots,x_5}$ - coeficientul de corelație multiplă determinat cu următoarea relație:

Material cu drept de autor

$$R^2_{z/x_1,\dots,x_5} = \sqrt{\sum_{i=1}^{5} r^2_{z x_i}} \qquad (3.121)$$

Substituind datele din tabelul 3.2 în relațiile (3.118)...(3.121) se obține coeficientul de corelație multiplă între rigiditatea **z** şi parametrii geometrici considerați **x_1, x_2, x_3, x_4, x_5**:

$$R_{y/x_1,\dots,x_5} = \sqrt{0{,}423^2 + 0{,}388^2 + (-0{,}328)^2 + (-0{,}300)^2 + (-0{,}197)^2} = 0{,}752$$

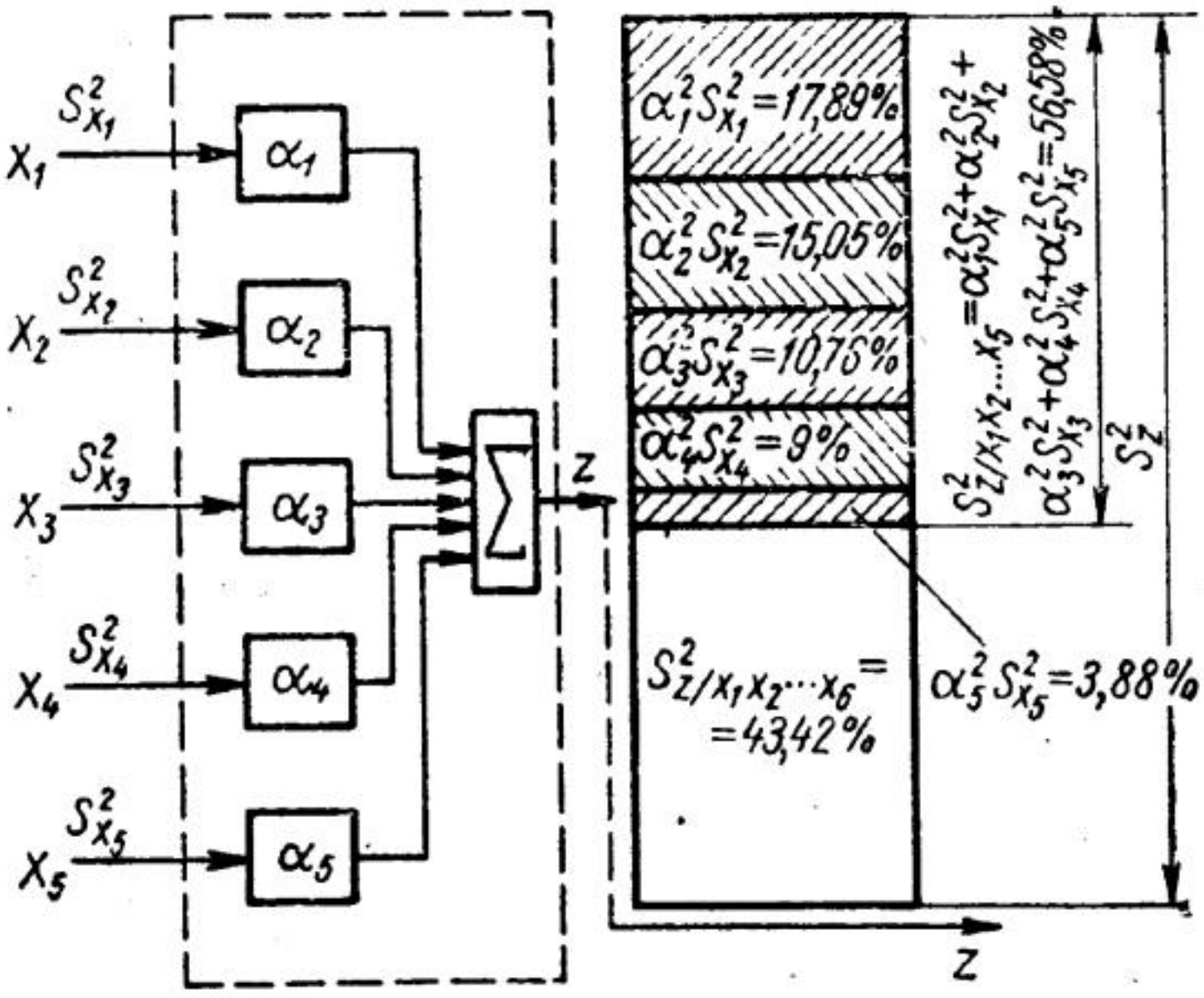


Fig.3.18. Ponderea specifică a erorilor parametrilor geometrici în totalitatea influenței factorilor asupra rigidității cilindrilor gofrați

De asemenea:

$$s^2_{z/x_1,\dots,x_5} = 65{,}2^2(1 - 0{,}752^2) = 1845{,}8$$

$$s^2_{z/x_1,\dots,x_5} = 12331{,}4^2.0{,}00224^2 + 850{,}2^2.0{,}02975^2 + (-135{,}1)^2.0{,}15829^2 +$$

$$+ (-266{,}3)^2.0{,}07345^2 + (-161{,}6)^2.0{,}07948^2 = 2405{,}2$$

Material cu drept de autor

Ponderea specifică a erorilor parametrilor geometrici în ceea ce priveşte influenţa lor totală asupra tuturor factorilor pentru caracteristica de elasticitate a cilindrilor gofraţi este prezentată în figura 3.18. După cum se observă, influenţa cea mai mare asupra rigidităţii cilindrilor gofraţi o prezintă eroarea de grosime $\mathbf{x_1}$ a peretelui şi anume în proporţie de 18%. Pentru pasul ondulaţiilor $\mathbf{x_2}$ revin 15%, pentru diametrul exterior $\mathbf{x_3}$ revin 11%, pentru raza de curbură a ondulaţiilor $\mathbf{x_4}$ revin 9% şi pentru diametrul interior $\mathbf{x_5}$ revin 4%. În urma acestor determinări rezultă că pentru creşterea preciziei caracteristicii de elasticitate, în primul rând, trebuie să se acţioneze asupra reducerii erorilor de grosime a peretelui, care apar în timpul procesului de ambutisare a cilindrilor gofraţi.

Din figura 3.18 rezultă că eroarea generală a caracteristicii de elasticitate, în proporţie de 57%, este condiţionată de influenţa celor cinci parametri geometrici incluşi în analiză şi în proporţie de 43% de influenţa celorlalţi factori neluaţi în consideraţie, luaţi împreună, legaţi de instabilitatea proprietăţilor materialului. Prin urmare, eroarea de calcul a dispersiei după relaţia (3.117) va fi considerabilă. Incluzând în expresia (3.117) valoarea găsită pentru $s^2_{z/x_1,\dots,x_5}$ care măsoară influenţa totală a factorilor neluaţi în considerare la analiza efectuată asupra caracteristicii de elasticitate a cilindrilor gofraţi, se obţine în final:

$$D_z = 1846 + \|152058493 \quad 722840 \quad 18252 \quad 70915 \quad 26114\| \times \begin{Vmatrix} D_{x_1} \\ D_{x_2} \\ D_{x_3} \\ D_{x_4} \\ D_{x_5} \end{Vmatrix} \qquad (3.122)$$

Modelul matematic (3.116) şi (3.122) trebuie privit ca un model aproximativ care urmează a fi precizat ulterior pe măsura cercetării influenţei asupra caracteristicii de ieşire a cilindrilor gofraţi, a unor factori noi ca de exemplu: modulul de elasticitate, coeficientul Poison etc.

Pe baza modelului obţinut se poate calcula precizia caracteristicii de elasticitate a cilindrilor gofraţi. De exemplu, fie ca în urma îmbunătăţirii procesului tehnologic de fabricaţie a cilindrilor gofraţi s-a reuşit să se reducă abaterile medii pătratice ale erorilor parametrilor geometrici ale cilindrilor gofraţi de două ori, adică σ_{x_1} = 0,00112, σ_{x_2} = 0,01487, σ_{x_3} = 0,07914, σ_{x_4} = 0,03672, σ_{x_5} = 0,0397 mm. Trebuie să se determine creşterea aşteptată a preciziei caracteristicii de elasticitate a cilindrilor gofraţi. Utilizând relaţia (3.122), cu ajutorul datelor problemei, se obţine dispersia erorii totale a caracteristicii de elasticitate $\mathbf{D_z = 2447,5\ g^2/mm^2}$ şi abaterea medie pătratică $\mathbf{\sigma_z = 49,5\ g/mm}$. Prin urmare, reducerea erorilor parametrilor

Material cu drept de autor

geometrici de două ori duce la creşterea preciziei caracteristicii de ieşire a cilindrilor gofrați de aproximativ 1,3 ori.

Material cu drept de autor

Cap.4. INSTRUMENTAREA MATEMATICĂ A MODELELOR ECONOMETRICE

4.1. Considerații preliminare

Teoria economică studiază fenomenele şi procesele economice pornind de la premisa că acestea nu se desfăşoară la întâmplare ci pe baza unor legi proprii, relativ stabile şi relativ repetabile, specifice naturii acestor fenomene.

Întrucât fenomenele din economie sunt, în general, cuantificabile, legile economice pot fi descrise sub forma unor legături cantitative (a unor determinări numerice) între aceste fenomene. Acest fapt face posibilă utilizarea instrumentării matematico-statice de către teoria economică.

De asemenea, succesele deosebite obținute în varii domenii ştiințifice: astronomie, sociologie, psihologie, pedagogie, lingvistică, ştiințe juridice, istorie etc, prin utilizarea instrumentului matematic, a determinat necesitatea folosirii acestui instrument matematic, pe scară largă şi în domeniul economic.

În economie acționează anumite legi asemănătoare prin formularea lor cu legile ce se manifestă în alte domenii ale ştiinței: fizică, chimie, astronomie etc. care conduce la formularea prin analogie şi ca atare instrumentarea matematică a fenomenelor economice este realizabilă.

Folosirea unor legi matematice pentru interpretarea unor fenomene economico-sociale datează de multă vreme. Astfel, preotul englez Thomas Robert Malthus (1766-1834), de o formație matematică deosebită, prin lucrarea sa ***An Essay on the Principle of Population***, publicată în 1798, menționează o lege care-i poartă numele şi anume că creşterea demografică a populației umane se face în progresie geometrică în timp ce resursele alimentare agricole se dezvoltă în progresie aritmetică.

De asemenea, matematicianul german Friederich Engel (1861-1941), cunoscut mai ales ca pastor luteran, formulează o lege care-i poartă numele, formulată astfel:

Dacă într-o țară dezvoltată venitul național creşte: (**a**) cheltuielile alimentare cresc într-o proporție mai mică; (**b**) cheltuielile pentru îmbrăcăminte cresc în aceeaşi proporție şi (**c**) cheltuielile pentru bunuri de folosință îndelungată cresc într-o proporție mai mare. Cuantificată matematic, această lege se prezintă astfel:

$$(a): y = a.\frac{x}{x+b} + u;\ (b): y = a.\frac{x-c}{x+b} + u;\ (c): y = a.x.\frac{x-c}{x+b} + u$$

în care: **y** – cheltuielile familiilor; **x** – venitul familiilor; **a, b, c**: parametrii modelelor; **u** – variabilă aleatoare.

Economistul italian Vilfredo Pareto (1845-1923), de formație inginer, absolvent al Institutului Politehnic din Torino în 1870, profesor de economie, din 1893, la Universitatea din Lausanne, Elveția, autor a unor tratate

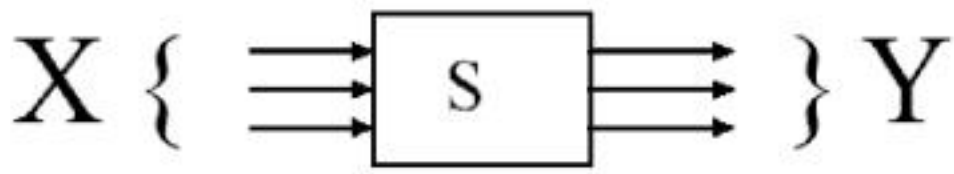
Material cu drept de autor

fundamentale: *Cours d'économie politique* (2 vol. Lausanne, 1896-7); *Les systèmes socialistes* (2 vol. Paris, 1902); *Manuel d'économie politique* (Paris, 1909); *Trattato di sociologia generale*. (2 vol. Florence, 1916), printre altele, formulează legea care-i poartă numele şi care descrie polarizarea veniturilor, respectiv un număr tot mai mare de locuitori au venituri mici, iar un număr tot mai mic de locuitori au venituri foarte mari. Cuantificată se prezintă sub forma:

$$y = \frac{A}{x^a}$$

în care: **x** – venitul familiilor; **y** – numărul familiilor al căror venit este mai mare sau egal cu venitul $\mathbf{x_k}$; $\mathbf{y = N(x \geq x_k)}$; **A, a** – parametrii funcției.

În domeniul economic, deşi există o mare diversitate de modelele, modelarea acestora la orice nivel – micro sau macroeconomic – se pot interpreta cu ajutorul următoarei scheme sistemice:



unde $\mathbf{Y = (y_i)}$ - volumul ieşirilor din sistem, $i = \overline{1,n}$; $\mathbf{X = (x_j)}$ - factorii calitativi şi cantitativi care influențează ieşirile $\mathbf{y_i}$, $j = \overline{1,m}$; **S** = structura sistemului prin intermediul căreia factorii $\mathbf{x_j}$ determină ieşirile $\mathbf{y_i}$.

Cunoaşterea legității de variație în timp sau în spațiu a unui indicator de efect economic în funcție de variația factorilor cuantificabili se poate face folosind două modele de lucru:

a) Primul, cel mai frecvent utilizat şi în prezent, îl constituie modelul determinist, care reflectă legătura funcțională dintre elementele de intrare şi de ieşire ale sistemului – variabilele exogene şi variabilele endogene. Pe baza definițiilor formulate de teoria economică cu privire la elementele obiectului respectiv, statistica economică, utilizând metode proprii, exprimă, printr-un sistem de indicatori, elementele cuantificabile ale sistemului economic. Pe baza parametrilor de performanță ai sistemului (sau ai indicatorilor de eficiență a factorilor de producție) se construiesc modele econometrice deterministe între efecte şi eforturi, explicându-se variația variabilelor factoriale şi a indicatorilor de performanță sau de eficiență ale acestora.

Astfel, în cazul unui proces de producție, se definesc:

- consumul specific: $$c = \frac{Q}{M} \Rightarrow Q = cM \qquad (4.1)$$

- productivitatea muncii: $$w = \frac{Q}{L} \Rightarrow Q = w.L \qquad (4.2)$$

Material cu drept de autor

- eficiența fondurilor fixe: $e = \frac{Q}{K} \Rightarrow Q = e.K$ (4.3)

Pe baza modelelor deterministe **(4.1), (4.2)** şi **(4.3)**, de exemplu, prin operații simple, se pot obține modele deterministe ce conțin trei şi patru factori.

Astfel, pe baza relațiilor **(4.2)** şi **(4.3)** se obține:

$$w.L = e.K \Rightarrow w = e \times \frac{K}{L} = e \times f \quad (4.4)$$

unde **f = K/L** reprezintă înzestrarea tehnică a muncii.

Relația (4.2) devine:

$$Q = w.L = e.f.L \quad (2.5)$$

În cazul unui ansamblul de i unități sau ramuri economice relația (4.5) se însumează: $\Sigma Q_i = \Sigma e_i.f_i.L_i$. Această relație înmulțită cu raportul L_i/L_i se transformă în:

$$\Sigma Q_i = \Sigma e_i \times f_i \times \frac{L_i}{\Sigma L_i} \times \Sigma L_i = \Sigma L_i \times \Sigma e_i.f_i.g_i \quad (4.6)$$

unde $g_i = L_i/\Sigma L_i$ reprezintă structura forței de muncă.

Modelul **(4.6)** reflectă dependența deterministă dintre efectul economic *Q* şi cele trei grupe de factori utilizate de analiza economică: factori calitativi, structurali şi cantitativi.

În general, un model determinist se exprimă prin relația:

$$y = f(x) \quad sau \quad y = f(x_1, x_2, ...) \quad (4.7)$$

Modelele deterministe se utilizează curent în practica economică la analiza pe factori a variației, în timp sau spațiu, a multor fenomene economice. În acest scop, modelul determinist reprezintă suportul teoretic al aplicării metodei indicilor – teritoriali sau dinamici – metodă ale cărei avantaje şi limite sunt bine cunoscute economiştilor.

b) Al doilea model de lucru este reprezentat de modelul econometric *care, fundamentându-se pe metoda regresiei (metodă specifică statisticii), descrie legătura statistică sau stochastică dintre intrările sistemului – factorii de influență* **X** *– şi ieşirile acestuia – variabilele rezultative* **Y** cu ajutorul unui model aleator:

$$Y = f(X) + U \quad (4.8)$$

Acest procedeu se bazează pe principiul cutiei negre, principiu cibernetic, care, în economie, se foloseşte atunci când descrierea formală a structurii sistemului este inaccesibilă din cauza imposibilității obținerii informațiilor necesare, sau când obținerea acestor informații ar necesita

Material cu drept de autor

cheltuieli excesive, care nu se justifică prin aportul în cunoaştere pe care îl realizează.

Spre deosebire de modelul determinist **(4.7)**, acceptat fără rezerve de teoria şi practica economică, modelul econometric **(4.8)** introduce în schema de descriere a legității de manifestare a unui fenomen sau proces economic şi o variabilă aleatoare sau întâmplătoare (**U**).

Aparent, această modalitate de formalizare a legăturilor dintre fenomenele economice ar contrazice teoria economică, însă fenomenele economice nu se produc la întâmplare, ci pe baza unor legi proprii, inerente lor.

Acceptarea introducerii variabilei aleatoare în vederea explicării legității de variație a unui fenomen economic concret este cerută de unul din motivele de mai jos:

- apariția şi variația, în timp sau spațiu, a unui fenomen economic este determinată de un sistem numeros de factori, calitativi şi cantitativi.

Imposibilitatea cuantificării anumitor factori precum şi dificultățile ridicate de rezolvarea unor modele cu multe variabile factoriale conduc la o specificare formală incompletă din punct de vedere economic a obiectului investigat. Această specificare formală incompletă este corectată şi vizualizată cu ajutorul variabilei aleatoare (**U**).

- legătura cauză-efect nu poate fi cercetată în mod nemijlocit în laborator, aşa cum procedează ştiințele tehnice, deoarece obiectul economic investigat nu poate fi izolat, extras din mediul economic, ci numai observat prin intermediul datelor statistice. Pe baza acestora, prin intermediul unui model statistico-matematic, legătura obiectivă este estimată, aproximată, prin mijlocirea informației statistice.

- de foarte multe ori, datele statistice provin din observări selective (seriile cronologice având, de asemenea, această particularitate), din sondaje aleatoare, care imprimă tuturor indicatorilor cercetați pe baza lor această particularitate statistică.

Pentru a justifica concret necesitatea folosirii variabilei aleatoare (**U**) în cadrul unui model econometric, cât şi datorită unor inadvertențe ce se întâlnesc în practică datorită utilizării unor modele de regresie în locul modelelor economice deterministe, va fi abordată succint această problemă.

De foarte multe ori, se studiază legătura dintre un indicator al producției (**Q**) şi productivitatea muncii (**w**), sau dintre productivitatea şi înzestrarea tehnică a muncii (**f**) cu ajutorul unei funcții, de regulă, de forma:

$$Q = a + b.w, \quad sau \quad w = a + b.f \tag{4.9}$$

Teoria economică a formulat dependența dintre variabilele de mai sus prin intermediul modelelor deterministe, ***Q = w .L*** şi, respectiv, ***W = e .f***.

În comparație cu acestea, modelele **Q = a + b .w** şi **w = a + b .f** sunt afectate de erori de specificare şi de identificare. Eroarea de specificare este reprezentată atât de neglijarea factorului **L** – forța de muncă, sau a eficienței fondurilor fixe, cât şi de faptul că parametrii modelelor vor fi calculați prin estimații statistice, ca să nu mai amintim de faptul că, de cele mai multe ori,

Material cu drept de autor

datele statistice provin dintr-un sondaj. Vizualizarea şi interpretarea corectă a legăturii dintre variabilele respective impune specificarea variabilelor aleatoare în cadrul modelelor econometrice.

Referitor la eroarea de identificare, aceasta constă în alegerea greşită a funcției matematice. Funcția **Q = a + b.w** arată că, dacă **w = 0**, atunci **Q = a**, ceea ce reprezintă o aberație economică. În astfel de situații modelul va trebui să fie de forma: **y = b.x + u**.

4.2. Principalele tipuri de modele econometrice utilizate în economie

Actualmente tipologia modelelor econometrice este extrem de diversificată, însă, în funcție de anumite criterii statistico-matematice de clasificare, ele se pot încadra în câteva tipuri sau clase principale.

4.2.1. Modele unifactoriale şi modele multifactoriale

Împărțirea modelelor în aceste două clase este făcută, aşa cum indică şi denumirea lor, în funcție de numărul variabilelor factoriale folosite în vederea explicării, simulării sau prognozei variabilelor dependente.

Modelul unifactorial **y = f(x) + u** este folosit în mod frecvent la modelarea fenomenelor economice datorită avantajelor pe care le prezintă: simplitate, operativitate şi cost redus pentru obținerea lui. Utilizarea unui astfel de model se fundamentează pe ipoteza că în rândul factorilor variabilei rezultative **y** există un factor determinant **x**, ceilalți factori, cu excepția acestuia, fie au o influență întâmplătoare, aceştia fiind specificați în model prin intermediul variației reziduale **u**, fie au fost invariabili în perioada analizată şi, ca atare, nu are sens specificarea lor în model.

Dacă ipoteza de mai sus nu poate fi acceptată, caz frecvent în domeniul economic, se construieşte un model multifactorial de forma **y = f(x_1,x_2,...,x_n)+u**, $i = \overline{1,n}$, unde n este numărul variabilelor factoriale.

Modelul multifactorial prezintă dezavantajul creşterii gradului de dificultate a calculelor fapt pentru care se recomandă să nu se folosească un model cu mai mult de trei sau patru variabile factoriale.

Toate modelele econometrice folosite în practică pot fi încadrate în una dintre aceste clase. Din categoria modelelor unifactoriale demne de menționat sunt:

- modelul cererii: **C = f(p) + u, C** – volumul cererii unui produs; **p** – prețul unitar al produsului;
- modelul ofertei: **O = f(p) + u, O** – volumul ofertei; **p** – prețul unitar al produsului;
- modelul consumului: C_i **= f(V) + u,** C_i – consumul unui produs **i**; **V** – venitul unei familii;
- modelul cheltuielilor de producție (**Ch**) în funcție de volumul producției (**Q**): **Ch = f(Q) + u**;

Material cu drept de autor

• modelul legii impozitului (**I**) pe venit (**V**): **I = f(V) + u**, variabila aleatoare **u** semnificând abaterea de la dependența funcțională a impozitului pe venitul salariaților, ca urmare a unor măsuri de politică socială.

Structural, modelele multifactoriale sunt de o mare diversitate. Ca regulă generală, ele se construiesc prin dezvoltarea modelului unifactorial al variabilei rezultative **y**. Pe lângă variabila factorială inițială x_1,se introduc fie alte variabile exogene $x_2, x_3,...,x_k$, fie valori decalate ale acestora: $x_t, x_{t-1}, ...,x_{t-h}...$

4.2.2. Modele liniare şi modele neliniare

Clasa acestor modele este definită de forma legăturii dintre variabila rezultativă şi variabilele factoriale. Sub formă generală, un model liniar multifactorial are forma: $y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 +...+ u$. Modelele neliniare se identifică cu ajutorul funcțiilor neliniare, cum ar fi: funcția exponențială, hiperbolă, funcția logistică, parabola etc.

Deoarece cele două grupe de modele posedă particularități specifice, ne vom referi la câteva dintre ele, pornind de la un caz concret, care, de altfel, a şi generat relevarea acestora.

Astfel, analiza legăturii dintre consumul unui anumit produs şi venitul unei familii se poate face cu ajutorul unor modele de forma:

Model liniar:

$$C = a + b.V + u \qquad (4.10)$$

Model neliniar:

$$C = a.V^b.u \qquad (4.11)$$

Modelul (4.11) poate fi transformat prin logaritmare într-un model liniar, între logaritmii celor două variabile existând relația:

$$\log C = \log a + b.\log V + \log u \qquad (4.12)$$

În care: **C** – cheltuielile medii de consum pe familie; **V** – venitul mediu pe o familie.

La analiza expresiei (4.10) trebuie avut în vedere că: anumite elemente ale bunurilor de consum nu se modifică în mod liniar cu evoluția veniturilor familiei (unele prezintă un anumit nivel de saturație, produsele alimentare, în special, iar altele au o existență pasageră). A doua observație o constituie faptul că coeficientul de elasticitate este variabil şi diferit de coeficientul de regresie.

Se ştie că, în cazul unui model liniar, coeficientul de regresie este reprezentat de parametrii variabilelor factoriale. Semnul coeficientului indică sensul legăturii: $b > 0 \rightarrow$ legătură directă şi $b < 0 \rightarrow$ legătură inversă, iar mărimea lui este măsura variației lui y la o modificare cu o unitate a variabilei factoriale. Coeficientul de elasticitate se defineşte prin expresia:

$$c_e = \frac{dC}{C} : \frac{dV}{V} = 1 - \frac{a}{a + b.V} \qquad (4.13)$$

Material cu drept de autor

Pentru un nivel al lui „**C**" dat, $\mathbf{c_e}$ depinde de mărimea venitului. Dacă **a>0** şi **b>0**, atunci $\mathbf{c_e}$<**1**.

Întrucât, în practică, era de dorit să se dispună de o elasticitate constantă a consumului sau a cererii în raport cu venitul familiei sau cu prețul produsului, s-a recurs la modelul (4.11).

În acest caz, cei doi coeficienți sunt egali ($\mathbf{b = c_e}$) şi constanți pentru un anumit element de consum, semnul şi mărimea lor oferind informații necesare analizei economice a raportului cerere-ofertă în sensul următor:

- dacă **b** < **0**, cererea sau consumul produsului respectiv tinde să dispară de pe piață sau din consumul populației;
- dacă **b > 0**, cererea sau consumul produsului tinde spre un anumit prag de saturație;
- dacă b > 1, cererea sau consumul produsului nu sunt satisfăcute sau nu admit un nivel de saturație.

4.2.3. Modele parțiale şi modele globale (agregate)

Aceste modele rezultă în urma clasificării modelelor econometrice în raport cu sfera lor de cuprindere. Includerea unui anumit model în clasa modelelor parțiale sau globale este relativă. Referindu-ne concret la modelarea consumului populației, modelul consumului alimentare al populației este un model parțial în raport cu modelul global al consumului total al populației – acesta rezultând din agregarea consumurilor: alimentar, nealimentar şi servicii. În acelaşi timp, consumul alimentar al populației apare ca un model global (agregat) în raport cu modelele parțiale ale consumului pe grupe omogene de consumatori etc (se au în vedere grupe omogene de consumatori după mărimea veniturilor, pe categorii socio-profesionale, pe medii de proveniență etc.).

Explicațiile de mai sus au urmărit să justifice ideea că orice descriere econometrică trebuie să se fundamenteze pe o concepție economică, explicită sau implicită, a fenomenului studiat. Un model econometric care nu respectă această condiție reprezintă o simplă speculație matematică, fără valoare teoretică sau practică pentru ştiința economică.

Clasificarea modelelor econometrice în cele două tipuri permite însă discuția problemei privind agregarea modelelor parțiale sau, invers, despre semnificația modelului global în raport cu modelele parțiale.

Această problemă va fi abordată în mod concret, în cazul modelării consumului populației, deoarece se vor putea formula observații pertinente, care rămân valabile pentru orice situație.

Fie modelul:

$$y_{it} = a_i + b_i.x_{it} + u_{it} \qquad (i = \overline{1,m};\ t = \overline{1,n}) \qquad (4.14)$$

în care: **y** – consumul; **x** – venitul grupei **i**, în anul **t**.

Material cu drept de autor

Acest model reprezintă modelul parțial al grupei omogene i de consumatori, într-o perioadă de n ani. Însumând cele i modele parțiale (4.14) se obține modelul agregat al acestora:

$$\Sigma y_{it} = \Sigma a_i + \Sigma b_i . x_{it} + \Sigma u_{it} \qquad (4.15)$$

Dacă se introduc notațiile: $\Sigma \mathbf{y_{it}} = \mathbf{Y_t}$ (consumul total al populației în momentul **t**); $\Sigma \mathbf{x_{it}} = \mathbf{X_t}$ (veniturile populației în momentul t; $\Sigma \mathbf{a_i} = \mathbf{a}$ şi $\Sigma \mathbf{u_{it}} = \mathbf{u_t}$. Modelul agregat devine:

$$Y_t = a + \Sigma b_i . x_{it} + u_t \qquad (4.16)$$

Modelul global al consumului populației, construit în aceeaşi perioadă de timp **t**, în funcție de veniturile populației este de forma:

$$Y_t = a + b . X_t + u_t \qquad (4.17)$$

Dacă termenul $\Sigma \mathbf{b_i . x_{it}}$ din relație (4.16) se înmulțeşte cu $(\Sigma \mathbf{x_{it}} / \Sigma \mathbf{x_{it}})$, modelul agregat devine:

$$Y_t = a + \frac{\Sigma b_i . x_{it}}{\Sigma x_{it}} \times \Sigma x_{it} + u_t = a + \frac{\Sigma b_i . x_{it}}{\Sigma x_{it}} \times X_t + u_t \qquad (4.18)$$

Comparând modelul agregat (4.18), rezultat prin însumarea modelelor parțiale, cu modelul global (4.17) se deduce că:

$$b = \Sigma b_i . x_{it} / \Sigma x_{it} \qquad (4.19)$$

adică parametrul **b** din modelul global (coeficientul de regresie al consumului total în raport cu veniturile populației) rezultă ca o medie aritmetică a coeficienților parțiali de regresie, ponderați cu veniturile consumatorilor din grupa **i**, $\mathbf{x_{it}}$.

O altă relație ce se poate deduce între coeficientul global al regresiei, **b** şi cei parțiali $\mathbf{b_i}$, se referă la estimatorul acestuia $\hat{b}$.

Din modelul (4.17), prin aplicarea metodei celor mai mici pătrate (M.C.M.M.P.), estimatorul lui b este egal cu:

$$\hat{b} = \frac{\Sigma (Y_t - \bar{Y}).(X_t - \bar{X})}{\Sigma (X_t - \bar{X})^2} \qquad (4.20)$$

Unde $\bar{Y} = \frac{1}{n} \Sigma Y_t$ - nivelul mediu anual al consumului populației în perioada **t**, $t = \overline{1, n}$; $\bar{X} = \frac{1}{n} \Sigma X_t$ - nivelul mediu anual al veniturilor populației.

Se calculează media lui **Y** pe baza modelului (4.16), se însumează după **t** şi se împarte la n:

Material cu drept de autor

$$\overline{Y} = a + \Sigma b_i \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_{it} \right) = a + \Sigma b_i . \overline{x}_i \qquad (4.21)$$

în care $\overline{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} x_{it}$ reprezintă media veniturilor grupei **i** de consumatori în perioada **t**.

Scăzând din modelul (4.16) modelul (4.21) se obține relația:

$$Y_t - \overline{Y} = \Sigma b_i . x_{it} - \Sigma b_i . \overline{x}_i = \Sigma b_i . (x_{it} - \overline{x}_i)$$

care se introduce în relația (4.20), obținându-se coeficientul global de regresie:

$$\hat{b} = \frac{\Sigma b_i \left[\Sigma (x_{it} - \overline{x}_i).(X_t - \overline{X}) \right]}{\Sigma (X_t - \overline{X})^2} \qquad (4.22)$$

Termenul: $\frac{\Sigma (x_{it} - \overline{x}_i).(X_t - \overline{X})}{\Sigma (X_t - \overline{X})^2} = \hat{q}_i$ nu reprezintă altceva decât estimatorul coeficientului de regresie a veniturilor consumatorilor din grupa **i** în funcție de veniturile populației, estimat pe baza funcției de regresie:

$$x_{it} = \hat{p}_i + \hat{q}_i . X_t$$

Știind că $\sum \mathbf{x_{it}} = \mathbf{X_t}$, rezultă că: $\Sigma \hat{p}_i = 0$ şi $\Sigma \hat{q}_i = 1$.

Revenind la expresia (4.22) se deduce că:

$$\hat{b} = \Sigma b_i . \hat{q}_i \qquad (4.23)$$

adică coeficientul global de regresie este egal cu suma produselor dintre coeficienții parțiali de regresie ai consumului în funcție de venit, pe grupe omogene de consumatori şi coeficienții de regresie ai acestor venituri în funcție de veniturile populației.

Rezultatele obținute mai sus se pot generaliza uşor, ele rămânând valabile în orice situație în care se discută raportul dintre un model parțial şi modelul global al unei variabile rezultative y în funcție de una sau mai multe variabile factoriale x, între care există o relație de dependență liniară. În cazul dependențelor neliniare, după liniarizarea acestora, formulele de mai sus vor căpăta particularități specifice.

În final, discuția raportului modele parțiale-modele globale permite formularea următoarelor concluzii:

- agregarea modelelor parțiale nu conduce la obținerea modelului global al variabilei respective;
- modelul global rezultă ca o medie a modelelor parțiale;
- în plan transversal, respectiv în profil teritorial, de exemplu, sau ca explicație istorică a dependenței dintre două sau mai multe fenomene

Material cu drept de autor

economice, modelul global se poate estima pe baza modelelor parțiale, dacă se acceptă ca semnificativă valoarea coeficientului global de regresie – vezi relația (4.19) - (Coeficientul global de regresie, fiind media aritmetică ponderată a coeficienților parțiali b_i – relație (4.19) – se pune problema reprezentativității acestuia).

- în scopuri de prognoză, modelul global nu conduce la rezultate semnificative decât dacă coeficientul global de regresie rămâne stabil.

Din relația (4.23) se deduce că această condiție se realizează în următoarele situații:

- $b_i = b \; \forall i = \overline{1,m}$ - coeficienții parțiali de regresie sunt constanți

şi egali cu coeficientul global de regresie;

- $\hat{q}_i$ = constant în orizontul de prognoză, ceea ce presupune o

creştere proporțională între nivelul variabilei factoriale pe ansamblul unităților statistice şi nivelul acestei variabile, centralizate pe grupele colectivității.

4.2.4. Modele statice şi modele dinamice

Un model econometric static este acela în care dependența variabilelor endogene **y** față de valorile variabilelor exogene $\mathbf{x}_j$ se realizează în aceeaşi perioadă de timp.

$$y = f(x_{1t},\ldots,x_{jt},\ldots,x_{kt}) + u_t; \quad t = \overline{1,n}; \; j = \overline{1,k} \qquad (4.24)$$

Spre deosebire de acestea, **modelele econometrice dinamice** se definesc prin următoarele tipuri:

a. Introducerea în pachetul de variabile explicative $\mathbf{x}_j$, în mod explicit, a variabilei de timp:

$$y_t = f(x_{1t}, x_{2t}, t) + u_t \qquad (4.25)$$

Un astfel de model se justifică atunci când:

• printre factorii importanți de influență ai variabilei **y** se află şi factori de natură calitativă, a căror influență nu poate fi reflectată de modelul econometric datorită lipsei unei măsuri statice adecvate, de exemplu, influența preferințelor sau gusturilor populației asupra consumului sau influența progresului tehnic în funcțiile de producție.

• poate fi acceptată ipoteza unui efect inerțial în evoluția fenomenului **y**, ipoteză care, în domeniul fenomenelor economice, poate fi acceptată datorită masei sociale care le generează şi de care beneficiază.

b. modelele autoregresive – când în pachetul de variabile explicative $\mathbf{x}_j$ se introduce şi variabila explicativă **y**, dar cu valori decalate: $y_{t-1}, y_{t-2}, \ldots, y_{t-k}$, reprezentând un model autoregresiv de ordinul **k**:

$$y_t = f(x_t, y_{t-k}) + u_t \qquad (4.26)$$

c. model cu decalaj în care variabila factorială **x** îşi exercită influența asupra variației variabilei **y**, pe mai multe perioade de timp:

Material cu drept de autor

$$y = f(x_t,...,x_{t-l},...,x_{t-k}) + u_t; \quad t = \overline{1,n};\ j = \overline{1,k}; k < t \quad (4.27)$$

în care: k este lungimea perioade de decalaj.

Exemple:

$$\mathbf{K_t = f(I_t,...,I_{t-l},...,I_{t-k}) + u_t} \quad (4.28)$$

în care $\mathbf{K_t}$ – fondurile fixe puse în funcțiune în perioada **t**; $\mathbf{I_t}$ – investițiile efectuate în perioada **t-k,...,t**.

$$\mathbf{Q_t = f(I_t,...,I_{t-l},...,I_{t-k}) + u_t} \quad (4.29)$$

în care $\mathbf{Q_t}$ – producția medie la hectar în perioada **t**; $\mathbf{I_t}$ – cantitatea de îngrăşăminte date la hectar în perioada **t-k,...,t**.

Aceste tipuri de modele (**a + b + c**) se utilizează, în special, la prognoza fenomenelor economice. Dacă primele module – tipul (a + b) nu ridică dificultăți privind identificarea, estimarea şi verificarea acestora, ele fiind de genul modelelor econometrice multifactoriale, modelele dinamice cu decalaj prezintă câteva dificultăți.

Prima se referă la mărimea decalajului **k** – cu cât acesta este mai mare, cu atât se pierd mai multe valori ale variabilelor, neajuns ce impune construirea unei serii lungi de date a fenomenelor analizate, pe când în economie se lucrează, de obicei, cu eşantioane de volum mic.

A doua dificultate o reprezintă existența fenomenului de multicolinearitate între valorile decalate ale variabilei exogene, $\mathrm{cov}(x_t, x_{t-k}) \neq 0\ , (\forall)t = \overline{1,n},\ k < t$ - multicolinearitate care conduce la obținerea de estimatori nesemnificativi: $(b_j / s_{b_j}) < 2.$

4.2.5. Modele cu o singură ecuație şi modele cu ecuații multiple

Din categoria modelelor cu o singură ecuație fac parte toate modelele prezentate mai sus.

Modelele econometrice cu ecuații multiple sunt formate dintr-un sistem de ecuații. Acestea se pot prezenta **sub două forme**: sub formă **structurală** şi sub **formă redusă sau canonică**.

Un model econometric sub formă structurală reprezintă transpunerea formală – printr-un sistem de ecuații – a procesului economic. Forma generală a acestui model este următoarea:

$$\begin{aligned}
&Y_1 + b_{12}Y_2 + ... + b_{1n}Y_n + c_{11}X_1 + c_{12}X_2 + ... + c_{1m}X_m = U_1 \\
&b_{21}Y_1 + Y_2 + ... + b_{2n}Y_n + c_{21}X_1 + c_{22}X_2 + ... + c_{2m}X_m = U_2 \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
&b_{n1}Y_1 + b_{n2}Y_2 + ... + Y_n + c_{n1}X_1 + c_{n2}X_2 + ... + c_{nm}X_m = U_n
\end{aligned} \quad (4.30)$$

în care $\mathbf{Y_i(i=1,...,n)}$ – variabile explicate sau endogene; $\mathbf{X_j(j=1,...,m)}$ – variabile explicative sau exogene.

Material cu drept de autor

Rezolvarea unui model econometric presupune estimarea parametrilor $\mathbf{b}_{ij}$ şi $\mathbf{c}_{ij}$ cu ajutorul unei anumite metode stochastice de estimare a acestora.

Dintre metodele folosite la estimarea parametrilor unui model econometric, se menționează:

- metoda celor mai mici pătrate (**M.C.M.M.P.**) într-o singură treaptă;
- **M.C.M.M.P**. în două trepte;
- **M.C.M.M.P**. în trei trepte;
- metoda verosimilității maxime cu informație limitată.

Întrucât aplicarea unei metode de estimare a parametrilor unui model sub formă structurală conduce la obținerea de estimații deplasate ale parametrilor $\mathbf{b}_{ij}$ şi $\mathbf{c}_{ij}$, modelul econometric sub această formă trebuie transformat sub formă redusă sau canonică.

Un model econometric este sub formă redusă sau canonică dacă fiecare variabilă endogenă este exprimată numai în funcție de variabilele exogene.

4.2.6. Modele euristice sau raționale şi modele decizionale sau operaționale

Tipologia modelelor econometrice este foarte vastă, totuşi acestea pot fi împărțite în două mari grupe: modele euristice sau raționale şi modele decizionale sau operaționale.

Modelele euristice sau raționale sunt folosite în special de teoria economică pentru a explica pe o cale mai simplă un sistem complex de dependențe şi interdependențe ce se manifestă în domeniul economic. Modelul teoretic reprezintă de fapt o formă simplificată a modelului real deoarece în cadrul acestuia nu pot fi incluşi toți factorii.

Modelele decizionale sau operaționale se utilizează în special în practica economică, ele fiind folosite la fundamentarea unor decizii de politică economică (simulare) şi la prognoza fenomenelor economice.

Evident că diferența dintre aceste două modele nu este absolută, adică un model rațional sau teoretic poate fi utilizat ca un model operațional dacă pot fi acceptate anumite ipoteze.

Un exemplu de model econometric ce poate fi folosit atât în scopuri euristice cât şi în scopuri operaționale în reprezintă modelul econometric utilizat la descrierea prețului de echilibru.

Pe baza teoriei economice, a definirii unei piețe libere şi a conceptului de homo economicus (ființă rațională, comportamente logice) modelul utilizat la descrierea formării prețului de echilibru este:

$$P = f(C) + u \tag{4.31}$$

$$P = f(O) + z \tag{4.32}$$

În situația prețului de echilibru:

$$\mathbf{C = 0} \tag{4.33}$$

Material cu drept de autor

Pe cale logică se deduce că relația dintre preț şi cerere este de formă inversă şi că o astfel de relație poate fi descrisă cu ajutorul unei funcții monoton descrescătoare, liniară sau putere.

Funcția liniară:

$$P = a + b.C; \quad b<0 \tag{4.34}$$

Funcție putere:

$$P = a.C^b \tag{4.35}$$

Şi, după logaritmare:

$$\ln P = \ln a + b.\ln C \tag{4.36}$$

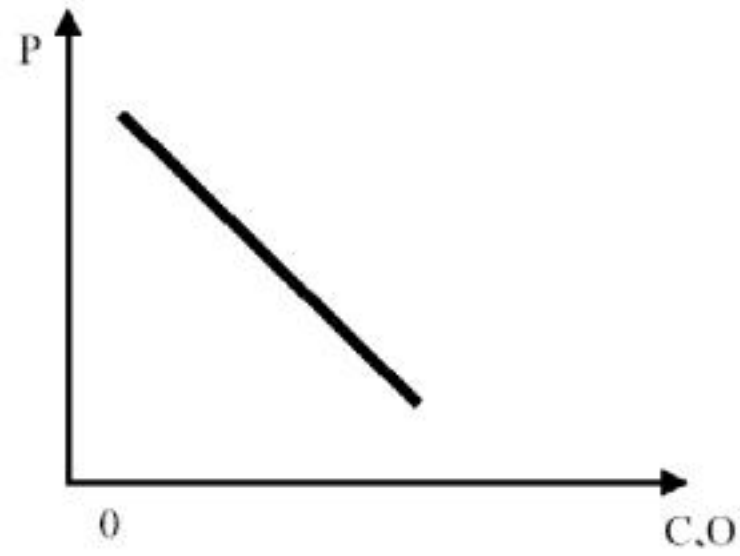


Fig.4.1. Reprezentarea grafică a expresiei (4.34)

În mod analog se poate deduce că legea ofertei poate fi descrisă cu ajutorul aceloraşi funcții:

Funcția liniară:

$$P = \alpha + \beta.O \tag{4.37}$$

Funcție putere:

$$P = \alpha.O^{\beta} \tag{4.38}$$

Şi, după logaritmare:

$$\ln P = \ln \alpha + \beta.\ln O \tag{4.39}$$

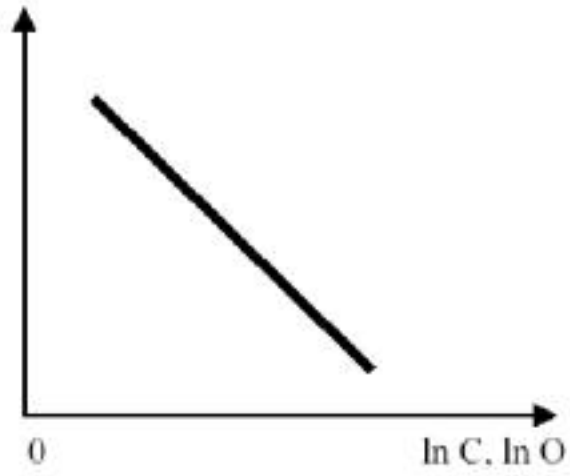


Fig.4.2. Reprezentarea grafică a expresiei (4.36)

Este cunoscut faptul că explicarea formării prețului de echilibru se face pe baza unui grafic de forma celuia din figura 4.3.

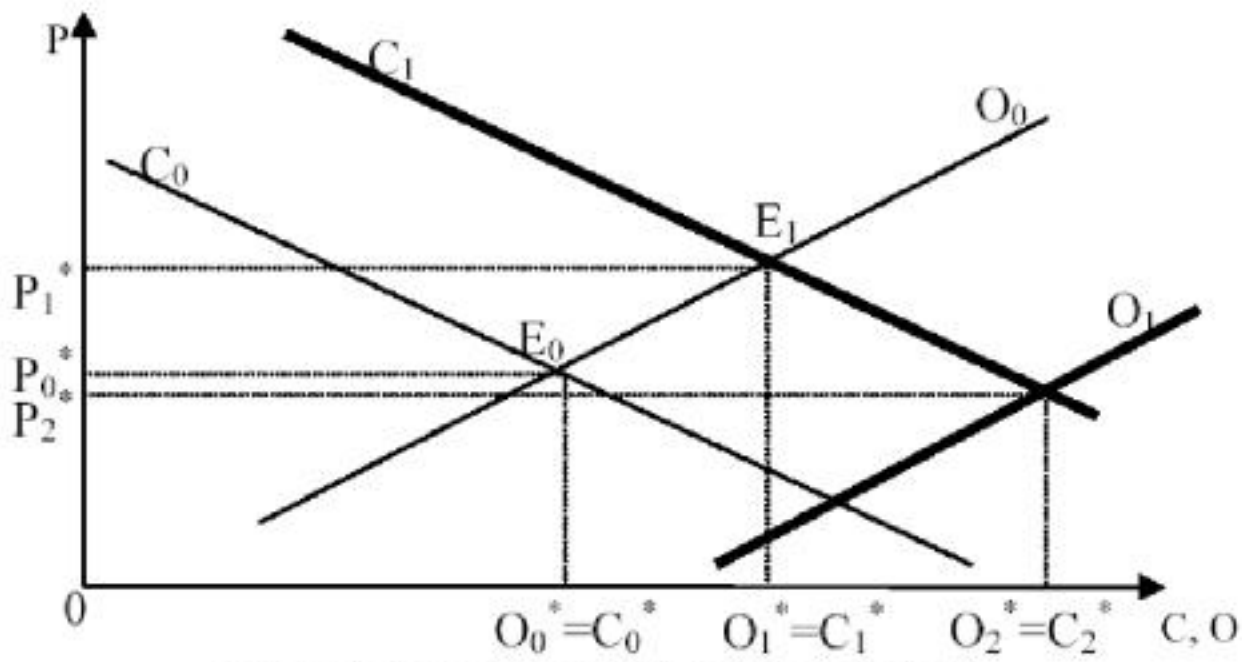


Fig.4.3. Formarea prețului de echilibru

Interpretând modificare prețului de echilibru descris cu ajutorul unei funcții liniare se poate constata că, în cazul în care cererea se modifică (creşte), iar oferta rămâne constantă, această modificare presupune: fie o deplasare paralelă cu prima dreaptă, fie dreapta pivotează din punctul de intersecție cu axa Oy.

În primul caz:

$$P = a + b.C \Rightarrow P' = a_1 + b.C \tag{4.40}$$

iar în al doilea caz se modifică panta dreptei, distanța față de origine rămânând constantă:

$$P'' = a + b_1.C \tag{4.41}$$

În practică, cele două situații apar când au loc compensări – primul caz – respectiv când au loc indexări – al doilea caz.

În mod analog se procedează şi în cazul modificării ofertei sau a modificării simultane a cererii şi ofertei.

În plus, descrierea legii cererii cu ajutorul unei funcții matematice permite definirea riguroasă a unor concepte economice cum ar fi: coeficientul marginal şi coeficientul de elasticitate.

Astfel, în cazul unei drepte, coeficientul marginal este de forma:

$$cm = \frac{\partial P}{\partial C} = b \Rightarrow cm = ct \tag{4.42}$$

iar coeficientul de elasticitate este de forma:

$$ce = \frac{\partial P}{P} \bullet \frac{\partial C}{C} = \frac{b.C}{a + b.C} = \frac{P - a}{a + b.C} = 1 - \frac{a}{a + b.C} \Rightarrow ce \in [0,1] \tag{4.43}$$

în acest caz existând o elasticitate rigidă.

În general, teoria economică utilizează cu predilecție funcția putere pentru a explica formarea prețului de echilibru referitor la legea cererii:

$$P = a.C^b \Rightarrow \ln P = \ln a + b.\ln C$$

Această funcție prezintă proprietatea că, panta dreptei, respectiv coeficientul marginal, este egal cu coeficientul de elasticitate:

$$cm = ce = \frac{\partial \ln P}{\partial \ln C} = b \tag{4.44}$$

rezultând coeficientul de elasticitate a prețului în funcție de cerere, atunci când legea cererii poate fi descrisă cu ajutorul funcției de putere sau a celei exponențiale:

$$P = e^{a + b.\ln C} \tag{4.45}$$

Acest model rațional sau euristic poate fi utilizat ca model operațional, respectiv în vederea calculării prețului de echilibru, dacă pot fi acceptate câteva ipoteze cum ar fi:

- se cunoaşte numărul cumpărătorilor şi cel al vânzătorilor;

Material cu drept de autor

• se cunosc opțiunile ferme ale acestora privind cantitatea cerută sau oferită spre vânzare, precum şi prețul de cumpărare şi de vânzare, respectiv preferințele cumpărătorilor şi vânzătorilor au un caracter cert şi nu aleatoriu.

Aceste ipoteze se verifică în general pe piața bursieră unde, de regulă, prețul de echilibru al unei acțiuni sau produs (marfă) se calculează cu ajutorul modelului econometric următor: se admite că pentru ziua H se cunosc următoarele date referitoare la prețul de cumpărare şi volumul cererii de acțiuni precum şi prețul de vânzare şi volumul ofertei acestora:

Tabelul 4.1

Oferta, buc.	1000	1500	1000	500	1200	2000
Preț, (u.m./buc)	1800	1750	1780	1600	1700	1650

Tabelul 4.1 (continuare)

2000	2000	3000	2000	500	200	1300
1800	1600	1700	1800	1725	1620	1750

Descrierea econometrică a formării prețului de echilibru se realizează cu ajutorul modelului:

P = f(C) + u

P = f(O) + z

C = O

Pentru identificarea legii cererii şi a ofertei vor trebui construite seriile statistice şi se va efectua reprezentarea grafică a acestora.

Construirea seriilor statistice se face pe baza următorului raționament:

- dacă un cumpărător achiziționează o cantitate de acțiuni la un anumit preț, el va cumpăra cu atât mai mult cu cât prețul va fi mai mic;
- dacă un ofertant îşi vinde acțiunile la un anumit preț, el le va vinde cu atât mai mult cu cât prețul va fi mai mare.

Rezultă astfel următoarele serii statistice, construite în urma ordonării prețurilor anunțate de cumpărători şi ofertanți:

Tabelul 4.2.

Oferta (buc.)	Prețul (u.m./buc.)	Cerere (buc.)
500	1600	9000
500	1620	7000
2500	1650	6800
4300	1680	6800
5500	1700	6800
5500	1725	3800

Material cu drept de autor

7000	1750	3300
8000	1780	2000
9000	1800	2000

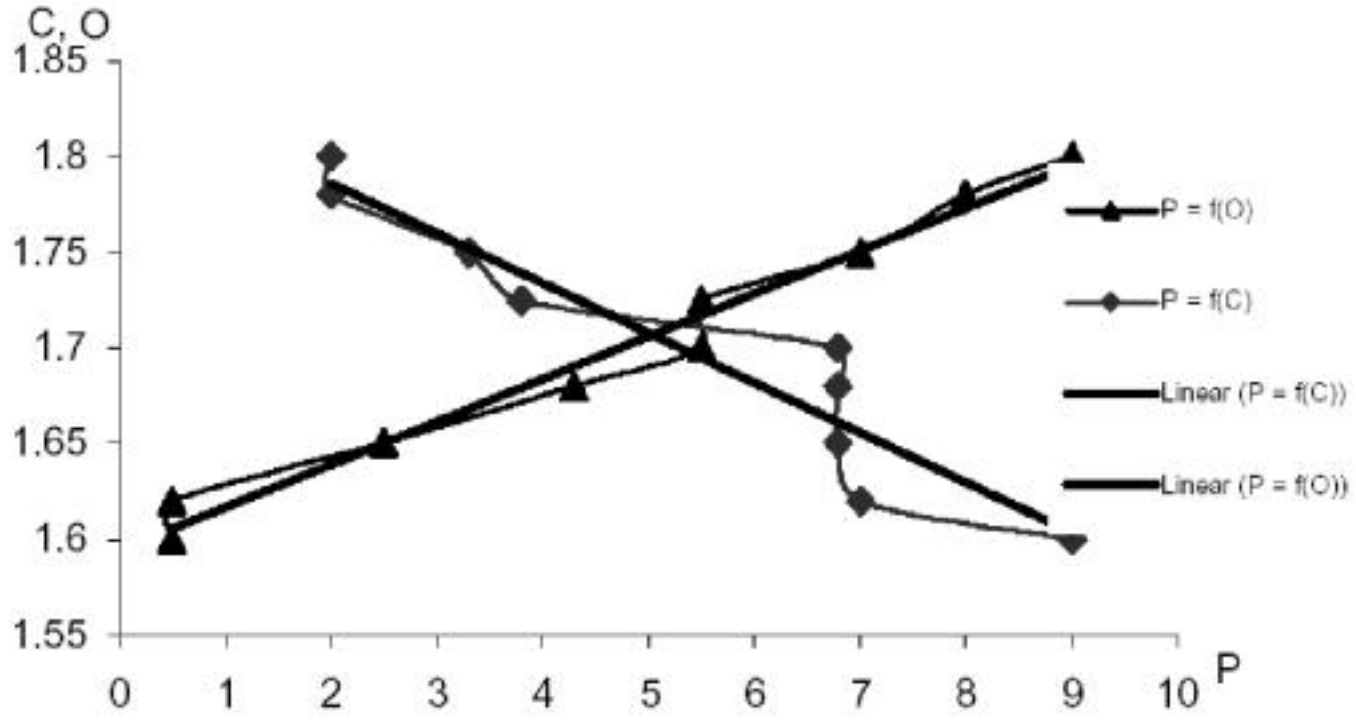


Fig.4.4. Formarea prețului de echilibru

În urma reprezentării grafice se observă că legile cererii şi ale ofertei pot fi aproximate cu două funcții liniare de forma:

1. Legea cererii:

$$\mathbf{P = a + b.C + z} \qquad (4.46)$$

2. Legea ofertei:

$$\mathbf{P = \alpha + \beta.O + u} \qquad (4.47)$$

În vederea estimării parametrilor a, b, α, β se aplică metoda celor mai mici pătrate fiecărui model în parte, rezultând astfel estimatorii parametrilor: $\hat{a}, \hat{b}, \hat{\alpha}, \hat{\beta}$.

Volumul de echilibru se calculează astfel:

$$o = C \Rightarrow a + b.c = \alpha + \beta.O \Rightarrow O^* = C^* = \frac{\alpha - a}{b - \beta} \qquad (4.48)$$

iar prețul de echilibru va fi:

$$P^* = a + b\frac{\alpha - a}{b - \beta} = \frac{\alpha.b - a.\beta}{b - \beta} \qquad (4.49)$$

Un astfel de model operațional se foloseşte la estimarea cursului valutar (fixingul bancar) şi la estimarea prețurilor acțiunilor pe piețele de capital.

De asemenea, acesta poate fi adaptat şi la analiza cererii şi ofertei oricărui bun sau serviciu de consum dacă ipotezele menționate mai sus pot fi acceptate.

Material cu drept de autor

4.3. Studiu de caz. Modelul liniar unifactorial

Se cunosc următoarele date privind încasările medii lunare şi suprafața comercială a 12 societăți având acelaşi profil de activitate:

Suprafața comercială (mp)	56	62	66	75	84	96	112	120	135	144	150	154
Încasările medii lunare (u.m.)	5.5	5.9	6.1	6.5	7	8.2	9.8	10.1	11.2	12.3	12.9	13.1

Se cere:

a. să se specifice modelul econometric ce descrie legătura dintre cele două variabile;
b. să se estimeze parametrii modelului şi să se calculeze valorile teoretice ale variabilei endogene;
c. să se verifice ipotezele de fundamentare a metodei celor mai mici pătrate;
d. să se verifice semnificațiile estimatorilor şi verosimilitatea modelului;
e. să se estimeze încasările lunare ale unei societăți comerciale care are o suprafață de 125 m^2.

a. Pe baza datelor problemei se poate construi un model econometric unifactorial de forma:

$$y = f(x) + u$$

unde: - ***y*** reprezintă valorile reale ale variabilelor dependente (încasările medii lunare); **x** reprezintă valorile reale ale variabilelor independente (suprafața comercială); **u** este variabila reziduală, reprezentând influențele celorlalți factori ai variabile **y**, nespecificați în model, considerați factori întâmplători, cu influențe nesemnificative asupra variabilei **y**.

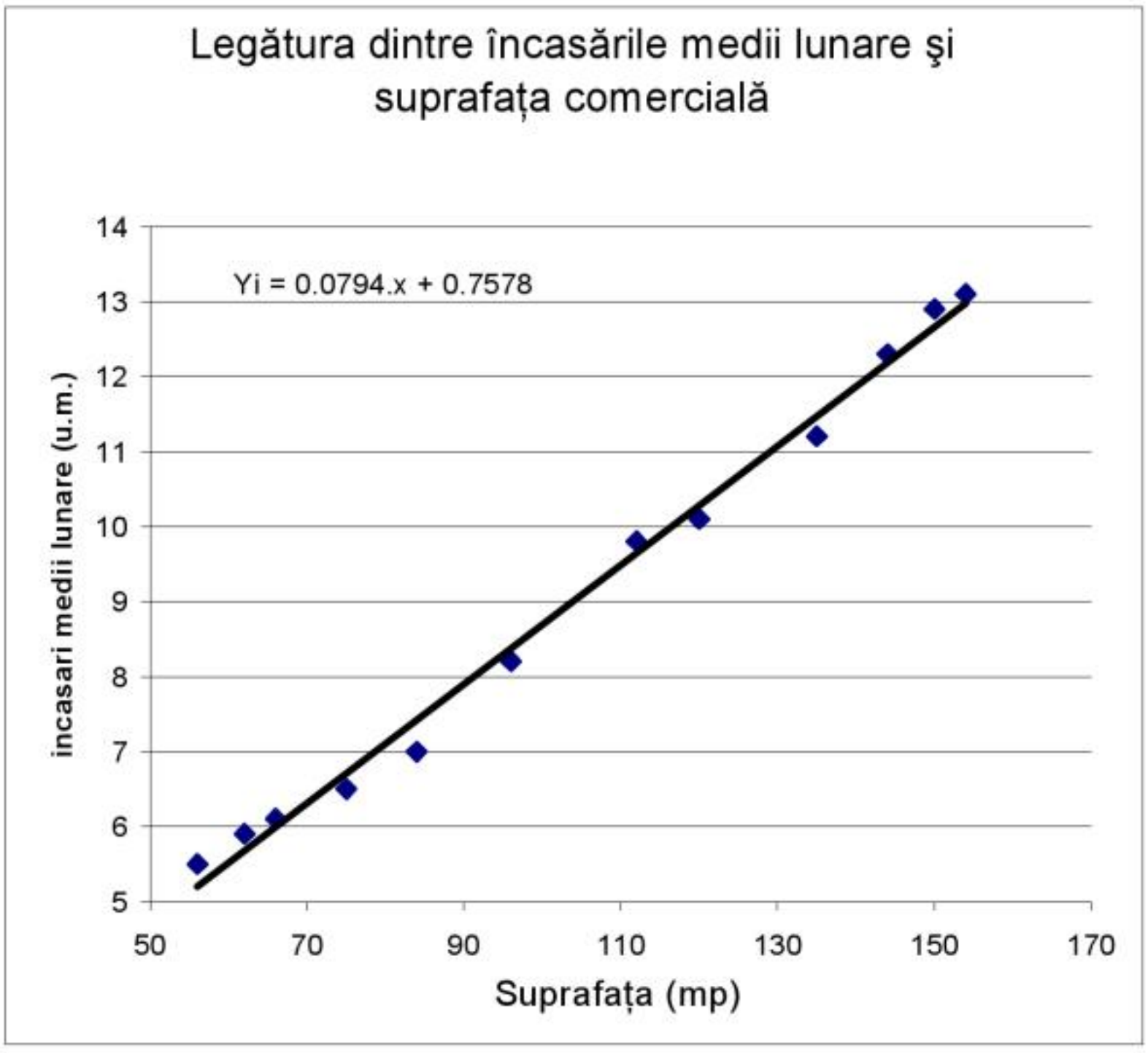
Analiza datelor din tabel, în raport cu procesul economic descris conduce la următoarea specificare a variabilelor: **y** – încasările medii lunare reprezentând variabila rezultativă, ale cărei valori depind de o serie de factori: suprafața comercială, amplasarea magazinului, publicitate, număr de salariați, preț de vânzare, ş.a.m.d.; **x** – suprafața comercială, factorul considerat cu influența cea mai puternică asupra variabilei **y**.

Specificarea unui model econometric presupune alegerea unei funcții matematice cu ajutorul căreia poate fi descrisă legătura dintre cele două variabile. Pentru modelul unifactorial, procedeul cel mai des folosit îl constituie reprezentarea grafică cu ajutorul corelogramei.

Cu ajutorul graficului s-au reprezentat legăturile dintre încasările medii lunare ale unității (variabila rezultativă) şi suprafața comercială. Din grafic se poate observa că asupra caracteristicii rezultative, pe lângă suprafața comercială, au influențat şi alți factori întrucât există puncte aşezate fără nici

Material cu drept de autor

o regularitate, influența acestor factori întâmplători neidentificați se va elimina prin ajustare, adică prin stabilirea liniei de regresie teoretică. Între numărul de angajați şi volumul vânzărilor există o legătură strânsă datorită concentrării intense a frecvențelor în jurul diagonalei.



Din grafic se poate observa că distribuția punctelor empirice poate fi aproximată cu o dreaptă. Drept urmare, modelul econometric care descrie legătura dintre cele două variabile este un ***model liniar unifactorial*** $y = a + b.x + u$, ***a*** şi ***b*** reprezentând parametrii modelului, $b \geq 0$, panta dreptei fiind pozitivă rezultă că legătura dintre cele două variabile este directă liniară.

a - este coeficientul care exprimă influența factorilor neincluşi în model, considerați cu influența constantă

b - coeficient de regresie

b. Deoarece parametrii modelului sunt necunoscuți, valorile acestora se pot estima cu ajutorul mai multor metode. Se va utiliza metoda celor mai mici pătrate, aceasta fiind utilizată în mod curent. Această metodă porneşte de la următoarea relație:

$$y_i = a + bx_i + u_i$$

$$Y_i = \hat{a} + \hat{b}x_i$$

unde:

- Y_i reprezintă valorile teoretice ale variabilei *y* obţinute numai în funcţie de valorile factorului esenţial *x* şi valorile estimatorilor parametrilor *a* şi *b*, respectiv $\hat{a}$ şi $\hat{b}$
- $u_i = y_i - Y_i = (a - \hat{a}) + (b - \hat{b})x_i$ estimaţia valorilor variabilei reziduale.

În mod concret metoda celor mai mici pătrate (MCMMP) constă în a minimiza funcţia:

$$F(\hat{a},\hat{b}) = \min \sum_{i=1}^{12} (y_i - Y_i)^2 = \min \sum_{i=1}^{12} (y_i - \hat{a} - \hat{b}\,x_i)^2$$

Rezolvând sistemul:

$$n\hat{a} + \hat{b}\sum_i x_i = \sum_i y_i$$

$$\hat{a}\sum x_i + \hat{b}\sum x_i^{\,2} = \sum x_i y_i$$

vom obţine estimatorii $\hat{a}$ si $\hat{b}$:

$$\hat{a} = 0{,}7578$$

$$\hat{b} = 0{,}0794$$

Cu ajutorul estimaţiilor parametrilor se pot calcula valorile teoretice (estimate) ale variabilei endogene, Y_i, cu ajutorul relaţiei:

$$Y_i = 0{,}7578 + 0{,}0794x_i$$

Tabel 1.a

nr. crt	Suprafaţa	Încasări medii	x_i^2	$x_i \times y_i$	Y_i=0,7578+ 0,0794x_i	$(xi - \bar{x})^2$	$(yi - \bar{y})^2$	$u_i=y_i-Y_i$
1	56	5.5	3136	308	5.20145	2352.25	12.6025	0.29855
2	62	5.9	3844	365.8	5.677559	1806.25	9.9225	0.222441
3	66	6.1	4356	402.6	5.994965	1482.25	8.7025	0.105035
4	75	6.5	5625	487.5	6.709129	870.25	6.5025	-0.20913
5	84	7	7056	588	7.423293	420.25	4.2025	-0.42329
6	96	8.2	9216	787.2	8.375512	72.25	0.7225	-0.17551
7	112	9.8	12544	1098	9.645137	56.25	0.5625	0.154863

Material cu drept de autor

8	120	10.1	14400	1212	10.27995	240.25	1.1025	-0.17995
9	135	11.2	18225	1512	11.47022	930.25	4.6225	-0.27022
10	144	12.3	20736	1771	12.18439	1560.25	10.5625	0.115614
11	150	12.9	22500	1935	12.6605	2070.25	14.8225	0.239505
12	154	13.1	23716	2017	12.9779	2450.25	16.4025	0.122098
Total	**1254**	**108.6**	**145354**	**12484**	**108.6**	**14311**	**90.73**	**6.22E-15**

Tabel 1.b

u_i^2	$y_i-\bar{y}$	$(y_i-\bar{y})^2$	$x_i-\bar{x}$	$u_i(x_i-\bar{x})$	$(u_i-u_{i-1})^2$	$(y_i-\bar{y})(x_i-\bar{x})$
0.089132	-3.55000	12.60250	-48.5	-14.4797	~	172.175
0.04948	-3.15000	9.92250	-42.5	-9.45373	0.005793	133.875
0.011032	-2.95000	8.70250	-38.5	-4.04383	0.013784	113.575
0.043735	-2.55000	6.50250	-29.5	6.169316	0.098699	75.225
0.179177	-2.05000	4.20250	-20.5	8.677512	0.045866	42.025
0.030804	-0.85000	0.72250	-8.5	1.491851	0.061396	7.225
0.023983	0.75000	0.56250	7.5	1.161475	0.109148	5.625
0.032382	1.05000	1.10250	15.5	-2.78921	0.112099	16.275
0.07302	2.15000	4.62250	30.5	-8.24178	0.008149	65.575
0.013367	3.25000	10.56250	39.5	4.566748	0.148869	128.375
0.057362	3.85000	14.82250	45.5	10.89746	0.015349	175.175
0.014908	4.05000	16.40250	49.5	6.04387	0.013784	200.475
0.618382	0	90.73000	0	1.48E-12	0.632937	1135.6

Valorile variabilei reziduale se vor obține din urmatoarea relație:

$$\hat{u}_i = y_i - Y_i$$

Pe baza acestor valori se pot calcula abaterea medie pãtraticã a variabilei reziduale $s_{\hat{u}}$ şi abaterile medii pãtratice ale celor doi estimatori, $s_{\hat{a}}$ şi $s_{\hat{b}}$:

$$s_{\hat{u}}^2 = \frac{\sum (y_i - Y_i)^2}{n-k} = \frac{0{,}6183}{11} = 0{,}0562$$

unde:

k – este numãrul estimatorilor;

$$s_{\hat{u}} = \sqrt{0{,}0562} = 0{,}237$$

Material cu drept de autor

$$s_{\hat{a}}^2 = s_{\hat{u}}^2\left[\frac{1}{n}+\frac{\bar{x}^2}{\sum(x_i-\bar{x})^2}\right] = 0{,}0562\left[\frac{1}{12}+\frac{104.5^2}{14311}\right] = 0{,}0475452$$

$$s_{\hat{a}} = \sqrt{0{,}0475452} = 0{,}218$$

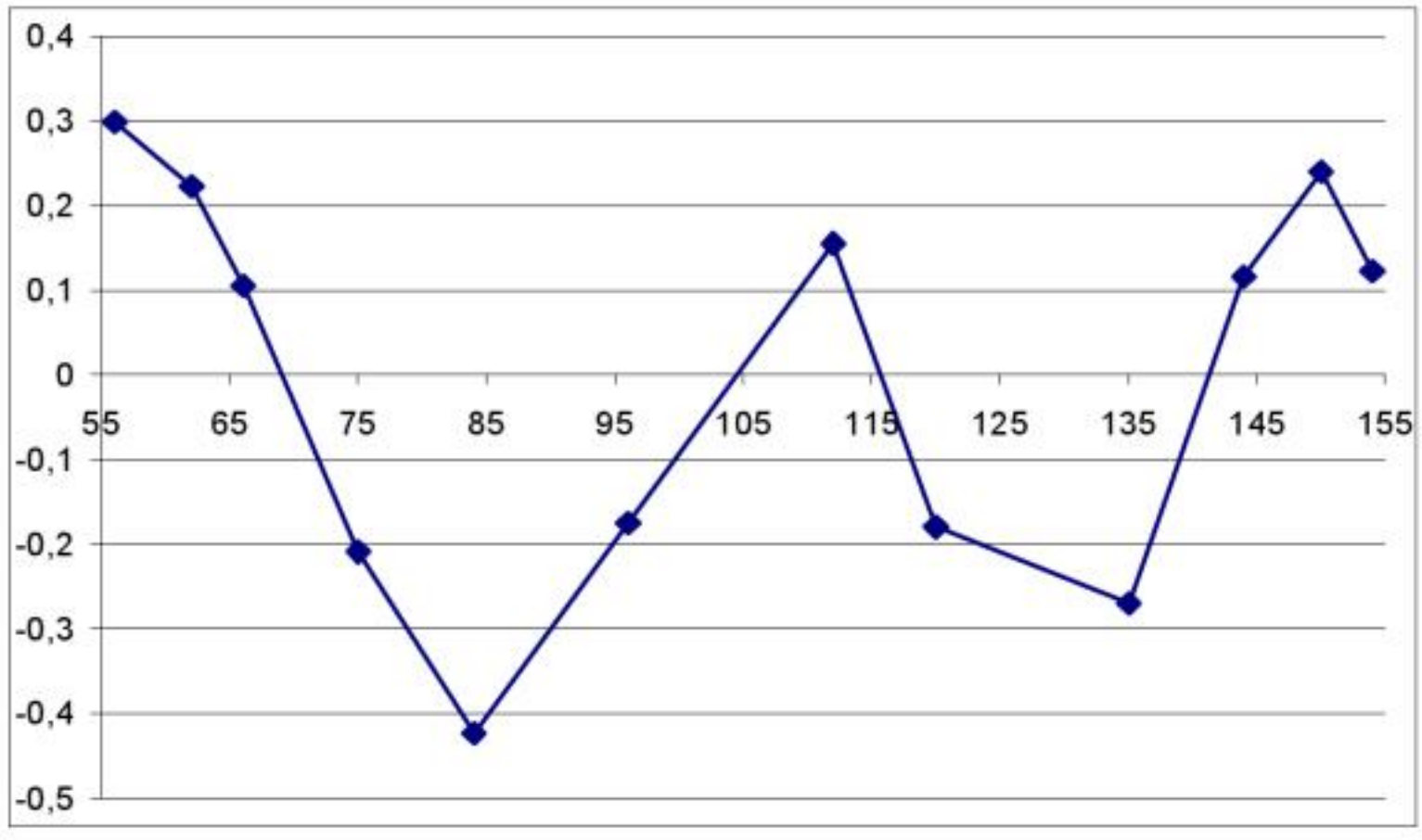
$$s_{\hat{b}}^2 = s_u^2\frac{1}{\sum(x_i-\bar{x})^2} = \frac{0{,}0562}{14311} = 0{,}000004$$

$$s_{\hat{b}} = \sqrt{0{,}000004} = 0{,}002$$

În urma acestor calcule, modelul econometric se poate scrie:

$$Y_i = \underset{(0{,}218)}{0{,}7578} + \underset{(0{,}002)}{0{,}0794}\, x_i; \qquad s_{\hat{u}} = 0{,}237$$

c. Estimatorii obținuți cu ajutorul metodei celor mai mici pătrate sunt estimatori de maximă verosimilitate dacă pot fi acceptate următoarele ipoteze:



c$_1$. *Variabilele observate nu sunt afectate de erori de măsura.*

Această condiție se verifică cu regula celor trei sigma, regulă care constă în verificarea următoarelor relații: $x_i \in (\bar{x} \pm 3\sigma_x)$ și $y_i \in (\bar{y} \pm 3\sigma_y)$

Pe baza datelor obținem:

$$\sigma_x = 34{,}534 \;\; \sigma_y = 2{,}7497$$

$$x_i \in (\bar{x} \pm 3\sigma_x) \Leftrightarrow \bar{x} - 3\sigma_x < x_i < \bar{x} + 3\sigma_x \Leftrightarrow$$

$$0{,}898 < x_i < 208{,}102 \Rightarrow x_i \in (0{,}898; 208{,}102)$$

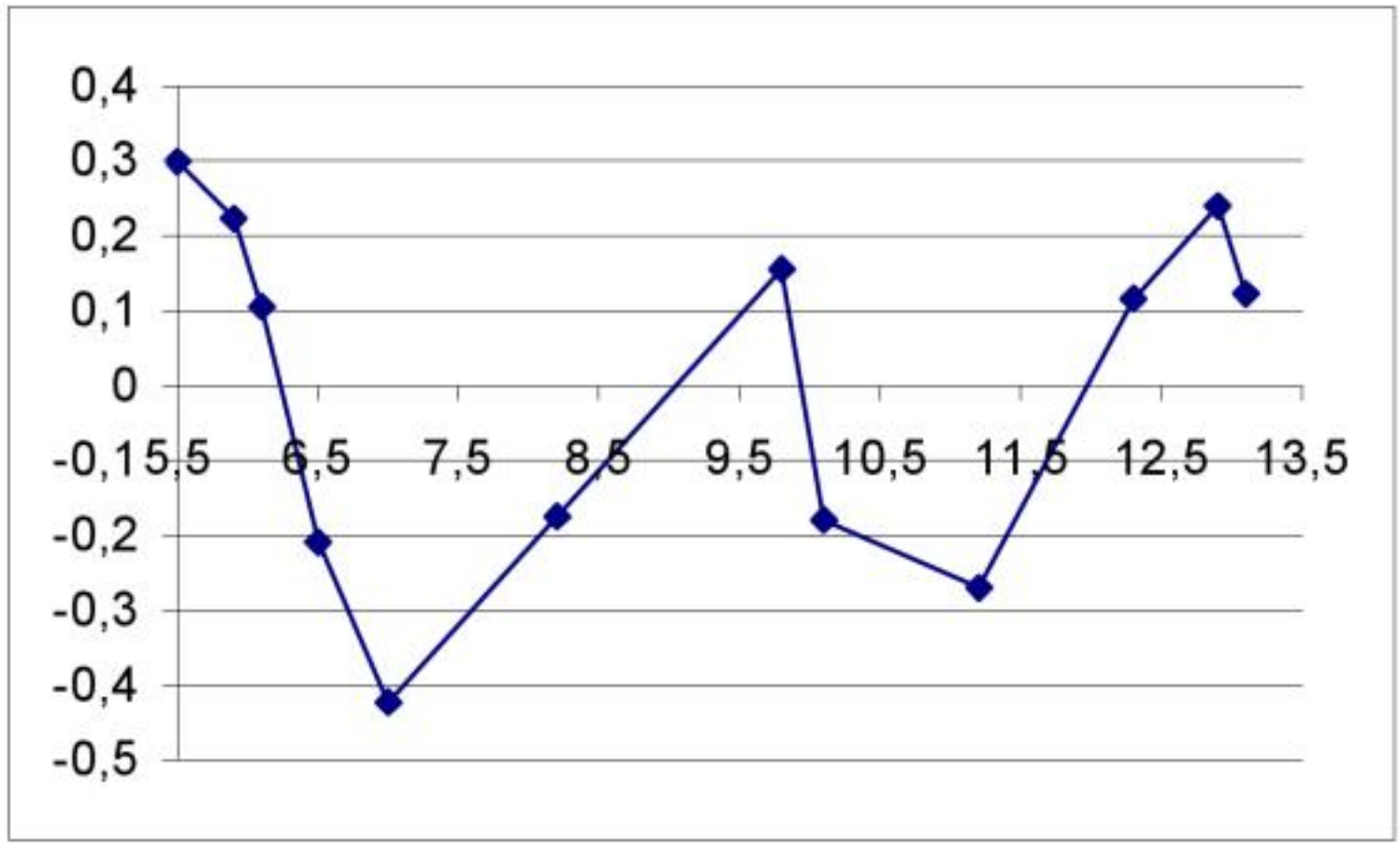
$$y_i \in (\bar{y} \pm 3\sigma_y) \Leftrightarrow \bar{y} - 3\sigma_y < y_i < \bar{y} + 3\sigma_y \Leftrightarrow$$

$$0{,}8009 < y_i < 17{,}2991 \Rightarrow y_i \in (0{,}8009; 17{,}2991)$$

Deoarece valorile acestor variabile aparţin intervalelor $x_i \in (0{,}898; 208{,}102)$ şi $y_i \in (0{,}8009; 17{,}2991)$, ipoteza de mai sus poate fi acceptată fără rezerve.

c2. *Variabila aleatoare (reziduală) u este de medie nula* $M(\hat{u}) = 0$, *iar dispersia ei* $s^2_{\hat{u}}$ *este constantă şi independenta de* ***X*** – ipoteza de homoscedasticitate, pe baza căreia se poate admite că legătura dintre **X°** şi **Y** este relativ stabilă.

Se va utiliza procedeul grafic pentru a stabili acceptarea sau nu a ipotezei. Se va construi corelograma privind valorile variabilei factoriale ***x*** şi ale variabilei reziduale ***u***.



Deoarece graficul punctelor empirice prezintă o distribuţie oscilantă, se poate accepta ipoteza că cele două variabile sunt independente şi nu corelate.

c3. *Valorile variabilei reziduale* $(\hat{u}_i)$ *sunt independente, respectiv nu există fenomenul de autocorelare.*

Material cu drept de autor

c_3.1. Procedeul grafic: corelograma între valorile variabilei dependente (y) şi valorile variabilei reziduale $(\hat{u}_i)$.

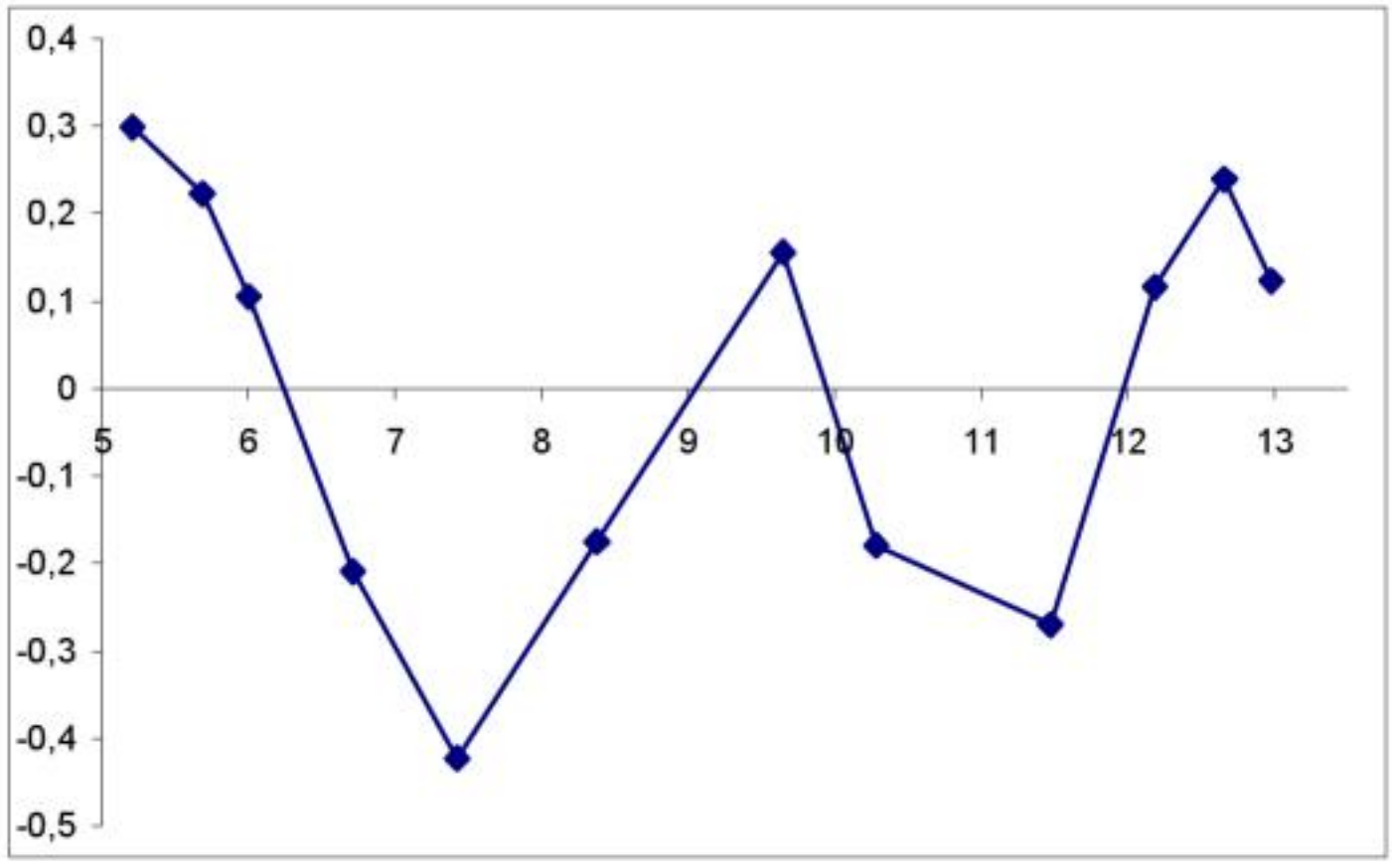
Ca şi în graficul precedent, distribuția punctelor empirice fiind oscilantă, se poate accepta ipoteza de independență a erorilor.

c_3.2. Pentru acceptarea sau respingerea acestei ipoteze se utilizează testul Durbin-Watson.

- se calculează termenul empiric

$$d = \frac{\sum_{i=2}^{n} \left(\hat{u}_i - \hat{u}_{i-1}\right)^2}{\sum_{i=2}^{n} \hat{u}_i^2} = \frac{0{,}632937}{0{,}618382} = 1{,}024$$

Pentru pragul de semnificație $\alpha = 0{,}05$, numărul variabilelor exogene k = 1 şi numărul observațiilor n = 12, din tabela distribuției Durbin-Watson se iau valorile $d_1 = 1{,}02$ şi $d_2 = 1{,}32$.



Deoarece $d_1 < d < d_2 \Rightarrow$ indecizie.

c_4. *Verificarea ipotezei de normalitate a valorilor variabilei reziduale*

Dacă erorile urmează legea normală de medie zero şi de abatere medie pătratică $s_{\hat{u}}$, atunci are loc relația:

$$P\left(\left|\hat{u}_i\right| \le t_\alpha s_{\hat{u}}\right) = 1 - \alpha$$

Material cu drept de autor

Lucrând cu un prag de semnificație $\alpha = 0,05$ şi cu un număr de grade de libertate *v= n – 2=12 – 2=10* vom avea $t_{0,05;10} = 2,228$. Cu ajutorul acestor date verificarea ipotezei de normalitate se poate face pe baza următorului grafic: pe axa Ox se trec valorile ajustate ale variabilei *y* (adică Y_i), iar pe axa Oy se vor trece valorile variabilei reziduale (adică $\hat{u}_i$).

Se observă că valorile empirice ale variabilei reziduale se înscriu în banda construită, cu un prag de semnificație $\alpha = 0,05$. Ca atare, ipoteza de normalitate a variabilei reziduale poate fi acceptată cu acest prag de semnificație.

d.d1. verificarea semnificației estimatorilor.

Estimatorii sunt semnificativ diferiți de zero, cu un prag de semnificație $\alpha = 0,001$, dacă se verifică următoarele relații:

$$\frac{|\hat{a}|}{s_{\hat{a}}} > t_{\alpha} \text{ si } \frac{|\hat{b}|}{s_{\hat{b}}} > t_{\alpha}$$

$$\frac{|\hat{a}|}{s_{\hat{a}}} = \frac{0,7578}{0,218} = 3,476 > t_{0,001;10} = 4,587$$

$$\frac{|\hat{b}|}{s_{\hat{b}}} = \frac{0,0794}{0,002} = 39,7 > t_{0,001;10} = 4,587$$

Pe baza calculelor de mai sus se observă faptul că ambii estimatori sunt semnificativ diferiți de zero, cu un prag de semnificație $\alpha = 0,001$.

d2. Verificarea verosimilității modelului

Pentru a accepta ipoteza de liniaritate se calculează coeficientul de corelație liniară:

$$r_{y/x} = \frac{\operatorname{cov}(y,x)}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{\sum (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{n\sigma_x \sigma_y} =$$

$$= \frac{1135,6}{12 \cdot 34,534 \cdot 2.7497} = 0.996579 \cong 0,997$$

Coeficientul de corelație liniară fiind definit în intervalul [-1;1], rezultă că valoarea obținută de 0,997 indică o corelație liniară puternică între cele două variabile.

Verificarea verosimilității modelului se face cu ajutorul analizei dispersionale (analiza variației).

Material cu drept de autor

Sursa de variație	Măsura variației	Nr. grade de libertate	Dispersii corectate	Valoarea testului "F"
Variația dintre grupe	$V_x^2 = \sum_{i=1}^{12}(Y_i - \bar{y})^2 = 90{,}11$	$k = 1$	$s^2_{Y/X} = \frac{V_x^2}{k} = 90{,}11$	$F_c = \frac{s^2_{Y/X}}{s^2_{\hat{u}}} = 1457{,}147$
Variația reziduală	$V_u^2 = \sum_{i=1}^{12}(y_i - Y_i)^2 = 0{,}6184$	$n-k-1=10$	$s^2_{\hat{u}} = \frac{V_u^2}{n-k-1} = 0{,}06184$	~
Variația totală	$V_0^2 = \sum_{i=1}^{12}(y_i - \bar{y}_i)^2 = 90.73$	$n-1=11$	~	~

Testul Fisher – Snedecor indică faptul că rezultatele obținute sunt semnificative, cu un prag de semnificație de 1%.

$$F_c = 1457{,}147 > F_{0{,}01;1;10} = 10{,}43$$

Pe baza datelor din tabel se poate calcula raportul de corelație dintre cele două variabile:

$$R_{y/x} = \sqrt{\frac{V_x^2}{V_0^2}} = \sqrt{1 - \frac{V_u^2}{V_0^2}} = \sqrt{\frac{90{,}11}{90{,}73}} = 0.9965774 \cong 0{,}997$$

În cazul unei legături liniare, raportul de corelație este egal cu coeficientul de corelație liniară: $R_{y/x} = r_{y/x} \Leftrightarrow 0.997 = 0{,}997.$

Verificarea semnificației raportului de corelaþie şi, implicit, a coeficientului de corelație liniară se face cu ajutorul testului Fisher – Snedecor:

$$F_c = (n-2)\frac{R^2}{1-R^2} = 10 \cdot \frac{0{,}994009}{0{,}005991} = 1659{,}17042 \quad 23 > F_{0{,}01;1;10} = 10{,}43$$

Deoarece raportul de corelație este semnificativ diferit de zero, cu un prag de semnificație $\alpha = 0{,}01$, rezultă modelul econometric:

$$Y = 0{,}7578 + 0{,}0794x; \qquad R = 0{,}997$$

$$(0{,}218)\ \ (0{,}002) \qquad d = 1{,}024$$

$$s_{\hat{u}} = 0{,}237$$

care descrie corect dependența dintre cele două variabile, acesta explicând 99,4% din variația totală a variabilei dependente, adică variația încasărilor medii lunare se datorează în proporție de 99,4% suprafeței comerciale.

e. În medie încasările lunare vor fi egale cu:

$$Y_i = 0{,}7578 \ + \ 0{,}0794\ x_i; \qquad s_{\hat{u}} = 0{,}237$$

Material cu drept de autor

$$Y_{/x=125} = \hat{a} + \hat{b}x' = 0,7578 + 0,0794 \cdot 125 = 10.6828 \text{ mil.lei}$$

Încasările medii lunare *y* urmează o distribuție normală, de medie *Y* şi de abatere medie patraticã s_Y, $L(y) = N(Y, s_Y)$. Pentru $x' = 125 \Rightarrow Y = 10.6828$.

$$s_{Y/x=125} = \sqrt{s_u^2\left(1 + \frac{1}{n} + \frac{(x' - \bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}\right)} =$$

$$= \sqrt{0,237 \cdot \left(1 + \frac{1}{12} + \frac{8801.667}{14311}\right)} = 0.634$$

Estimarea încasărilor medii lunare, care se pot obține daca suprafața comercialã este de 125, pe baza unui interval de încredere se calculeaza cu relația:

$$P\left(Y_{/x=125} - t_\alpha s_{Y/X=125} \le y_{/x=125} \le Y_{/x=125} + t_\alpha s_{Y/X=125}\right) = 1 - \alpha$$

Pentru un prag de semnificație $\alpha = 0,01$ sau cu o probabilitate egalã cu 0,99, încasările medii lunare care vor putea fi realizate de unitate sunt cuprinse în intervalul:

$$P\left(Y_{/x=15} \in \left[10,6828 \pm 3,169 \cdot 0,634\right]\right) = 1 - 0,01 = 0,99$$

adicã: $P\left(Y_{x=15} \in [\ 8.674; 12.692]\right) = 0,99$

Material cu drept de autor

Cap.5. MODELE ECONOMETRICE PENTRU MANAGEMENTUL RISCULUI

5.1. Principii introductive. Concepte, definiții

În condițiile economiei de piață, ***riscul*** devine o componentă esențială a politicii manageriale a oricărui agent economic, a strategiei elaborate de către acesta, strategie care depinde aproape în totalitate de abilitatea şi capacitatea fiecăruia de a-şi anticipa evoluția şi de a-şi valorifica şansele, asumându-şi un aşa zis „**risc al eşecului în afaceri**".

Riscul se manifestă începând chiar din momentul demarării unei afaceri sau investiții; continuă cu stabilirea obiectivelor şi a condițiilor de desfăşurare, apoi cu atragerea surselor de finanțare, cu implementarea managementului, găsirea pieței de desfacere, stabilirea prețurilor/tarifelor, etcetera.

Astfel, alegerea unui obiectiv eronat, luarea unor decizii manageriale greşite sau necorelarea volumului producției cu cererea existentă pe piața respectivă duc la apariția unui risc, care se va manifesta sub formă de pierdere pentru firma respectivă. Aşadar, problematica descoperirii şi evitării pe cât posibil a situațiilor probabile de a genera riscul este una prioritară pentru bunul mers al firmei.

Într-o accepțiune sintetică, **riscul la nivelul agenților economici este apreciat ca fiind variabilitatea rezultatului unei activități sub presiunea mediului înconjurător**. Rentabilitatea activității economice este direct dependentă de riscul suportat: ea nu poate fi apreciată decât în funcție de riscul pe care îl suportă agentul economic.

Diferiții agenți economici nu-şi asumă un risc decât în funcție de rentabilitatea pe care o anticipează. În acest context apare necesară introducerea noțiunii de „**gestiune a riscului**". În sens general, acesta presupune minimizarea pierderilor, respectiv a cheltuielilor suplimentare în situația producerii riscului.

Gestiunea riscului are în vedere două elemente: evaluarea riscurilor şi luarea măsurilor asiguratorii pentru evitarea lor.

Evaluarea riscurilor implică aplicarea unor metode de analiză, procedee şi tehnici statistice care să permită dimensionarea factorilor ce pot genera riscuri, astfel încât pierderile să fie minime, în timp ce al doilea factor – **măsuri asiguratorii** – presupune direcționarea efectuării tranzacțiilor spre arii cu expunere la risc cât mai mici, mergându-se uneori chiar până la renunțarea tranzacțiilor respective şi adoptarea unor politici de asigurare ca ultimă soluție, atunci când măsurile de prevenire nu sunt suficiente.

Riscul, deseori desemnat de analişti ca variabilă exogenă pentru modelele lor de calcul şi analiză, poate fi generat de o diversitate de factori interni şi/sau externi de agentul economic:

- specificul activităților desfăşurate;

Material cu drept de autor

- politica managerială adoptată pentru toate nivelele ierarhice ale structurii organizatorice şi funcţionale;
- relaţiile agentului economic respectiv cu furnizorii, clienţii, etcetera;
- conjunctura economică, politică, juridică, legislativă;
- alţi factori.

La nivelul agenţilor economici, riscul reflectă posibilitatea, respectiv probabilitatea, ca rezultatele economico-financiare să evolueze într-o direcţie greşită, finalizată printr-o incapacitate de plată şi, deci, la faliment. În general, **riscul reprezintă posibilitatea apariţiei unui eveniment care să prejudicieze activitatea agentului economic**; **reprezintă incapacitatea acestuia de a se adapta, în timp şi la cel mai mic cost, la variaţiile condiţiilor de mediu economic şi social în care acţionează**. În ansamblul activităţii, agentul economic este supus la trei categorii de riscuri majore: **1**. de exploatare (tehnico-economic); **2**. de finanţare (financiar-economic); **3**. de faliment (insolvabilitate financiară).

Fenomenele complexe legate de riscul falimentului agenţilor economici s-a accentuat spre sfârşitul secolului al XX-lea, când a devenit tot mai limpede că o lume nouă era pe cale să apară – o lume modelată de noi tehnologii, cu noi structuri sociale, o nouă economie şi o nouă cultură. Termenul generic folosit pentru a o caracteriza a fost acela de „Globalizare".

Sub aspect economic, globalizarea este caracterizată de trei aspecte fundamentale: **1**. activităţile economice esenţiale sunt globale; **2**. principalele surse ale competitivităţii şi productivităţii sunt invenţia şi inovaţia, generatoare de cunoaştere şi procesare a informaţiei; **3**. structurarea societăţii umane în jurul unor reţele de fluxuri financiare.

În economia globalizată, tehnologii informatice şi de comunicare sofisticate permit capitalului financiar să treacă rapid de la o opţiune la alta, într-o căutare globală neobosită a unor oportunităţi de investiţie.

Pentru a fi competitiv în reţeaua globală a fluxurilor financiare, procesarea rapidă a informaţiei şi necesitatea cunoaşterii invenţiei şi inovaţiei tehnologice sunt cruciale. Productivitatea provine în esenţă din invenţie şi inovaţie, iar competitivitatea din flexibilitate. Progresul tehnic, creator de invenţie şi inovaţie şi capacitatea culturală de a le folosi în procesul cunoaşterii sunt esenţiale pentru amândouă.

Întrucât factori de mare complexitate influenţează aleatoriu mediul economic, evaluarea continuă a riscului de afaceri a agenţilor economici se impune cu necesitate.

5.2. Riscul de exploatare (tehnico-economic)

Activitatea unui agent economic este supusă în mod direct riscului tehnico-economic datorită faptului că agentul economic respectiv nu poate să prevadă cu exactitate diferitele componente ale rezultatului său – costul, preţul, volumul fizic – sau ale ciclului de exploatare – aspecte legate cumpărări, prelucrări, vânzări.

Material cu drept de autor

Riscul de exploatare exprimă volatilitatea rezultatului economic în condiții de agresivitate crescândă a mediului de afaceri datorită dezvoltării continue a progresului tehnic şi existenței concurenței de piață. Mediul economic generează diverse influențe aleatoare precum: modificarea prețului utilităților, modificarea cadrului legislativ şi a reglementărilor din domeniul taxelor şi impozitelor, creşterea salariilor, înăsprirea concurenței, modificarea continuă a tehnicității produselor sub influența progresului tehnic etcetera. De aceea, evaluarea riscului este o cerință a managementului ca funcție de a „monitoriza" factorii de risc şi a iniția măsuri preventive de limitare sau contracarare a efectelor acestora.

Analiza riscului economic se face din mai multe puncte de vedere, prin mai mulți indicatori.

5.2.1. Indicatori ai pragului de profitabilitate

Principalul indicator care măsoară riscul de exploatare este **pragul de profitabilitate** (**rentabilitate**).

Pragul de profitabilitate (rentabilitate) al agentului economic este acel punct la care cifra de afaceri acoperă cheltuielile de exploatare delimitate în cheltuieli fixe şi cheltuieli variabile, calculându-se în unități fizice sau valorice, pentru un produs sau întreaga activitate. Mai este denumit şi **punct critic**; deci, **la acest punct profitul este nul**. Acest prag este apreciat ca fiind **pragul eficienței cheltuielilor** şi este folosit în analiza riscului economic şi financiar.

a. În unități fizice (**Q**):

$$Q = \frac{C_{ft}}{P_v - C_v} = \frac{C_{ft}}{M_v} \tag{5.1}$$

în care: **Q** – cantitatea de produse aferentă punctului critic; $\mathbf{C_{ft}}$ – cheltuieli fixe totale; $\mathbf{P_v}$ – prețul de vânzare pe unitate de produs; $\mathbf{C_v}$ – cheltuieli variabile pe unitatea de produs; $\mathbf{M_v}$ – marja cheltuielilor variabile.

b. Cifra de afaceri prag ($\mathbf{CA_{PR}}$) se stabileşte, în unități valorice, cu expresia:

$$CA_{PR} = \frac{C_{ft}}{1 - \overline{R}_v} = \frac{C_{ft}}{\overline{R}_{mv}} \tag{5.2}$$

în care: $\mathbf{CA_{PR}}$ – cifra de afaceri prag, aferentă punctului critic; $\mathbf{C_{ft}}$ – cheltuieli fixe totale; $\overline{\mathbf{R}}_\mathbf{v}$ – rata medie a cheltuielilor variabile; $\mathbf{R_{mv}}$ – rata marjei cheltuielilor variabile.

- La nivel de produs, pragul rentabilității se determină cu expresia:

$$K = \frac{CH_f}{\overline{P} - CH_v} \tag{5.3}$$

în care $\mathbf{CH_f}$ – cheltuieli fixe unitare; $\overline{\mathbf{P}}$ – prețul mediu de vânzare pe produs; $\mathbf{CH_v}$ – cheltuieli variabile pe unitatea de produs.

Material cu drept de autor

Considerând următoarele date concrete: **CH_f = 25.000; $\overline{P}$ = 100.000; CH_v = 60.000; Q_{max} = 50.000** unități → **P_r = 15.000 = $\overline{P}$ – (CH_v + CH_f)**, de unde:

$$K = \frac{CH_f}{\overline{P} - CH_v} = \frac{25.000}{100.000 - 60.000} = 0,625$$

Acestei valori a pragului îi corespunde o cifră de afaceri critică, în expresie fizică:

$$Q^c_{\max} = Q_{\max}.K = 50.000 \times 0,625 = 31.250 unitati$$

iar în expresie monetară:

$$Q^c_{\max}.\overline{P} = 31.250 \times 100.000 = 3.125.000.000 u.m.$$

Nivelul zero al profitului se verifică prin relația:

$$P_r = [(\overline{P} - CH_v).K] - CH_f = [(100.000 - 60.000).0,625] - 25.000 = 0$$

Întrucât profitul unitar este 15.000 u.m./produs, se impune folosirea la maximum a capacității de producție.

Deci:

$$K' = \frac{CH_f + P_r}{\overline{P} - CH_v} = \frac{25.000 + 15.000}{100.000 - 60.000} = 1$$

Astfel încât:

$$P_r = [(\overline{P} - CH_v).K] - CH_f = [(100.000 - 60.000).1] - 25.000 = 15.000$$

• La nivelul cifrei totale de afaceri, pragul rentabilității se stabileşte pe baza expresiei:

$$K = \frac{\sum_{i=1}^{n} CH^i_f + P_r}{(1 - Ch_v).Q_{\max}} \text{ sau } CA' = \frac{\sum_{i=1}^{n} CH^i_f}{1 - Ch_v} \qquad (5.4)$$

unde $\sum_{i=1}^{n} CH^i_f$ - suma cheltuielilor fixe; **Ch_v** - cheltuielile variabile la o unitate monetară de afaceri; **Q_{max}** – cifra de afaceri maximă; **CA'** - cifra de afaceri prag.

Exemplu de calcul: $\sum_{i=1}^{n} CH^i_f$ = 1.250.000; **Ch_v = 0,6**; **Q_{max} = 5.000.000** u.m.; **P_r = 550.000** u.m.

$$K = \frac{\sum_{i=1}^{n} CH^i_f + P_r}{(1 - Ch_v).Q_{\max}} = \frac{1.250.000 + 0}{(1 - 0,6).5.000.000} = 0,625$$

Cifra de afaceri critică este:

CA' = Q_{max}.K = 5.000.000×0,625 = 3.125.000 u.m.

respectiv:

$$CA' = \frac{\sum_{i=1}^{n} CH^i_f}{1 - Ch_v} = \frac{1.250.000}{0,4} = 3.125.000 u.m.$$

Material cu drept de autor

Pornind de la coeficientul de prag al rentabilității (K) şi corespunzător acestuia, echivalentul cifrei de afaceri critică (CA′), se pot determina următorii indicatori:

a. profitul corespunzător coeficientului „prag", respectiv cifrei de afaceri critică:

$$P_r = [(Q_{\max}.K).(1-Ch_v)] - \sum_{i=1}^{n} CH_f^i =$$

$$= [(5.000.000 \times 0{,}625).(1-0{,}6)] - 1.250.000 = 0$$

b. coeficientul utilizării capacității de producție, pentru realizarea profitului de 550.000 u.m.

$$K = \frac{\sum_{i=1}^{n} CH_f^i + P_r}{(1-Ch_v).Q_{\max}} = \frac{1.250.000 + 550.000}{(1-0{,}6).5.000.000} = 0{,}90$$

c. cifra de afaceri corespunzătoare coeficientului de utilizare a capacității este:

$CA' = Q_{max}.K = 5.000.000 \times 0{,}90 = 4.500.000$

d. profitul în condițiile date ale cheltuielilor fixe, cheltuielilor variabile la o unitate monetară cifră de afaceri şi coeficientul de folosire a capacității:

$$P_r = [(Q_{\max}.K).(1-Ch_v)] - \sum_{i=1}^{n} CH_f^i = [(5.000.000 \times 0{,}90)(1-0{,}6)] -$$

$$-1.250.000 = 550.000 u.m.$$

e. nivelul cheltuielilor variabile la o unitate monetară cifră de afaceri în condițiile date privind:

- suma cheltuielilor fixe;
- suma profitului realizat;
- coeficientul de producție:

$$Ch_v = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} CH_f^i + P_r}{Q_{\max}.K} = 1 - \frac{1.250.000 + 550.000}{5.000.000 \times 0{,}90} = 0{,}6$$

Nivelul pragului rentabilității prezintă un interes managerial întrucât:

- oferă informații cu privire la nivelul minim de activitate pentru a obține profit;
- permite elaborarea de ipoteze şi efectuarea de simulări privind evoluția profitului;
- serveşte la explicitarea modificării rezultatului exploatării.

Analiza riscului economic pornind de la pragul de rentabilitate se face determinând următorii factori:

• **Indicatorul de poziție al cifrei de afaceri față de pragul de rentabilitate** care se poate exprima în mărime absolută:

$$\mathbf{A = CA - CA_{PR}} \qquad (5.5)$$

unde: **CA** – cifra de afaceri obținută la nivel de activitate; **CA_{PR}** – cifra de afaceri aferentă pragului de rentabilitate.

Material cu drept de autor

Indicatorul **A** se mai numeşte „flexibilitate absolută" şi exprimă capacitatea firmei de a se adapta la cerințele pieței. Cu cât valoarea sa este mai mare, cu atât flexibilitatea firmei este mai ridicată.

În mărime relativă:

$$A_r = \frac{CA - CA_{PR}}{CA_{PR}} \tag{5.6}$$

Indicatorul A_r se mai numeşte „coeficient de volatilitate".

• **Coeficientul de elasticitate a profitului**, care reprezintă sensibilitatea profitului la variația nivelului de activitate reflectat prin cifra de afaceri la un moment dat; se exprimă prin relația:

$$\Delta e = \frac{\frac{\mathrm{Re} - Ro}{\mathrm{Re}}}{\frac{CA - CA_{pq}}{CA}} \tag{5.7}$$

unde Δ**e** – coeficientul de elasticitate al produsului; **Re** – rezultatul exploatării realizat pentru un anumit nivel de activitate; **Ro** – rezultatul exploatării în punctul mort (are valoarea zero).

Coeficientul de elasticitate este dependent de poziția nivelului de activitate față de pragul de rentabilitate. Cu cât agentul economic se depărtează de pragul de rentabilitate, cu atât elasticitatea este mai redusă, deci riscul de exploatare este mai mic.

5.2.2. Indicatori ai variabilității rezultatelor

Alți indicatori se referă la evaluarea riscului de exploatare din perspectiva variabilității rezultatului de exploatare față de media sa, urmărită pe ultimul exercițiu financiar. Această apreciere se face prin metode statistice, utilizându-se indicatorii:

• **Abaterea medie pătratică a rezultatului exploatării**:

$$\sigma_{\mathrm{Re}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (\mathrm{Re}_i - \overline{\mathrm{Re}})^2}{n}} \tag{5.8}$$

față de nivelul mediu $\bar{\mathbf{R}}\mathbf{e}$.

Relația se mai poate exprima sub forma:

$$\sigma_{CA} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (CA_i - \overline{CA})^2}{n}}$$

- abaterea medie pătratică a cifrei de afaceri față de nivelul mediu $\overline{CA}$ determinat pe un număr de **n** ani.

Riscul este cu atât mai mare cu cât variabilitatea cifrei de afaceri şi marja cheltuielilor variabile este mai mare.

• **Coeficientul de variație** (**Pearson**), notat **Pc**, calculat pentru rezultatul exploatării:

Material cu drept de autor

$$Pc = \frac{\sigma_{\text{Re}}}{\overline{\text{Re}}} \times 100 \qquad (5.9)$$

Pornind de la coeficientul de variație se poate cuantifica starea de risc economic în care se află un agent economic astfel:

- **stabilă**, dacă coeficientul de variație este de până la 30%;
- **instabilă**, când depăşeşte 30%.

Nivelul de flexibilitate este dependent de potențialul tehnic al agentului economic, al celui uman şi managerial.

Pe bază de cercetări statistice s-au identificat ca stări, funcție de cifra de afaceri:

- **instabilitate**, când cifra de afaceri se situează cu până la 10% peste pragul de profitabilitate;
- **stabilitate relativă**, când cifra de afaceri este cu circa 20% mai mare decât pragul critic;
- **confortabilitate**, când cifra de afaceri depăşeşte pragul critic cu peste 20%.

5.3. Riscul financiar

Riscul financiar caracterizează variabilitatea indicatorilor de rezultate sub incidența structurii financiare a firmei.

Structura capitalului unei firme este: capital propriu şi capital împrumutat. Capitalul împrumutat (datoriile) este purtător de dobândă (deci cheltuieli).

Printre indicatorii care măsoară riscul financiar, cei mai utilizați, sunt: cifra de afaceri prag; riscul de faliment; diferite metode de sinteză (Conan-Holder, modelul Băncii Franței etcetera).

Pentru calcul se utilizează indicatorul de poziție față de pragul de profitabilitate global (sau punctul critic):

$$CA_{PG} = \frac{C_{ft} + DOB}{1 - Cv} = \frac{C_{ft} + DOB}{R_{mjv}} \qquad (5.10)$$

unde: $\mathbf{R_{mjv}}$ – rata marjei cheltuielilor variabile; **DOB** – cheltuieli financiare (cu dobânzile).

Eficiența încadrării într-o categorie de risc se determină cu ajutorul **pârghiei financiare** („**efectul de levier financiar**"). Indicatorul exprimă incidența îndatorării firmei asupra profitabilității firmei şi capitalului propriu.

- Dacă $\mathbf{R_e} > \mathbf{R_d}$ unde $\mathbf{R_e}$ – rentabilitatea economică; $\mathbf{R_d}$ – rata datoriilor, situația este favorabilă acționarilor. Apelarea la credite apare ca mijloc de ameliorare a profitabilității capitalului propriu. Rentabilitatea financiară ($\mathbf{R_f}$) este o funcție crescătoare dependentă de gradul de îndatorare a firmei (deci $\mathbf{R_f} > \mathbf{R_d}$).
- Dacă costurile datoriilor (rata dobânzilor) este superioară rentabilității economice ($\mathbf{R_d} > \mathbf{R_e}$), rentabilitatea financiară este o funcție descrescătoare de gradul de îndatorare.

Material cu drept de autor

• Egalitatea $\mathbf{R_e = R_d}$ semnifică rentabilitatea structurii financiare. Rezultă faptul că îndatorarea măreşte riscul.

5.4. Riscul de faliment

Riscul de faliment sau de **insolvabilitate**, poate fi definit ca fiind **imposibilitatea firmelor de a face față unei tranzacții financiar – bancare, respectiv incapacitatea sa de a rambursa la timp sumele împrumutate în condițiile stabilite de comun acord cu terții, în baza unui contract de creditare**. Deşi poate fi considerat ca fiind un risc de natură financiară, este oportună studierea lui ca risc separat, deoarece solvabilitatea reprezintă un capitol important în analiza economico-financiară şi patrimonială a oricărei unități economice. În termeni generali, **solvabilitatea reprezintă capacitatea firmei, băncii de a face față obligațiilor contractate şi ajunse la scadență, indiferent faptului că ele provin din angajamente anterioare, curente sau din prelevări obligatorii (impozite, taxe, cotizații la fondurile sociale)**.

Determinarea riscului de faliment este necesară atât pentru acordarea unor credite, cât şi pe parcursul derulării contractului de creditare, deoarece nu este posibil ca, prin aplicarea unei teorii sau formule, să se garanteze că suma acordată clientului de către bancă împreună cu dobânda aferentă acestui credit vor fi rambursate în întregime. De aceea, băncile, pentru evitarea pierderilor, trebuie să aibă în vedere câteva elemente generale care se referă la:

- solicitantul creditului;
- obiectivele urmărite prin solicitarea împrumutului (cererea de creditare);
- termenul de rambursare;
- dobânzile şi comisioanele bancare practicate;
- garanțiile oferite şi modalitățile de recuperare a creditului.

Prin urmare, **procesul de diagnosticare a riscului de faliment constă în evaluarea capacității firmei de a face față angajamentelor asumate față de terți, deci în evaluarea solvabilității firmei**.

Analiza riscului de faliment se poate realiza prin analiza fluxurilor din tabloul de finanțare sau, poate fi făcută în funcție de două concepții de elaborare a bilanțului: patrimonială şi funcțională.

În prima concepție interesează patrimoniul net al acționarilor şi al activului economic în ansamblu, ca garanție pentru creditori.

În cea de-a doua concepție, bilanțul este ansamblul alocărilor de fonduri şi al surselor de procurare a lor pe diferite cicluri financiare (de investiții, de finanțare sau de exploatare).

Conform teoriei patrimoniale, o firmă este solvabilă dacă sunt respectate egalitățile financiare:

Activ imobilizat = Capital permanent;

Activ circulant = Datorii de exploatare.

Material cu drept de autor

Respectarea acestor egalități presupune o regularitate perfectă în privința încasărilor şi plăților, ceea ce în practica economico-financiară nu se întâmplă de regulă. De aceea apare necesitatea constituirii unei rezerve care să poată face față **neregularităților de cadență**, rezervă denumită **fond de rulment** (**fond de rulment patrimonial**).

În acest caz, apare inegalitatea:

Capital permanent > Active imobilizate, diferența constituind-o tocmai acest fond de rulment.

Pornind de la acestea, **fondul de rulment** este un indicator important în aprecierea situației financiare a societății, reprezentând partea din resursele financiare permanente care asigură finanțarea activelor circulante care se înnoiesc permanent.

Ratele de solvabilitate sunt semnificative în cazul unei comparații efectuate între unități economice din acelaşi sector sau între ratele realizate de către aceeaşi unitate economică la diferite momente de timp. **Aceste rate sunt legate de un alt concept reprezentativ pentru analiza riscurilor firmei**, respectiv **conceptul de lichiditate**.

În sens general, **lichiditatea este definită de gradul în care un activ poate fi transformat rapid şi fără cheltuieli suplimentare în mijloace de plată imediate – cash, conturi la vedere**.

Pentru analiza riscului de firmă, indicatorii de lichiditate sunt acei indicatori care desemnează o anumită stare financiară a acesteia, caracterizată prin faptul că activele circulante (curente) realizabile pe termen scurt permit acoperirea cheltuielilor exigibile pe termen scurt (plata impozitelor, plata furnizorilor, rambursarea creditelor către bănci şi alți creditori, care alcătuiesc datoriile totale, respectiv pasivele curente ale firmei). Din această categorie fac parte rata curentă, rata rapidă, stocul de încredere.

Cele mai utilizate rate de lichiditate sunt:

Rata curentă (rata lichidității generale) – exprimă gradul de acoperire a datoriilor totale de către activele curente sau, cu alte cuvinte, compară ansamblul lichidităților potențiale asociate activelor circulante cu ansamblul datoriilor scadente sub un an.

$$\textbf{Rata lichidității generale} = \frac{\textbf{Active circulante}}{\textbf{Pasive curente}}$$

În mod normal, această rată trebuie să fie mai mare de 1, fapt ce semnifică existența unui fond de rulment.

Rata rapidă sau rata lichidității parțiale – arată în ce măsură datoriile totale ale firmei pot fi acoperite într-un timp cât mai scurt, fără a lua în calcul stocurile existente.

$$\textbf{Rata lichidității parțiale} = \frac{\textbf{Active circulante - stocuri}}{\textbf{Pasive curente}}$$

Această rată exprimă capacitatea firmei de a-şi onora datoriile pe termen scurt din creanțe şi disponibilități.

Rata lichidității imediate asigură interfața celor mai lichide elemente ale activului cu obligațiile pe termen scurt.

Material cu drept de autor

$$\textbf{Rata lichidității imediate} = \frac{\textbf{Disponibil}}{\textbf{Pasive curente}}$$

Solvabilitatea reprezintă capacitatea economico-financiară a unei firme de a-şi onora angajamentele de plată la termenele de rambursare fixate sau capacitatea acesteia de a face față plăților pe o anumită perioadă de timp. Pentru determinarea şi analiza solvabilității, se pot folosi atât mărimi relative cât şi absolute, luându-se ca punct de plecare compararea disponibilităților băneşti imediate şi în perspectivă (capital propriu) cu obligațiile întreprinderii pentru această perioadă de timp.

Indicatorii cei mai importanți sub aspectul analizei de risc sunt rata de acoperire a datoriilor totale şi rata de acoperire a datoriilor pe termen lung şi mediu.

Rata de acoperire a datoriilor totale (solvabilitatea patrimonială) – exprimă gradul de acoperire a capitalului împrumutat din capitalul propriu.

$$R_{ap} = \frac{\textbf{Capital propriu}}{\textbf{Total pasiv}} \times 100$$

Rata de acoperire a datoriilor pe termen mediu şi lung:

$$R_{apml} = \frac{\textbf{Capital propriu}}{\textbf{Pasive pe termen mediu şi lung}} \times 100$$

Analiza în statică funcțională a riscului de faliment utilizează ca instrumente operaționale nevoia de fond de rulment şi trezoreria.

Nevoia de fond de rulment reprezintă partea din activele ciclice ce trebuie finanțată din resurse stabile, respectiv partea din activele circulante formată din stocuri şi creanțe care nu este acoperită pe seama datoriilor de exploatare.

Trezoreria netă reprezintă diferența dintre fondul de rulment şi nevoia de fond de rulment. Ca normă orientativă, este de dorit ca fondul de rulment să fie mai mare decât jumătate din nevoia de fond de rulment.

Analiza în dinamică a riscului de faliment permite diagnosticarea şi explicarea dezechilibrului financiar evidențiat prin analiză statică. Cele două tipuri de analiză sunt complementare şi trebuie făcute în acelaşi timp.

Analiza riscului de faliment se bazează, în acest caz, pe ratele şi indicatorii de rambursare a datoriilor şi de autonomie financiară:

a) Rata capacității de rambursare, care pe termen lung trebuie să fie mai mică de 3 sau 4 ani:

$$\textbf{Rata capacității de rambursare} = \frac{\textbf{Datorii}}{\textbf{Capacitatea de autofinanțare}}$$

Evaluarea riscului de faliment prin metoda scorului. În ultimii ani, datorită dinamismului inerent al activității economico-financiare a firmelor, s-a impus ca o necesitate obiectivă cunoaşterea unor informații cât mai precise privind riscul de faliment la un moment viitor.

Aceasta s-a concretizat în elaborarea unei metode de predicție a riscului de faliment numită **metoda scorurilor**, care a cunoscut o importantă

Material cu drept de autor

dezvoltare datorită utilizării unor metode statistice de analiză a situației financiare, pornind de la un ansamblu de rate.

Studii din perioada anilor 1960 au căutat diferențele valorilor indicatorilor la firme performante şi la companiile care au dat faliment.

Studiile au arătat că anumiți indicatori financiari aveau diferențe semnificative la cele două categorii de companii.

Cea mai obişnuită tehnică statistică utilizată în studiile referitoare la faliment este **analiza discriminantă**. Este o metodă statistică de a găsi anumite variabile previzionale cărora li se acordă anumite ponderi astfel încât suma lor să dea un indicator global care este scorul **Z** (the **Z** score).

Metoda scorurilor are ca obiectiv furnizarea unor modele predictive pentru evaluarea riscului de faliment al unei unități economice. Această metodă se bazează pe tehnicile statistice ale analizei discriminante. Aplicarea ei presupune observarea unui ansamblu de unități economice format din două grupuri distincte: un grup de unități economice cu dificultăți financiare şi un grup de întreprinderi fără probleme de ordin financiar. Pentru fiecare din cele două grupuri se stabileşte un set de rate iar apoi se determină cea mai bună combinație liniară de rate care să permită diferențierea celor două grupuri de unități economice.

Ca urmare a aplicării analizei discriminante, se obține pentru fiecare întreprindere scorul *Z*, care este o funcție liniară a unui ansamblu de rate.

Distribuția diferitelor scoruri permite distingerea unităților economice "sănătoase" de cele aflate în dificultate.

Scorul **Z** atribuit fiecărei unități economice se determină cu ajutorul funcției:

$$\mathbf{Z = a_1 \times x_1 + a_2 \times x_2 = K = a_n \times x_n.}$$

unde: x_i – reprezintă ratele implicate în analiză; a_i – coeficientul de ponderare a fiecărei rate.

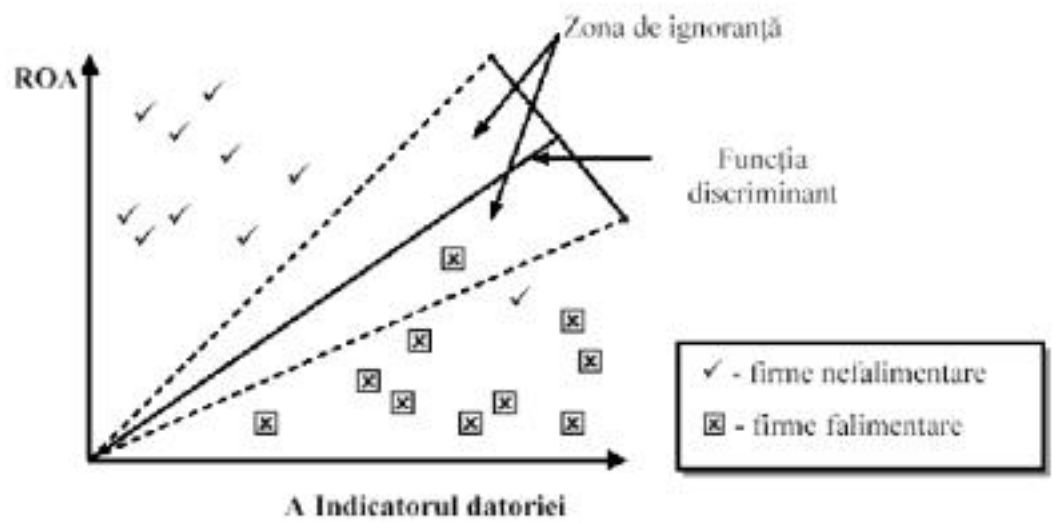


Fig.5.1. Determinarea funcției

Un exemplu simplu va clarifica calculul scorului **Z**. Bazându-ne pe date financiare pe care le avem, să presupunem că există o diferență în randamentul pe active (**ROA**) şi indicatorul datoriei pentru companii care dau faliment într-un an şi pentru celelalte companii. Luăm în considerare **10** firme care dau faliment, notate cu (**x**), şi **10** care nu dau faliment, notate cu (Y), şi indicatorii **ROA** şi ai datoriei respectivi, ca în figura 5.1.

Material cu drept de autor

Observăm că firmele care dau faliment au un **ROA** mic şi tind să se grupeze în partea inferioară a graficului. Din contra, cele care nu dau faliment au caracteristici opuse: indicatori ai datoriei mici şi **ROA** mari.

Funcția discriminant estimată este linia dreaptă care împarte cel mai corect companiile care dau faliment pe o parte şi pe cele care nu dau faliment pe partea cealaltă. Atât timp cât mai multe companii cad în partea greşită a liniei, tehnica se poate modifica pentru a estima prin două linii, minimizând astfel clasificarea incorectă. Orice companie aflată între cele două linii, în zona de ignoranță, nu poate fi clasificată corect.

De fapt metoda scoringului a evoluat in doua sensuri, unul consta în folosirea funcției **z**, iar al doilea se bazează pe atribuirea de punctaje indicatorilor ce caracterizează activitatea firmei care se doreşte a fi analizată.

În cadrul metodelor bancare de analiză, funcția z este considerată ca o parte a unei evaluări generale, analiza fiind completată cu aprecierea critică şi a următoarelor elemente: activitatea de conducere; administrarea financiară; rapoartele experților contabili; relațiile cu creditorii; declarațiile presei; condițiile în care se desfăşoară activitatea; gradul de satisfacere a angajaților.

În teoria economică, au fost elaborate o serie de modele bazate pe metoda scorurilor, dintre care se remarcă **modelul Altman** şi **modelul Conan – Holder**.

5.4.1 Modelul Altman

Profesorul american E.I.Altman a elaborat în anul 1968[1] una dintre primele funcții de scor utilizate în analiza riscului de faliment.

El a folosit informațiile obținute din studierea unui larg eşantion de companii, dintre care unele au dat faliment, iar altele au supraviețuit. A constatat că analiza bazată pe mai multe variabile, făcută cu ajutorul a 5 indicatori, a permis prevederea a 75% din falimente, cu 2 ani înainte de producerea acestora.

Funcția folosită de Altman are următoarea formă:

$$\mathbf{Z = 1{,}2 \times x_1 + 1{,}4 \times x_2 + 3{,}3 \times x_3 + 0{,}6 \times x_4 + 0{,}999 \times x_5}.$$

Ratele utilizate sunt următoarele:

$$\mathbf{x_1 = \frac{Active\ circulante\ nete}{Activul\ total}}$$

$$\mathbf{x_2 = \frac{Profitul\ reinvestit}{Activul\ total}}$$

[1] Roman Monica, Statistica financiar-bancară, ASE,2004; Craioveanu (Doltu) M. Mihaela Theodora, Risc şi incertitudine în economie (Teză de doctorat), ASE, Bucureşti, 2004.

Material cu drept de autor

$$x_3 = \frac{\text{Rezultatul curent înaintea impozitării}}{\text{Activul total}}$$

$$x_4 = \frac{\text{Capitalizarea bursieră}}{\text{Datorii pe termen scurt}}$$

$$x_5 = \frac{\text{Cifra de afaceri}}{\text{Activul total}}$$

Capitalizarea bursieră reprezintă o mărime absolută dată de produsul dintre ultimul curs bursier din exercițiul încheiat şi numărul de acțiuni.

Activele circulante nete reprezintă diferența dintre activele circulante şi pasivele circulante.

Din conținutul indicatorilor rezultă că nivelurile lor sunt cu atât mai bune cu cât înregistrează o valoare absolută mai mare. De aceea scorul **Z** este interpretat astfel:

Z < 1,8 – starea de faliment este iminentă;

Z > 3 – *situația financiară este bună; bancherul poate avea încredere în întreprinderea respectivă, aceasta fiind solvabilă;*

1,8 < Z < 3 – *situația financiară este dificilă, cu performanțe vizibil diminuate şi apropiate de pragul stării de faliment;*

Ulterior, Altman a dezvoltat modelul din 1968 prin elaborarea unei funcții **z** pentru firmele private şi pentru firme din domeniile nemanufacturiere.

Pentru a clasifica întreprinderile deținute în proprietate privată, Altman a revizuit modelul scor inițial şi a înlocuit în raportul X_4 numitorul (valoarea de piață a capitalului propriu) cu valoarea contabilă. Aceasta modificare a schimbat semnificativ coeficienții de ponderare pentru toate celelalte rate:

$$Z = 0{,}717 \times x_1 + 0{,}847 \times x_2 + 3{,}107 \times x_3 + 0{,}42 \times x_4 + 0{,}998 \times x_5.$$

Pentru valori ale lui **z** sub **1,3** firmele sunt în situația de faliment, zona de ignoranță (de incertitudine) este 1**,3-2,9**, iar peste **2,9** firmele sunt în situație de non-faliment.

Următoarea modificare adusă funcției **z** a fost eliminarea ratei x_5 (Cifra de afaceri/total active). Altman a considerat că această rată este senzitivă la tipul industriei, deci modelul este aplicabil în toate ramurile.

Noua funcție scor are forma:

$$Z = 6{,}56 \times x_1 + 3{,}26 \times x_2 + 6{,}72 \times x_3 + 1{,}05 \times x_4.$$

Zona de incertitudine se află între **1,1** şi **2,6**. Pentru valori sub **1,1** firmele sunt în stare de faliment, în timp ce pentru valori peste **2,6** firmele sunt în situație de non-faliment. Modelul a fost aplicat pe un eşantion de firme din afara SUA, în particular pe firmele de pe piețele emergente din Mexic care au emis bonduri exprimate în USD.

Material cu drept de autor

5.4.2 Modelul Conan – Holder

Modelul are la bază următoarea funcție:

$$Z = 16 \times x_1 + 22 \times x_2 + 87 \times x_3 + 10 \times x_4 + 24 \times x_5.$$

în care x_1 – rata lichidității parțiale; x_2 – rata stabilității x_3 – rata (nivelul) cheltuielilor financiare față de cifra de afaceri; x_4 – rata remunerării personalului (ponderea cheltuielilor cu personalul în valoarea adăugată) x_5 – excedentul brut de exploatare față de datoriile totale.

Gruparea valorilor de risc sunt apreciate după cum urmează:

$Z \leq 4 \Rightarrow$ zonă periculoasă;

$4 < Z \leq 9 \Rightarrow$ zonă de incertitudine;

$Z > 9 \Rightarrow$ zonă stabilă, favorabilă.

În detaliu se consideră că valorile negative ale scorului conduc la un risc de faliment de peste 80%; până la 4 – riscul este de 70%÷75%; până la 9 – riscul se situează între 50%÷70%; iar peste 9 – riscul scade la 30%÷50%, pentru a ajunge sub 10% când Z >16.

Exemplu de calcul:

Pe baza datelor din tabelul 5.1.

Tabelul 5.1.

Rata	Calcul	Simboluri	Valoarea ratei (x_i)	Coeficientul α_i	$\alpha_i . x_i$
1. rata solvabilității parțiale x_1	Creanțe+disponibilități / Datori pe termen scurt	CR+D / DTS	0,85	+16	13,6
2.rata stabilității financiare, x_2	Capital permanent / Pasiv total	CP / PT	0,60	+22	13,2
3. rata cheltuielilor financiare,x_3	Cheltuieli financiare / Cifra de afaceri	CF / CA	0,08	-87	-6,96
4. rata remunerării personalului,x_4	Cheltuieli salariale / Valoarea adăugată	CHS / VA	0,70	-10	-7,0
5.excedentul brut de exploatare față de datorii,x_5	Excedentul brut de exploatare / Datorii totale	EBE / DT	0,25	+24	6,0
Total	-	-	-	-	18,84

Mărimea **Z = 18,84** indică un scor la care riscul de faliment se plasează sub **10%**, deci o situație favorabilă.

Modelul Conan – Holder se poate aplica şi folosind următoarea funcție de corelație:

$$Z = 0,24 \times x_1 + 0,22 \times x_2 + 0,16 \times x_3 - 0,87 \times x_4 - 0,1 \times x_5.$$

în care x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 se determină cu relațiile:

Material cu drept de autor

$$x_1 = \frac{\text{Excedentul brut de exploatare}}{\text{Datorii totale}}$$

$$x_2 = \frac{\text{Capital propriu}}{\text{Total pasive}}$$

$$x_3 = \frac{\text{Activul circulant - Stocuri}}{\text{Total pasive}}$$

$$x_4 = \frac{\text{Cheltuieli financiare}}{\text{Cifra de afaceri}}$$

$$x_5 = \frac{\text{Cheltuieli cu personalul}}{\text{Valoarea adăugată brută}}$$

Modelul se aplică întreprinderilor industriale cu un număr între 10 şi 500 de salariaţi. El se bazează pe un eşantion de 95 de întreprinderi mici şi mijlocii, dintre care jumătate au dat faliment în perioada 1970 – 1975. Întreprinderile analizate au fost grupate statistic şi s-a determinat o funcţie scor aplicabilă pentru întreprinderile industriale, întreprinderile de construcţii, întreprinderile de comerţ en gros şi cele de transport.

În cazul acestui model, riscul de faliment depinde tot de nivelul Z, după cum urmează, tabelul 5.2.

Tabelul 5.2.

Valoarea scorului	Situaţia unităţii economice	Probabilitatea producerii riscului de faliment
$Z > 0,16$	Foarte bună	Sub 10%
$0,1 < Z < 0,16$	Bună	10%÷30%
$0,04 < Z < 0,1$	Alertă	30%÷65%
$-0,05 < Z < 0,04$	Pericol	65%÷90%
$Z \leq -0,05$	Eşec	Peste 90%

Valenţele informaţionale ale metodei scorurilor nu trebuie supraestimate, deoarece analiza discriminantă reduce informaţia de bază prin selectarea celor mai semnificative rate, pe care le consideră constante în timp, iar întreprinderea este un sistem economico-social ce acţionează într-un mediu complex, cu mult mai multe variabile care influenţează sănătatea sau slăbiciunea acesteia.

De aceea se recomandă folosirea metodei scorurilor în paralel cu metodele clasice de diagnosticare – analiza echilibrului financiar, analiza rentabilităţii, analiza fluxurilor financiare, etc. şi în final, evaluarea riscului global al întreprinderii.

Material cu drept de autor

5.5. Riscul contractual

Problema riscului contractual se reduce la a şti dacă, în ipoteza când una dintre părți nu poate executa obligația sa, datorită unui caz de forță majoră, cealaltă parte mai este ținută să o execute pe a sa. Interdependența obligațiilor celor două părți contractante impune soluția stingerii obligației corelative a unei părți, atunci când o forță majoră face imposibilă executarea obligației ce revine celeilalte părți. Riscurile sunt în sarcina debitorului obligației imposibil de executat.

Riscul în contractul de vânzare. Atunci când ne referim la riscul lucrului vândut, trebuie răspuns la două întrebări:

1. cine suportă paguba pierderii lucrului, în perioada posterioară acordului de voință şi momentul predării ?

2. cumpărătorul mai este sau nu obligat să plătească prețul ?

Pentru soluționarea acestui aspect nou al problematicii riscurilor, trebuie plecat de la regula necontestată (în dreptul roman şi în dreptul neolatin) că simplul acord de voință are ca efect transferarea proprietății de la vânzător la cumpărător. Astfel, se consideră că din momentul acordului de voință, vânzătorul şi-a îndeplinit obligația sa, el nu mai este proprietarul obiectului, de unde consecința elementară, că dacă obiectul se pierde, aceasta nu poate privi decât pe proprietar.

Între noțiunea de risc şi cea de proprietate există atât interdependență cât şi concomitență. Eventuala pierdere care survine între momentul acordului de voință şi al predării efective cumpărătorului, nu exonerează de plata prețului, deoarece vânzătorul şi-a executat obligația, rămâne ca şi cumpărătorul să o execute pe a sa şi în consecință va plăti prețul.

În doctrina modernă asupra dreptului proprietății, inconvenientele automatismului trecerii riscurilor odată cu transmiterea proprietății se preconizează a fi înlăturate prin legarea transferurilor riscurilor de predarea mărfii şi nu de transmiterea proprietății (în prezent această soluție este aplicată în vânzarea internațională).

Riscul contractual când vânzătorul este în întârziere. Dacă vânzătorul întârzie predarea iar cumpărătorul îi adresează o somație prin care îl pune în întârziere, principiul conform căruia riscurile prevăd pe cumpărător, el fiind proprietarul, nu mai este respectat şi riscurile rămân în sarcina vânzătorului. Prin urmare, dacă obiectul contractului va dispărea înainte de predarea acestuia cumpărătorului, pierderea va trebui să o suporte vânzătorul iar cumpărătorul este exonerat de obligația de a plăti contravaloarea contractului.

Riscuri în vânzările de bunuri viitoare. În acest caz se aplică regula concomitenței trecerii proprietății şi a riscurilor.

Dificultățile apar în cazul unor contracte complexe cum sunt contractele de antrepriză, a căror definire va avea loc în raport cu principiul prevalenței unui raport asupra celuilalt. Odată precizată natura juridică a acestui raport, se vor aplica:

Material cu drept de autor

a) principiile care guvernează riscurile obiectului, dacă rezultatul clarificării este un contract de vânzare;

b) principiile care guvernează riscurile contractului, în general, dacă operația a fost calificată contract de antrepriză.

În primul caz, riscurile îl vor privi pe proprietar, iar în cel de al doilea caz – pe antreprenor.

Riscul în vânzări de bunuri aparținând unui terț. În cazul unei vânzări de lucruri aparținând unui terț, nici proprietatea şi nici riscul nu pot trece, în momentul acordului de voință, deoarece în acel moment bunul ce face obiectul vânzării aparține unui terț. Transmiterea va opera în momentul în care bunul va fi dobândit şi se va face predarea.

Până la această dată, lucrul nu va fi în riscul vânzătorului, deoarece el nu a devenit, prin achiziționarea lui, proprietar. Evident, nu va fi nici riscul cumpărătorului, deoarece nici el nu a dobândit proprietatea, lucrul nefiind trecut în patrimoniul său.

Concluzii. Problematica riscului contractual este strâns legată de cadrul juridic existent pe plan intern şi internațional. Momentul transferului riscurilor este subiect controversat ¸si reglementat parțial prin legi, principii sau reguli speciale. În țări diferite, paralelismul proprietate-risc este tratat diferențiat.

5.6. Riscul în marketing

Specialistul în marketing studiază atitudinile incerte ale consumatorilor, în condițiile unor informații greu de controlat. Nevoile, motivația şi fantezia cumpărătorilor sunt exemple de incertitudini care măresc riscul în acest domeniu. Astfel, analiza riscului de marketing se aplică în scopul limitării riscurilor relativ la investiții, lansare de noi produse, amplasarea obiectivelor, negocierile, cercetarea, personalul, etc.

Energia informațională. Teoria informației şi conceptele de entropie şi de energie informațională pot fi utilizate pentru măsurarea riscului. Energia informațională are o valoare scăzută pentru o distribuție uniformă de probabilități şi o valoare mai ridicată cu cât distribuția este mai concentrată. O structură organizatorică prezintă un risc mai redus atunci când cantitatea de informație, în sens Shanon, este mai mare. Energia informațională nu rezultăa din însumarea logaritmilor ponderați ai probabilităților, ca în cazul entropiei Shanon $H = -\Sigma p_i . \ln p_i$, ci din valoarea medie a probabilităților exprimate prin frecvențe relative:

$$\xi = \sum_{i=1}^{n} f_i^2, \qquad \sum_{i=1}^{n} f_i = 1$$

În scopul de a se ține seama de numărul de rezultate posibile ale fiecărei strategii pentru care este calculat riscul, se ajustează energia informațională astfel încât prin ,,normare" să fie adusă în intervalul [0, 1]:

Material cu drept de autor

$$\xi = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i^2 - \frac{1}{n}}{1 - \frac{1}{n}}$$

Această relație permite compararea cu energia informațională a coeziunii altor structuri. Valorile energiei informaționale vor creşte, în funcție de starea de determinare a sistemului, pornind de la cazul $\mathbf{p_i = 1/n}$, unde i = 1, 2,…,n, care corespunde indeterminării complete (risc maxim).

Cazul $\mathbf{p_i = 1}$ corespunde stării de determinare; atunci când una din proprietățile p_i este egală cu unitatea şi riscul este inexistent.

Analiza sensibilității în marketing. În esență este o tehnică utilizată pentru determinarea modului în care se modifică concluziile unei cercetări față de variațiile posibile ale valorilor factorilor sau față de erorile de diferite mărimi, conținute în estimațiile realizate. Prin această tehnică se realizează o perfecționare a procesului de elaborare a deciziilor, deoarece asigură o mai bună înțelegere, în ansamblu, a riscului existent în diferitele alternative de acțiune.

Cazul tipic în care analiza sensibilității se poate utiliza în marketing este investiția într-un produs nou, caz în care se studiază profitabilitatea proiectului de marketing în condițiile modificării premiselor care stau la baza determinării acestei profitabilități. Această analiza este necesară şi pentru examinarea implicită a riscului semnificativ existent într-un proiect de produs nou comparativ cu un altul. Prin analiza sensibilității se poate determina şi influența fiecărui factor asupra rezultatului modelului şi, în acest fel, se ajunge la identificarea factorilor importanți; factori cu efect puternic şi cei cu incertitudine ridicată.

Analiza sensibilității indică factorul „cost de fabricație" ca având o importanță ridicată pentru decizia de investiții, atât ca efect de pârghie economică, cât şi ca incertitudine. În urma unei astfel de analize, managerii unei societăți pot să evalueze sensibilitatea rezultatelor față de variația factorilor de intrare. Prin simpla reluare a programului, care produce schimbări în distribuția factorului de intrare, se poate determina efectul informației adăugate sau modificate (sau al lipsei de informație).

Este posibil să se constate că mari schimbări în dimensiunea anumitor factori nu alterează semnificativ rezultatul, sau, dimpotrivă, mici schimbări pentru anumiți factori conduc la modificări importante ale valorilor prezente nete (profitul net actualizat) sau a ratei profitului, calculată în cazul lansării unui proiect nou.

5.7. Studii de caz

Studiul de caz 1. Riscul de exploatare – aprecierea se face în funcție de anumiți indicatori:

1. cantitatea prag ($\mathbf{q_{PR}}$) – cantitatea minimă de bunuri pe care trebuie să o producă un agent economic pentru a-şi acoperi cheltuielile;

Material cu drept de autor

2. cifra de afaceri prag (**CA_{PR}**) – cantitatea minimă de bunuri şi servicii pe care trebuie s˘a o vândă un agent economic pentru a-şi acoperi cheltuielile în exprimarea celor doi indicatori se ține cont de: cheltuielile fixe totale (**CF_t**), acestea fiind cheltuielile ce trebuie acoperite indiferent dacă agentul economic produce sau nu bunuri; cheltuielile variabile unitare şi de prețul unitar; cheltuielile variabile evoluează funcție de dimensiunea producției, dar nu întotdeauna proporțional cu aceasta.

Să se determine **q_{PR}** şi **CA_{PR}** pe care trebuie să o obțină un întreprinzător, funcție de următorii indicatori, tabelul 5.3:

Tabelul 5.3

Indicatori	Perioada de bază (0)	Perioada curentă (1)
CF totale (CF_t)	8.000.000	10.000.000
Preț unitar (P_u)	10.000	12.000
CV unitare (CV_u)	6.000	8.000
Beneficiul programat (BP)	2.000.000	3.500.000

$$q_{PR} = \frac{CF_t}{P_u - CV_u}; \quad CA_{PR} = q_{PR}.P_u$$

Tabelul 5.4

Indicatori	Perioada de bază (0)	Perioada curentă (1)
Cantitatea prag (q_{PR})	2.000	2.500
Cifra de afaceri prag (CA_{PR})	20.000.000	30.000.000
Nivelul cheltuieli variabile (N_V)	0,6	0,7
Cifra de afaceri maximă (CA_{max})	25.000.000	45.000.000
Rata cifrei de afaceri (q*)	25%	50%

În această situație, întreprinderea va trebui să producă cel puțin 2.000 produse pentru a-şi acoperi cheltuielile fixe şi cheltuielile variabile, tabelul 5.4. Începând cu al 2.001-lea produs, întreprinderea va obține profit. Deci, riscul de exploatare se referă tocmai la incapacitatea întreprinzătorului de a-şi acoperi cheltuielile.

Întreprinzătorul va trebui să îşi vândă cantitatea prag **q_{PR}** pentru acoperirea cheltuielilor, obținând **CA_{PR}**.

Se constată că, în perioada analizată, **q_{PR}** a crescut cu 500 produse, generând o mărire cu 10.000.000 u.m. a cifrei de afaceri prag; creşte astfel şi posibilitatea de a se produce risc de exploatare.

Cifra de afaceri prag se mai determină:

Material cu drept de autor

$$CA_{PR} = \frac{CF}{1 - N_V} \Rightarrow N_V = \frac{CV_u}{P_u}$$

Într-o economie de piață, mobilul activității unui întreprinzător îl constituie profitul. Mărimea profitului nu poate fi determinată cu exactitate, decât la finele anului; în schimb, funcție de activitatea desfăşurată anterior, se poate programa/previziona mărimea profitului (beneficiul programat).

Pentru aceasta, întreprinzătorul va trebui să obțină o cifră de afaceri maximă:

$$CA_{\max} = \frac{CF + BP}{1 - N_V}$$

Activitatea pe care o desfăşoară un agent economic trebuie să se încadreze între anumite limite. Astfel, el trebuie să obțină o cifră de afaceri cel puțin egală cu cifra de afaceri prag. În ceea ce priveşte cifra de afaceri maximă, aceasta poate fi depăşită, în acest caz beneficiul obținut fiind mai mare decât beneficiul programat.

Evaluarea ratei cifrei de afaceri se face ținând cont de cifra de afaceri maximă şi cifra de afaceri prag.

$$q^* = \frac{CA_{\max} - CA_{PR}}{CA_{PR}} \times 100$$

Sunt posibile trei situații:

q* < 10% - spunem că agentul economic se află într-o situație instabilă; se confruntă cu un risc de exploatare;

10% < q* < 20% - situație relativ stabilă; se află într-o zonă de risc;

q* > 20% - situație stabilă; se află în afara riscului.

În exemplul dat – întreprinzătorul se află în afara riscului de exploatare, în ambele perioade luate în considerare.

Studiul de caz 2. Analiza riscului financiar prin metoda levierului (pârghiei). Trebuie ținut cont de două rate:

1. rata rentabilității financiare:

$$R_{RF} = \frac{R_n}{C_p} \times 100 \text{ iar } R_n = R_{\exp l} - D$$

unde R_n – rezultat net; C_p – capital propriu.

2. Rata rentabilității economice:

$$R_{RE} = \frac{R_{\exp l}}{A} \times 100$$

unde R_{expl} – rezultat din exploatare; A – total active.

Riscul financiar se apreciază prin verificarea egalității:

Material cu drept de autor

$$R_{RF} = R_{RE} + (R_{RE} - p).\frac{O}{C_p}$$

unde **p = (D/O).100, O = A – C_p, p** – procentul mediu al dobânzii; **O** – total obligații; **D** – dobânzi.

Levierul financiar reprezintă relația dintre **R_{RE}** şi **p**. Astfel, dacă R_{RE}>p – situația este favorabilă agentului economic, acesta desfăşurând o activitate ce îi permite să-şi acopere cheltuielile financiare; nu se confruntă cu risc financiar.

Tabelul 5.5

Indicatori	Perioada de bază (0)	Perioada curentă (1)
Total active (A)	2.000	2.500
Capital propriu (C_p)	1.700	2.000
Rezultat al exploatării (R_{expl})	150	200
Dobânzi (D)	20	25

Se calculează indicatorii din tabelul 5.5. Se observă faptul că ultima egalitate se verifică în cazul ambelor perioade luate în considerare; de asemenea, în ambele perioade este verificată şi inegalitatea **R_{RE} > p**, acest lucru însemnând faptul că agentul economic nu se confruntă cu riscuri financiare.

Tabelul 5.6

Indicatori	Perioada de bază (0)	Perioada curentă (1)
Obligații totale (O)	300	500
Procentul mediu al dobânzii (p)	6,66%	5,00%
Rezultatul net (R_n)	130	175
(O/C_p).100	17,64%	25,00%
Rata rentabilității financiare (R_{RF})	7,64%	8,75%
Rata rentabilității economice (R_{RE})	7,50%	8,00%

Studiul de caz 3. Riscul de insolvabilitate – este riscul cu care se poate confrunta un agent economic în situația în care nu îşi poate onora obligat¸iile pe termen scurt (OTS).

Aprecierea acestuia se face prin calcularea următoarelor rate:

1. rata solvabilității generale:

$$R_{SG} = \frac{A_C}{OTS} \times 100 > 100\%$$

unde A_C – active circulante;

2. Rata solvabilității parțiale:

Material cu drept de autor

$$80\% < R_{SP} = \frac{A_C - S}{OTS} \times 100 < 100\%$$

unde S – stocuri;

3. rata solvabilității imediate:

$$R_{SI} = \frac{Disp}{OTC} \times 100 > 30\%$$, iar:

$$Disp = A_C - S - C$$

unde Disp – disponibilități; C – creanțe.

Să se analizeze riscul de solvabilitate prin metoda ratelor, în funcție de indicatorii prezentați în tabelul 5.7.

Tabelul 5.7

Indicatori	Perioada de bază (0)	Perioada curentă (1)
Active circulante (A_C)	1.200	2.000
Stocuri (S)	800	1.000
Creanțe (C)	250	600
Obligații pe termen scurt (OTS)	500	1.000

Pe baza datelor din tabelul 5.7 se calculează indicatorii din tabelul 5.8.

Tabelul 5.8

Indicatori	Perioada de bază (0)	Perioada curentă (1)
Disponibilități (Disp)	150	400
Rata solvabilității generale (R_{SG})	240	200
Rata solvabilității parțiale (R_{SP})	80	100
Rata solvabilității imediate (R_{SI})	30	40

În prima perioadă, luată în exemplu, valoarea $\mathbf{R_{SG}}$ indică o situație favorabilă în privința solvabilității, însă valoarea $\mathbf{R_{SP}}$ indică faptul că întreprinzătorul trebuie să ia măsuri de reducere a stocurilor; pe de altă parte, valoarea $\mathbf{R_{SI}}$ mai indică şi faptul că acesta trebuie să ia măsuri cu privire la creşterea disponibilităților.

Referitor la cea de-a doua perioadă, se poate spune că valorile celor trei rate indică faptul că întreprinzătorul a luat măsurile necesare, situația solvabilității fiind favorabilă din toate punctele de vedere.

Material cu drept de autor

Cap.6. ANALIZA ECONOMETRICĂ A POTENȚIALULUI ECONOMIC

6.1. Noțiuni introductive. Concepte şi definiții

Desfăşurarea activității economice impune consumul a diverse resurse: naturale, umane, materiale, informaționale etcetera. Resursele atrase în activitatea economică pot fi studiate atât ca **resurse avansate** sau ocupate (capital fix, capital circulant, forță de muncă, factorul natură) cât şi ca resurse consumate, consumul de factori de producție, care dacă este exprimat valoric este cuprins în costurile curente ale producției (amortizarea capitalului fix, fondul de salarizare, cheltuieli cu mijloace materiale circulante).

Caracterul eterogen al resurselor avansate/ocupate face dificilă determinarea unui indicator de ansamblu al acestora; de aceea, obişnuit, analiza statistică priveşte fiecare din elementele componente în parte.

Unele resurse consumate pot fi exprimate atât în unități fizice; toate pot fi exprimate valoric. Exprimarea valorică dă posibilitatea reunirii acestora într-un indicator care exprimă volumul total al resurselor consumate.

Potențialul economic al unei societăți comerciale poate fi analizat şi din punct de vedere financiar, în acest caz analiza efectuându-se pe baza indicatorilor cuprinşi în bilanțul contabil al acesteia.

6.2. Caracterizarea econometrică a potențialului uman

Datorită locului important pe care factorul „muncă" îl ocupă în activitatea economică, cunoaşterea aspectelor principale care caracterizează forța de muncă a agenților economici constituie un important aspect în fundamentarea deciziilor economice.

Pentru caracterizarea forței de muncă este necesară evidențierea unor aspecte cum ar fi: volumul, structura, dinamica, mişcarea, utilizarea forței de muncă.

6.2.1. Indicatori de volum ai forței de muncă

Potențialul uman de care dispune un agent economic este exprimat prin indicatorul numărul salariaților (număr scriptic). Acest indicator caracterizează nivelul potențialului uman la un moment dat şi este format din totalitatea celor care au contract de muncă cu unitatea pentru care se face calculul, indiferent dacă au fost prezenți la lucru sau absenți din diferite motive, în perioada de calcul. Astfel definit „numărul salariaților" este un indicator de stoc. În analizele economice indicatorii care măsoară forța de muncă sunt, în cele mai multe cazuri, corelați cu indicatorii de flux. De aceea este necesar să fie calculat „numărul mediu" pentru o anumită perioadă,

Material cu drept de autor

indicator care poate fi corelat cu producția sau alți indicatori de flux pentru determinarea unor indicatori derivați cum sunt: productivitatea muncii, înzestrarea muncii cu mijloace fixe etc.

Numărul mediu se calculează diferit, pentru muncitori şi pentru celelalte categorii de salariați.

Numărul mediu $\bar{M}$ se calculează ca medie aritmetică a numărului muncitorilor aflați în fiecare zi în evidența unității pentru care se face calculul:

$$\overline{M} = \frac{\Sigma M_i}{n_z} \qquad (6.1)$$

în care: $\mathbf{M_i}$ – numărul muncitorilor din ziua **i** (pentru zile libere şi sărbători se consideră numărul existent în ultima zi lucrătoare premergătoare); $\mathbf{n_z}$ – numărul zilelor calendaristice ale perioadei.

În cazul personalului de conducere, administrativ-funcționăresc, datorită fluctuației mai mic, numărul mediu se calculează pe baza numărului existent la începutul şi sfârşitul perioadei de calcul:

$$\overline{CAF} = \frac{CAF_i + CAF_s}{2} \qquad (6.2)$$

în care $\overline{CAF}$ - numărul mediu al personalului de conducere, administrativ-funcționăresc; $\mathbf{CAF_i}$, $\mathbf{CAF_s}$ - numărul personalului de conducere, administrativ-funcționăresc la începutul, respectiv sfârşitul perioadei.

Pentru perioade mai mari de o lună, numărul mediu se calculează ca medie a numărului mediu lunar. Astfel, numărul mediu trimestrial al muncitorilor va fi:

$$\overline{M}_{TRIM} = \frac{\overline{M}_I + \overline{M}_{II} + \overline{M}_{III}}{3} \qquad (6.3)$$

6.2.2. Caracterizarea statistică a structurii forței de muncă

Un obiectiv important al analizei forței de muncă este cunoaşterea principalelor componente ale acesteia cunoscând faptul că realizarea obiectivelor propuse impune asigurarea nu numai a volumului forței de muncă ci şi a unei anumite structuri a acesteia.

Caracterizarea structurii forței de muncă presupune gruparea acesteia în funcție de diferite criterii.

Astfel, în funcție de locul şi rolul pe care-l au în desfăşurarea activității unității în care-şi desfăşoară activitatea, salariații sunt grupați în următoarele categorii socio-profesionale: personal cu funcții de conducere; personal cu funcții de execuție cu studii superioare; maiştri, tehnicieni şi alt personal cu studii medii; funcționari; lucrători operativi din comerț şi servicii; muncitori calificați; muncitori necalificați. Cunoaşterea acestei structuri este importantă prin faptul că oferă informații necesare fundamentării măsurilor care să asigure raporturi normale între diferite categorii de salariați. Utilizând

Material cu drept de autor

informațiile oferite de gruparea de mai sus se poate determina, pe de o parte, structura salariaților pe grupele prezentate, iar pe de altă parte, se pot calcula proporțiile care se stabilesc între diferitele categorii de personal. Astfel, importante pentru fundamentarea deciziilor sunt proporții cum ar fi: muncitori necalificați/ muncitori calificați; muncitori/ funcționari; muncitori/ maiştri, tehnicieni şi alt personal de specialitate cu studii medii etc.

De asemenea, salariații sunt grupați în funcție de vechime, după tipul şi nivelul calificării, vârstă, sex etc.

Deseori se utilizează grupări combinate în funcție de două sau mai multe caracteristici, cum ar fi: gruparea muncitorilor pe profesii şi categorii de calificare; gruparea muncitorilor în funcție de vechime şi categoria de calificare etc.

Dacă notăm cu T_i numărul salariaților dintr-o grupă şi ΣT_i numărul total al salariaților, structura va fi determinată cu expresia:

$$g_i^T = \frac{T_i}{\Sigma T_i} \times 100 \qquad (6.4)$$

6.2.3. Dinamica forței de muncă

Caracterizarea dinamicii forței de muncă se poate efectua atât cu ajutorul indicatorilor absoluți cât şi relativi; se poate efectua pentru fiecare categorie de salariați cât şi pentru total forță de muncă.

La nivelul unei grupe (obținute în funcție de diferite criterii de grupare) dinamica va fi:

$$i^T = \frac{T_1}{T_0} \times 100 \qquad (6.5)$$

iar la nivelul agentului economic:

$$I^T = \frac{\Sigma T_1}{\Sigma T_0} \times 100 \qquad (6.6)$$

respectiv (în mărimi absolute):

$$\Delta T = \Sigma T_1 - \Sigma T_0 \qquad (6.7)$$

Dacă se urmăreşte determinarea influenței structurii asupra dinamicii unei categorii de salariați, indicele (6.5) poate fi scris sub forma următoare (6.8) rezultând influențele corespunzătoare:

$$\frac{g_1^T \Sigma T_1}{g_0^T \Sigma T_0} = \underbrace{\frac{g_1^T \Sigma T_1}{g_0^T \Sigma T_1}}_{\text{Influența structurii}} \times \underbrace{\frac{g_0^T \Sigma T_1}{g_0^T \Sigma T_0}}_{\text{Influența volumului total de salariați}} \qquad (6.8)$$

Material cu drept de autor

Un loc important îl ocupă analiza numărului realizat de salariaţi în comparaţie cu numărul prevăzut pentru o anumită perioadă.

Analiza se poate efectua în două variante: necorelat cu realizarea producţiei şi corelat cu aceasta.

În primul caz se compară numărul realizat ($\mathbf{T_r}$) cu numărul prevăzut ($\mathbf{T_p}$):

$$I_{r/p}^{T} = \frac{T_r}{T_p} \times 100 \qquad (6.9)$$

Depăşirea numărului prevăzut este admisibilă şi nu afectează negativ activitatea în condiţiile în care este însoţită de creşterea producţiei într-un ritm mai mare decât creşterea numărului salariaţilor $(I_{r/p}^{Q} > I_{r/p}^{T})$, lucru care semnifică în fapt creşterea productivităţii muncii.

În cazul în care corelăm numărul salariaţilor realizat cu îndeplinirea prevederilor în ceea ce priveşte producţia, comparăm $\mathbf{T_r}$ cu $T_p.I_{r/p}^{Q}$.

În practică se obişnuieşte ca rezultatele comparării în acest caz să se exprime sub formă de **ritm** sau **modificare absolută**:

$$R_T^r = \frac{\Sigma T_r}{\Sigma T_p.I_{r/p}^{Q}} \times 100 - 100 \qquad (6.10)$$

Respectiv:

$$\Delta_T^r = \Sigma T_r - \Sigma T_p.I_{r/p}^{Q} \qquad (6.11)$$

Dacă $R_T^r < 0$ respectiv $\Delta_T^r < 0$ se indică o folosire judicioasă a forţei de muncă, realizarea unei economii de forţă de muncă ca urmare a creşterii productivităţii muncii.

6.2.4. Caracterizarea „mişcării" forţei de muncă

Volumul, structura, dinamica forţei de muncă sunt determinate de intrările şi ieşirile de forţă de muncă în cursul perioadei analizate. Pentru caracterizarea mişcării forţei de muncă este necesar să cunoaştem: numărul existent la începutul perioadei analizate ($\mathbf{T_0}$); total intrări (noi angajaţi) în cursul perioadei analizate ($\mathbf{T_i}$); total ieşiri (plecări) în cursul perioadei analizate, defalcat pe cauze: transfer, demisie, concedieri, pensionări etc ($\mathbf{T_e}$); numărul existent la sfârşitul perioadei analizate ($\mathbf{T_1 = T_0 + T_i + T_e}$).

Pe baza acestor informaţii se calculează o serie de indicatori derivaţi:

- coeficientul intrărilor (raportul dintre numărul celor intraţi în cursul perioadei analizate şi numărul mediu);
- coeficientul ieşirilor (raportul dintre numărul celor ieşiţi, indiferent de cauze, şi numărul mediu al personalului);

Material cu drept de autor

- coeficientul fluctuației (raportul dintre numărul personalului plecat din proprie inițiativă sau concediat şi numărul mediu al personalului);

- coeficientul mişcării generale (raportul dintre intrări plus ieşiri şi numărul mediu al personalului).

Cunoaşterea acestor indicatori, în perioade succesive de timp, pe categorii de calificare şi meserii, pe secții şi activități, permite identificarea locurilor de muncă, a meseriilor, cu fluctuație ridicată, permite identificarea cauzelor fluctuației şi pe această bază fundamentarea deciziilor care să contribuie la reducerea acesteia. Stabilitatea forței de muncă are mare importanță asupra eficienței utilității acesteia.

6.2.5. Analiza statistică a utilizării timpului de muncă

Analiza forței de muncă pe baza indicatorului „număr mediu de salariați" nu ține cont de timpul de muncă neutilizat datorită faptului că acesta cuprinde persoanele aflate în evidența unității indiferent dacă sunt prezente sau nu la lucru, dacă lucrează sau nu integral ziua de lucru. Luarea în considerare a acestor aspecte conduce la determinarea unor indicatori cum ar fi fondul de timp maxim disponibil, timpul de lucru efectiv, timpul nelucrat etc. exprimați în ore-om şi zile-om, precum şi a unor indicatori derivați calculați pe baza acestora.

Prin om-oră lucrată se înțelege o perioadă de o oră lucrată de un muncitor. Zi-om exprimă o zi de prezență la lucru a unui muncitor indiferent de numărul de ore lucrate în acea zi.

Informațiile necesare analizei utilizării timpului de lucru sunt sintetizate în „**Balanța utilizării timpului de lucru**" elaborată de regulă pentru categoria muncitori. Aceasta cuprinde următorii indicatori:

I. Resurse de timp de lucru:

a. Fondul de timp calendaristic (FTC) determinat cu relațiile:

- în zile-om:

$$FTCZ = \overline{M}.n_z \tag{6.12}$$

- în ore-om:

$$FTCM = \overline{M}.n_z.8 \tag{6.13}$$

b. Zile libere şi sărbători legale – exprimate în zile-om şi ore-om. Dimensiunea acestui indicator este în funcție de numărul de astfel de zile în perioada (luna) analizată şi numărul de muncitori.

c. Concedii de odihnă – de asemenea exprimat în zile-om şi ore-om.

d. Fondul de timp maxim disponibil (FTMD) exprimat în:

- zile-om (FTMDZ);
- ore-om (FTMDM)

$$d = a - (b + c)$$

II. Utilizarea timpului de lucru.

e. Timpul efectiv lucrat:

- în zile-om (TZ);
- în ore-om (TH).

Material cu drept de autor

f. Timp nelucrat, din care:

f_1. Timp nelucrat în zile întregi – exprimat în zile-om şi ore-om;

f_2. Timp nelucrat în cadrul zilei de lucru – exprimat în ore-om.

Timpul nelucrat se exprimă pe cauze: concedii de maternitate şi program redus pentru maternitate, concedii da boală şi program redus pentru boală, învoiri, concedii fără plată etc.

$$d = e + f$$

Folosind indicatorii absoluți din balanță, se pot calcula o serie de indicatori derivați:

- gradul de folosire a fondului de timp maxim disponibil:

$$\frac{TZ}{FTMDZ}\times 100 \qquad (6.14)$$

respectiv:

$$\frac{TH}{FTMDM}\times 100 \qquad (6.15)$$

- durata medie a zilei de lucru $(\overline{DZ})$ - exprimă numărul mediu de ore lucrate de un muncitor într-o zi:

$$\overline{DZ} = TH/TZ \qquad (6.16)$$

- gradul de utilizare a zilei de lucru (KDZ):

$$KDZ = \frac{\overline{DZ}}{DNZ}\times 100 \qquad (6.17)$$

în care **DNZ** reprezintă durata normală a zilei de lucru (de obicei 8 ore).

- durata medie a lunii de lucru $(\overline{DL})$ - exprimă numărul mediu de zile lucrate într-o lună de un muncitor.

$$\overline{DL} = \frac{TZ}{\overline{M}} \qquad (6.18)$$

- gradul de utilizare a lunii de lucru (**KDL**):

$$KDL = \frac{\overline{DL}}{DNL}\times 100 \qquad (6.19)$$

în care: DNL – durata normală a lunii de lucru analizate.

- pierderile de timp datorate neutilizării complete a zilei de lucru:

$$(\overline{DZ} - DNZ)\times TZ \qquad (6.20)$$

- pierderile de timp datorate neutilizării complete a lunii de lucru, exprimate în zile-om:

$$(\overline{DL} - DNL)\times \overline{M} \qquad (6.21)$$

Cunoaşterea timpului total nelucrat şi a productivității orare şi zilnice dă posibilitatea evaluării pierderilor de producție datorate neutilizării complete a timpului de lucru, respectiv:

Material cu drept de autor

- pierderile de producție pe seama utilizării incomplete a zilei de lucru:

$$(\overline{DZ} - DNZ) \times TZ \times Wh \qquad (6.22)$$

în care: Wh – productivitatea orară.

- pierderile de producție pe seama utilizării incomplete a lunii de lucru:

$$(\overline{DL} - DNL) \times \overline{M} \times Wz \qquad (6.23)$$

în care: Wz – productivitatea zilnică.

De asemenea, se pot determina pierderile totale de producție pe seama utilizării incomplete a zilei şi lunii de lucru prin însumare relațiilor (6.22) şi (6.23).

Aplicație.

În tabelul 6.1 se prezintă o serie de indicatori extraşi din Balanța utilizării timpului de lucru a SC."Dunărea" în luna X anul Y. Pentru luna respectivă numărul mediu al muncitorilor a fost M = 560 persoane.

Tabelul 6.1.

Indicatori ai utilizării timpului de lucru

Nr. crt	Indicatorul	zile-om	ore-om
1	Fondul de timp calendaristic	16800	134400
2	Zile libere şi sărbători legale	4480	35840
3	Concedii de odihnă	1008	8064
4	Fondul de timp maxim disponibil	11312	90496
5	Timpul efectiv lucrat	10976	81771

Pentru caracterizarea detaliată a utilizării timpului de lucru în luna X, se calculează următorii indicatori derivați:

1. Gradul de utilizare a fondului de timp maxim disponibil:

- pe baza indicatorilor exprimați în om-zile:

$$\frac{TZ}{FTMDZ} \times 100 = \frac{10976}{11312} \times 100 = 97,02\%$$

- pe baza indicatorilor exprimați în om-ore:

$$\frac{TH}{FTMDM} \times 100 = \frac{81771}{134400} \times 100 = 90,35\%$$

2. Durata medie a zilei de lucru:

$$\overline{DZ} = TH/TZ = 81771/10976 = 7,45 \; ore$$

Gradul de utilizare a zilei de lucru:

$$KDZ = \frac{\overline{DZ}}{DNZ} \times 100 = \frac{7,45}{8,00} \times 100 = 93,13\%$$

Material cu drept de autor

3. Durata medie a lunii de lucru:

$$\overline{DL} = \frac{TZ}{\overline{M}} = \frac{10976}{560} = 19{,}6 \ zile$$

Gradul de utilizare a lunii de lucru:

$$KDL = \frac{\overline{DL}}{DNL} \times 100 = \frac{19{,}6}{22{,}0} \times 100 = 89{,}01\%$$

4. Pierderile de timp datorate neutilizării complete a zilei de lucru:

$$(\overline{DZ} - DNZ) \times TZ = (7{,}45 - 8{,}00).10976 = -6036{,}8 \ ore$$

5. Pierderile de timp datorate neutilizării complete a lunii de lucru:

$$(\overline{DL} - DNL) \times \overline{M} = (19{,}6 - 22) \times 560 = -1344 \ zile$$

6. Pierderile totale de timp ca urmare a neutilizării complete a zilei şi lunii de lucru:

$$-6036{,}8 - 8 \times (-1344) = -16788{,}8 \, ore$$

7. Ştiind că productivitatea orară în luna analizată a fost de 300 u.m. producția nerealizată ca urmare a folosirii incomplete a timpului de lucru este:

$$16788{,}8 \times 300 = 5.036.640 \ u.m.$$

6.3. Caracterizarea statistică a potențialului material

6.3.1. Analiza statistică a mijloacelor fixe

Mijloacele fixe sunt bunuri care se folosesc în activitatea economică o perioadă îndelungată, păstrându-şi forma fizică inițială.

În conformitate cu practica contabilă şi statistică actuală sunt considerate mijloace fixe obiectul sau complexul de obiecte ce se utilizează ca atare şi îndeplinesc cumulativ două condiții: 1. au o valoare de intrare mai mare de 8.000.000 ROL şi 2. au o durată normală de utilizare mai mare de un an. Plafonul stabilit de către legiuitor de 8.000.000 ROL poate fi corectat periodic în funcție de evoluția prețurilor în economie. Totodată, fixarea acestui plafon indică convențional al diferențierii dintre mijloacele fixe şi obiectele de inventar,

Mijloacele fixe, împreună cu terenurile, constituie capitalul imobilizat în active corporale aflat la dispoziția agentului economic.

Caracterizarea statistică a fixe necesită evidențierea volumului, structurii, dinamicii, stării fizice, mişcării şi utilizarea acestora.

1. Volumul mijloacelor fixe. Volumul mijloacelor fixe poate fi măsurat prin intermediul a două grupe de indicatori: indicatori în unități fizice şi indicatori în unități valorice. Indicatorii în unități fizice sunt utilizați pentru măsurarea volumului mijloacelor fixe pe categorii ale acestora. Pe baza indicatorilor în unități fizice nu se poate calcula un indicator sintetic care să reflecte volumul mijloacelor fixe la nivelul agentului economic. Pentru

aceasta este necesară exprimarea volumului mijloacelor fixe cu ajutorul unor indicatori valorici. Evaluarea mijloacelor fixe asigură posibilitatea determinării volumului valoric al acestora, a structurii şi mişcării lor, precum şi corelarea mijloacelor fixe cu alți indicatori economici.

Mijloacele fixe pot fi exprimate la valoarea inițială, valoarea rămasă sau valoarea de înlocuire (cu referire la valoarea inițială sau cea rămasă).

Valoarea inițială sau valoarea de inventar (VI) reprezintă totalitatea cheltuielilor făcute cu construirea sau achiziționarea, transportul şi punerea în funcțiune a mijloacelor fixe.

În conformitate cu „Legea privind amortizarea capitalului imobilizat în active corporale şi necorporale", mijloacele fixe sunt înregistrate la „valoare de intrare" prin care se înțelege valoarea rămasă actualizată aferentă mijloacelor fixe care au fost reevaluate în conformitate cu hotărâri ale Guvernului; prețul de achiziție pentru mijloacele fixe procurate cu titlu oneros; costul de producție pentru mijloacele fixe dobândite cu titlu gratuit, estimată pe baza propunerilor făcute de specialişti; valoarea de aport acceptată de părți pentru mijloacele fixe intrate în patrimoniu cu ocazia asocierii, fuzionării. Valoarea inițială serveşte la cunoaşterea volumului valoric al mijloacelor fixe de care dispune o unitate, indiferent de starea fizică a acestora. Pe baza ei se caracterizează dinamica şi structura mijloacelor fixe şi se analizează eficiența folosirii acestora.

Valoarea de intrare a mijloacelor fixe şi durata normală de funcționare a acestora stau la baza calculării amortizărilor. În vederea ținerii pasului cu progresul tehnic duratele normate de funcționare sunt revizuite periodic, dar nu mai târziu de 5 ani. Valoarea inițială se modifică cu ocazia reevaluării acestora sau a executării unor lucrări suplimentare.

Valoarea rămasă (VR) exprimă partea din valoarea inițială care nu a fost încă transferată asupra producției prin intermediul amortizării. Se stabileşte ca diferență între valoarea inițială şi amortizarea calculată până în momentul calculului. În scopul recuperării mai rapide pe calea amortizării mijloacelor fixe de care dispun, agenții economici pot alege unele din următoarele trei regimuri de amortizare:

- **amortizare liniară**, care constă în includerea uniformă în cheltuielile de exploatare a unor sume fixe, stabilite proporțional cu numărul de ani ai duratei normale de funcționare a mijlocului fix;
- **amortizare degresivă**, care se realizează prin multiplicarea cotelor de amortizare liniară cu un coeficient cuprins între 1,5÷2,5 în funcție de durata normală de utilizare a mijlocului fix;
- **amortizare accelerată**, care constă în includerea în primul an de funcționare, în cheltuielile de exploatare, a unei amortizări de până la 50% din valoarea de intrare a mijlocului fix.

Valoarea rămasă stă la baza analizei concordanței între valoarea scriptică a mijloacelor fixe şi starea tehnică a acestora. Prin intermediul ei se caracterizează starea fizică a mijloacelor fixe, eficiența folosirii lor, se fundamentează durata posibilă de funcționare şi obiectivele din domeniul

Material cu drept de autor

investițiilor etc. Agenții economici au obligativitatea raportării în fiecare an a valorii rămase a mijloacelor fixe, precum şi amortizarea totală a acestora.

Valoarea de înlocuire (**VÎ**) se stabileşte cu ocazia reevaluării mijloacelor fixe, acțiune efectuată periodic, se stabileşte cu ocazia reevaluării mijloacelor fixe, acțiune efectuată periodic, pentru a pune de acord valoarea la care figurează în evidență şi prețul în vigoare în momentul reevaluării. Cu ocazia reevaluării se stabilesc valori de inventar unitare pentru toate mijloacele fixe de acelaşi fel, indiferent de momentul punerii în funcțiune.

Valorile la care pot fi exprimate mijloacele fixe evidențiază volumul valoric al acestora la un moment dat, deci sub formă de stoc. În analiza economică mijloacele fixe se corelează cu indicatorii care se referă la o perioadă de timp (indicatori de flux) – valoarea adăugată, cifra de afaceri etc. Ca urmare este necesară calcularea valorii medii anuale a mijloacelor fixe.

Valoarea medie anuală de inventar a mijloacelor fixe ($\overline{F}$) se calculează ca medie aritmetică a valorilor lunare ($\mathbf{VI}_i$):

$$\overline{F} = \frac{\sum_{i=1}^{12} VI_i}{12} \tag{6.24}$$

sau:

$$\overline{F} = VM_i + VM_{in} + VM_{ie} \tag{6.25}$$

în care: $\mathbf{VM}_i$ – valoarea de inventar a mijloacelor fixe existente la începutul anului; $\mathbf{VM}_{in}$ – valoarea medie a intrărilor; $\mathbf{VM}_{ie}$ – valoarea medie anuală a ieşirilor.

Valoarea medie anuală rămasă ($\overline{FR}$) se calculează cu relația:

$$\overline{FR} = \overline{F} \times \frac{VR_1 + VR_2}{VI_1 + VI_2} \tag{6.26}$$

în care: $\mathbf{VR}_1$ şi $\mathbf{VR}_2$ – valoarea rămasă a mijloacelor fixe la începutul, respectiv sfârşitul anului; $\mathbf{VI}_1$ şi $\mathbf{VI}_2$ – valoarea de inventar a mijloacelor fixe existente la începutul, respectiv sfârşitul anului.

2. Structura mijloacelor fixe. Se calculează şi se analizează în funcție de diferite criterii de grupare a acestora.

După **componența materială**, mijloacele fixe se împart pe trepte şi categorii, în funcție de diferite caracteristici tehnico-economice. Pe prima treaptă de clasificare, mijloacele fixe se împart în următoarele 9 grupe: clădiri; construcții speciale; maşini, utilaje şi instalații de lucru; aparate şi instalații de măsură, control şi reglare; mijloace de transport; animale; plantații; unelte şi accesorii de producție; aparatură birotică.

Această clasificare a mijloacelor fixe stă la baza determinării pe cale analitică a amortismentelor. În acelaşi timp oferă informații importante privind mijloacele fixe care participă nemijlocit la producerea bunurilor materiale – maşini, utilaje şi instalații de lucru – denumite mijloace fixe active.

După durata de serviciu mijloacele fixe se pot clasifica în mai multe grupe. Pentru analiza statistico-economică sunt esențiale următoarele grupe:

Material cu drept de autor

mijloace fixe noi (puse în funcțiune în ultimii ani); mijloace fixe în funcțiune la care durata de serviciu consumată este peste durata de serviciu normată.

Structura mijloacelor fixe după vârstă este deosebit de importantă pentru fundamentarea programului de investiții. Aceasta deoarece mijloacele fixe nerecuperate integral sunt, de regulă, uzate moral, fapt ce impune înlocuirea lor pe calea investițiilor.

Pe baza diferitelor criterii de grupare se poate caracteriza locul unei grupe de mijloace fixe (F_i) în totalul mijloacelor fixe (ΣF_i) cu ajutorul mărimilor relative de structură (g_I^F).

$$g_i^F = \frac{F_i}{\Sigma F_i} \times 100 \qquad (6.27)$$

3. Starea fizică a mijloacelor fixe. Este caracterizată în special cu ajutorul indicatorilor

$$I_{UZ} = \frac{UZ}{VI} \times 100 \qquad (6.28)$$

în care: **UZ** – uzura mijloacelor fixe (exprimată valoric prin nivelul amortizării acestora); $I_{UZ} \in [0, 100]$ şi cu cât valoarea sa este mai aproape de limita inferioară starea fizică a mijlocului fix respectiv este mai bună.

Indicatorul stării de utilitate (**ISUT**) reflectă proporția mijloacelor fixe la valoarea rămasă în valoarea de inventar a acestora la un moment dat:

$$I_{SUT} = \frac{VR}{VI} \times 100 \qquad (6.29)$$

sau:

$$I_{SUT} = 100 - I_{UZ} \qquad (6.30)$$

$I_{SUT} \in [0, 100]$ şi cu cât valoarea sa este mai aproape de limita superioară cu atât starea fizică a mijloacelor fixe respective este mai bună.

Indicatorii stării fizice a mijloacelor fixe se calculează pe categorii de mijloace fixe, pe secții sau pentru ansamblul mijloacelor fixe ale agentului economic.

Informațiile furnizate servesc la fundamentarea programului de investiții, la analiza eficienței mijloacelor fixe etc.

4. Mişcarea mijloacelor fixe. Nivelul indicatorilor care exprimă starea fizică şi modificările în timp ale acestora sunt expresia mişcării mijloacelor fixe, respectiv a punerii în funcțiune şi ieşiri (scoateri) din funcțiune a mijloacelor fixe. Intrările de mijloace fixe se măsoară prin indicatorul de înnoire, iar ieşirile prin indicatorul scoaterii din funcțiune.

Indicatorii înnoirii se calculează prin raportarea valorii mijloacelor fixe puse în funcțiune în cursul anului (deci a mijloacelor fixe noi exprimate la valoarea de inventar) la valoarea mijloacelor fixe existente la sfârşitul anului exprimate de asemenea la valoarea de inventar. Deci, exprimă proporția mijloacelor fixe noi în totalul mijloacelor fixe existente la sfârşitul anului.

Material cu drept de autor

Indicatorul scoaterii din funcțiune se determină raportând valoarea de inventar a mijloacelor fixe scoase din funcțiune în cursul anului la valoarea de inventar a celor existente la începutul anului.

Volumul valoric al mijloacelor fixe puse în funcțiune este condiționat de totalul investițiilor efectuate, exprimate statistic prin indicatorul investiții brute, de durata de execuție, precum şi de structura tehnico-materială a acestora (investiții pentru utilaje, investiții concretizate în lucrări de construcții-montaj, în lucrări geologice şi de foraj etc).

Caracterizarea şi analiza statistică a mărimii, structurii, mişcării şi stării fizice a mijloacelor fixe se realizează pe baza indicatorilor cuprinşi în balanța mijloacelor fixe. În această balanță indicatorii (exprimați la valoarea de inventar) pun în evidență:

- gruparea mijloacelor fixe pe categorii de mijloace fixe;
- mijloace fixe la începutul anului (mijloace fixe la valoare de inventar şi amortizarea înregistrată);
- mişcarea mijloacelor fixe, pe cele două componente: intrări (total, din care prin investiții) şi ieşiri (total, din care scoase din funcțiune);
- mijloace fixe existente la sfârşitul anului (mijloace fixe la valoare de inventar şi amortizarea înregistrată;
- amortizarea anuală.

6.3.2. Caracterizarea statistică a utilajelor de producție

Categoria utilajelor şi instalațiilor de lucru este caracterizată printr-un sistem de indicatori care pe de o parte evidențiază volumul acestora, iar pe de altă parte modul de utilizare extensivă şi intensivă.

Indicatorii care exprimă volumul sunt indicatori valorici, care permit corelarea cu celelalte categorii de mijloace fixe, cât şi indicatori cu expresie fizică (exprimă numărul diferitelor categorii de utilaje). Prima categorie de indicatori are o largă utilizare datorită naturii foarte diverse a utilajului de producție.

În analiza economico-financiară, caracterizarea utilizării extensive a utilajului, a timpului de funcționare a acestuia se realizează în principal cu indicatorii „coeficientul numărului de schimburi" şi „gradul de folosire a fondului de timp maxim disponibil".

Cunoaşterea coeficientului numărului de schimburi are o mare importanță în fundamentarea deciziilor privind activitatea economică, creşterea numărului de schimburi în care este folosit utilajul fiind o cale principală de creştere a producției şi eficienței economice.

În general, indicatorul se calculează prin raportarea numărului de schimburi-maşină lucrate în toate schimburile, la numărul de schimburi-maşină din schimbul cel mai încărcat. În acest caz se omit din calcul utilajele care nu au fost folosite. Pentru a înlătura acest neajuns, coeficientul schimburilor se poate calcula raportând numărul de schimburi-maşină realizate la numărul total de utilaje existente în unitatea pentru care se face calculul.

Material cu drept de autor

Indicatorul „gradul de folosire a fondului de timp maxim disponibil" (GDU) se calculează cu expresia:

$$GDU = \frac{TEU}{TDU} \times 100 \qquad (6.31)$$

În care: **TDU** – fondul de timp disponibil al utilajelor, se obține scăzând din fondul de timp calendaristic (care exprimă timpul calendaristic exprimat în zile sau în ore aferent perioadei pentru care se face calculul) a următoarelor elemente: timpul corespunzător zilelor libere şi sărbătorilor legale, timpul pentru reparații şi revizii planificate, timpul pentru opriri tehnologice; **TEU** – timpul efectiv de funcționare a utilajelor în perioada analizată. Diferă de **TDU** prin timpul neutilizat.

Timpul neutilizat trebuie cunoscut atât ca nivel global cât şi structurat pe cauze (timp neprogramat, reparații accidentale, lipsă comenzi, lipsă forță de muncă, alte cauze) pe categorii de utilaje, pe locuri de muncă etc. De asemenea, timpul neutilizat trebuie structurat simultan după diverse criterii, obținându-se astfel informații mai complete pentru fundamentarea măsurilor privind reducerea timpului neutilizat. Astfel de grupări combinate pot fi:

- timpul neutilizat pe categorii de utilaje şi caute tehnico-organizatorice;
- timpul neutilizat pe locuri de muncă şi cauze tehnico-organizatorice
- timpul neutilizat pe locuri de muncă, categorii de utilaje şi cauze tehnico-organizatorice.

6.3.3. Caracterizarea statistică a capitalului circulant

Asigurarea mijloacelor materiale circulante în volumul şi structura cerute de procesul de producție constituie un factor important al creşterii producției şi eficienței economice. Capitalul circulant este analizat atât ca element important al potențialului material al unui agent economic, cât şi ca element component şi preponderent în acelaşi timp al activelor circulante, alături de „disponibilitățile băneşti şi plasamente" şi „decontări".

Caracterizarea statistică a acestei componente a potențialului material trebuie să pună în evidență aspecte cum sunt: volumul, structura, dinamica, folosirea (consumul) mijloacelor materiale circulante.

1. Mărimea capitalului circulant se exprimă ca stoc de mijloace circulante existent la un moment dat; pentru o anumită perioadă se exprimă ca stoc mediu, calculat cu ajutorul mediei cronologice. Sursele de date pentru obținerea acestor indicatori o constituie bilanțul contabil şi/sau inventarierea stocurilor materiale.

Volumul mijloacelor circulante se exprimă în unități fizice, pe categorii ale acestora, cât şi valoric. Exprimarea în unități fizice dă posibilitatea cunoaşterii gradului de asigurare a producției cu mijloace circulante necesare, determinate de volumul fizic al producției şi consumul

Material cu drept de autor

unitar de astfel de mijloace. Exprimarea valorică asigură atât posibilitatea determinării volumului total de mijloace materiale circulante, cât şi corelarea acestora cu celelalte componente ale activelor circulante şi în general cu indicatorii economico-financiari ai activității economice.

2. Structura capitalului circulant se determină utilizând diferite criterii de grupare: **secția (activitatea)** în care se găsesc, **faza activității** economice unde se află etc.

În funcție de **faza activității economice** unde se află mijloacele materiale circulante concretizate în stocuri se grupează în: **stocuri pentru producție** (materii prime, materiale, combustibil, ambalaje, obiecte de inventar de mică valoare şi scurtă durată, piese de schimb etc); **mijloace materiale circulante în producție** (producție neterminată, semifabricate) şi **mijloace materiale circulante în sfera circulației** (produse finite).

Cunoaşterea acestei structuri este foarte importantă pentru inițierea măsurilor care să conducă la mărirea vitezei de rotație a mijloacelor circulante; măsurile trebuie să vizeze în primul rând acele activități şi acele locuri cât şi componente care au o pondere mare în mijloacele materiale circulante.

3. Analiza statistică a consumului de materii prime şi materiale, poate urmări două aspecte:

- consumul total de materii prime şi materiale (**M**);
- consumul specific de materii prime şi materiale (**m**).

Consumul total de materii prime şi materiale într-o anumită perioadă se determină în unități fizice, pe categorii de materii prime şi materiale sau valoric, pe ansamblul acestora.

Consumul total realizat într-o anumită perioadă ($\mathbf{M_1}$) se compară fie cu consumul programat pe aceeaşi perioadă ($\mathbf{M_p}$), fie cu consumul realizat într-o perioadă trecută ($\mathbf{M_0}$).

Comparațiile se pot realiza în două variante: corelat sau necorelat cu volumul producției realizat. Datorită faptului că în analiza interesează depăşirea, economia la consumul de materii prime şi materiale se calculează fie ritmul modificării (**RM**), fie modificarea absolută (**ΔM**).

Varianta analizei necorelate cu evoluția producției conduce la următoarele rezultate (în cazul în care considerăm comparația cu nivelul planificat):

- ritmul modificării consumului total (**RM**):

$$RM = \frac{M_1}{M_p} \times 100 - 100 \qquad (6.32)$$

- modificarea absolută a consumului total (Δ**M**):

$$\Delta \mathbf{M} = \mathbf{M_1} - \mathbf{M_p}. \qquad (6.33)$$

Informațiile furnizate de expresiile (6.32) şi (6.33) sunt nerelevante pentru decizii economice, întrucât în construcția lor nu se ține cont de îndeplinirea nivelului prevăzut al producției. În mod normal o creştere a producției față de nivelul planificat antrenează o creştere a consumului total

Material cu drept de autor

de materii prime şi materiale. Creşterea maximă admisibilă a consumului total este proporțională cu creşterea producției: $M_{adm} = M_p . I^{Q}_{1/p}$.

Analiza modificării consumului total, corelat cu producția se realizează pe baza expresiilor:

- ritmul modificării consumului total (RM):

$$RM = \frac{M_1}{M_p . I^{Q}_{1/p}} \times 100 - 100 \qquad (6.34)$$

- modificarea absolută a consumului total (ΔM):

$$\Delta M = M_1 - M_p . I^{Q}_{1/p} \qquad (6.35)$$

Consumul total de materii prime şi materiale este determinat atât de consumul specific (**m** – cantitatea de materii prime şi materiale consumate pentru o unitate de produs), cât şi de volumul producției (**q**).

În funcție de natura materiilor prime şi a materialelor, precum şi a produselor fabricate, analiza modificării consumului total se poate realiza în următoarele variante:

Cazul 1. Se consumă un singur fel de materie primă sau material pentru realizarea unui singur produs:

$$I^M = \frac{M_1}{M_0} = \frac{m_1 q_1}{m_0 q_0} \qquad (6.36)$$

Cazul 2. Se consumă un singur tip de materii prime sau materiale pentru realizarea mai multor produse:

$$I^M = \frac{\Sigma M_1}{\Sigma M_0} = \frac{\Sigma m_1 q_1}{\Sigma m_0 q_0} \qquad (6.37)$$

Cazul 3. Se consumă mai multe tipuri de materii prime şi materiale pentru realizarea unui singur produs. În acest caz consumurile diferitelor materiale devin însumabile prin exprimare valorică cu ajutorul prețurilor:

$$I^M = \frac{q_1 \Sigma m_1 p_1}{q_0 \Sigma m_0 p_0} \qquad (6.38)$$

Cazul 4. Se consumă mai multe tipuri de materii prime şi materiale pentru obținerea mai multor produse:

$$I^M = \frac{\Sigma\Sigma q_1 m_1 p_1}{\Sigma\Sigma q_0 m_0 p_0} \qquad (6.39)$$

iar modificarea absolută:

$$\Delta M = \Sigma\Sigma q_1 m_1 p_1 - \Sigma\Sigma q_0 m_0 p_0 \qquad (6.40)$$

Influențele celor trei factori care determină consumul total sunt puse în evidență cu ajutorul următoarelor relații:

- influența modificării volumului fizic:

Material cu drept de autor

$$I^{M(q)} = \frac{\Sigma\Sigma q_1 m_0 p_0}{\Sigma\Sigma q_0 m_0 p_0} \quad (6.41)$$

$$\Delta M(q) = \Sigma\Sigma q_1 m_0 p_0 - \Sigma\Sigma q_0 m_0 p_0 \quad (6.42)$$

- influența modificării consumurilor specifice:

$$I^{M(m)} = \frac{\Sigma\Sigma q_1 m_1 p_0}{\Sigma\Sigma q_1 m_0 p_0} \quad (6.43)$$

$$\Delta M(m) = \Sigma\Sigma q_1 m_1 p_0 - \Sigma\Sigma q_1 m_0 p_0 \quad (6.44)$$

- influența modificării prețurilor de aprovizionare:

$$I^{M(p)} = \frac{\Sigma\Sigma q_1 m_1 p_1}{\Sigma\Sigma q_1 m_1 p_0} \quad (6.45)$$

$$\Delta M(p) = \Sigma\Sigma q_1 m_1 p_1 - \Sigma\Sigma q_1 m_1 p_0 \quad (6.46)$$

Relația între indici este:

$$I^{M} = I^{M(q)} \times I^{M(m)} \times I^{M(p)} \quad (6.47)$$

iar între modificările absolute:

$$\Delta^{M} = \Delta^{M(q)} + \Delta^{M(m)} + \Delta^{M(p)} \quad (6.48)$$

Exemplu de calcul:

Se consideră cazul utilizării a două materiale a şi b pentru realizarea a două produse A şi B, tabelul 6.2.

Tabelul 6.2.

Produs	Cantitatea produsă (mii bucăți)		Consumul specific din material			
			a (kg/buc)		b (m/buc)	
	Perioada de bază, (0), (q_0)	Perioada curentă, (1), (q_1)	Perioada de bază, (0), (m_0)	Perioada curentă, (1), (m_1)	Perioada de bază, (0), (m_0)	Perioada curentă, (1), (m_1)
A	15	17	1,4	1,1	0,5	1,0
B	20	22	4,0	4,1	1,2	1,0
Preț unitar, u.m.	-	-	10 (p_0)	12 (p_1)	20 (p_0)	25 (p_1)

Calculele necesare analizei modificării consumului total de materiale sunt prezentate în tabelul 6.3.

Tabelul 6.3.

Materialul	Produsul	$q_0m_0p_0$	$qQ_1m_1p_1$	$q_1m_0p_0$	$q_1m_1p_0$
a	A	210,0	224,4	230,0	187,0
	B	800,0	1082,4	880,0	902,0
Total a	-	1010,0	1306,8	1118,0	1089,0

Material cu drept de autor

b	A	150,0	170,0	170,0	136,0
	B	480,0	550,0	528,0	440,0
Total b	-	630,0	720,0	698,0	576,0
Total general	-	1640,0	2026,8	1816,0	1665,0

$$I^{M} = \frac{\Sigma\Sigma q_1 m_1 p_1}{\Sigma\Sigma q_0 m_0 p_0} = \frac{2026,8}{1640,0} = 1,2359 \Rightarrow 123,59\%$$

$$\Delta^{M} = \Sigma\Sigma q_1 m_1 p_1 - \Sigma\Sigma q_0 m_0 p_0 = 2026,8 - 1640,0 = 386,8\, u.m.$$

Deci, consumul total de materiale a crescut în perioada curentă față de perioada de bază cu 386,8 u.m., respectiv cu 23,59%.

Influența modificării volumului fizic:

$$I^{M(q)} = \frac{\Sigma\Sigma q_1 m_0 p_0}{\Sigma\Sigma q_0 m_0 p_0} = \frac{1816,0}{1640,0} = 1,1073 \Rightarrow 110,73\%$$

$$\Delta^{M(q)} = \Sigma\Sigma q_1 m_0 p_0 - \Sigma\Sigma q_0 m_0 p_0 = 1816,0 - 1640,0 = 176\ u.m.$$

Influența modificării consumurilor specifice:

$$I^{M(m)} = \frac{\Sigma\Sigma q_1 m_1 p_0}{\Sigma\Sigma q_1 m_0 p_0} = \frac{1665,0}{1816,0} = 0,9169 \Rightarrow 91,69\%$$

$$\Delta^{M(m)} = \Sigma\Sigma q_1 m_1 p_0 - \Sigma\Sigma q_1 m_0 p_0 = 1665,0 - 1816,0 = -151 u.m.$$

Influența modificării prețurilor:

$$I^{M(p)} = \frac{\Sigma\Sigma q_1 m_1 p_1}{\Sigma\Sigma q_1 m_1 p_0} = \frac{2026,8}{1665,0} = 1,2173 \Rightarrow 121,73\%$$

$$\Delta^{M(p)} = \Sigma\Sigma q_1 m_1 p_1 - \Sigma\Sigma q_1 m_1 p_0 = 2026,8 - 1665,0 = 361,8\ u.m.$$

Deci, consumul total de materiale a crescut datorită creşterii prețurilor (+176 u.m.). Reducerea consumurilor specifice a determinat o reducere a consumurilor totale cu 151 u.m.

6.4. Analiza statistică a potențialului financiar

Cunoaşterea şi analiza patrimoniului unui agent economic se realizează şi pe baza indicatorilor cuprinşi în bilanțul contabil şi anexele acestuia. Activul bilanțului cuprinde atât bunurile şi disponibilitățile deținute de către agentul economic, cât şi drepturile de creanță asupra terților.

Elementele de activ sunt structurate în două grupe: elemente cu utilizare aciclică, respectiv „**Activele imobilizate**" şi elemente cu utilizare ciclică, care cuprind „**Activele circulante**".

Material cu drept de autor

În analiza activelor imobilizate se determină structura şi dinamica acestora şi a elementelor componente. De asemenea, activele imobilizate sunt corelate cu activele circulante.

„Disponibilitățile băneşti" reprezintă, de asemenea, un element principal pentru caracterizarea trezoreriei unui agent economic. În analiză, acestea sunt corelate cu activele agentului economic determinându-se următorii indicatori:

- gradul net de asigurare a agentului economic cu disponibilități băneşti:

$$\frac{\textbf{Disponibilități băneşti}}{\textbf{Active circulante}} \times \textbf{100} \qquad 6.49$$

sau:

$$\frac{\textbf{Disponibilități băneşti}}{\textbf{Active imobilizate + Active circulante}} \times \textbf{100} \qquad 6.50$$

Se consideră că circa 3÷5% din activele circulante şi 1÷1,5% din totalul activelor imobilizate şi circulante asigură necesitățile curente cu disponibilități băneşti ale agentului economic.

- gradul brut de asigurare a agentului economic cu disponibilități băneşti şi plasamente:

$$\frac{\textbf{Disponibilități băneşti şi plasamente}}{\textbf{Active circulante}} \times \textbf{100} \qquad 6.51$$

sau:

$$\frac{\textbf{Disponibilități băneşti şi plasamente}}{\textbf{Active circulante + Active imobilizate}} \times \textbf{100} \qquad 6.52$$

În cazul gradului brut se consideră că nivelul de 30% din activele circulante şi 10% din totalul activelor imobilizate şi circulante reprezintă o situație normală.

Elementele din activul bilanțului dau posibilitatea calculării patrimoniului net al societății comerciale, indicator care reflectă capacitatea agentului economic de a face față obligațiilor asumate.

Patrimoniul net = active imobilizate + active circulante – total datorii

Patrimoniul net se foloseşte şi în operațiunile de evaluare ale agentului economic. Sursele de acoperire a activelor sunt evidențiate în pasivul bilanțului principal sub forma diferitelor tipuri de capitaluri ale unității economice.

6.5. Estimarea econometrică a volumului producției în vederea maximizării profitului unei societăți comerciale

O societate comercială dispune de informații privind legea cererii referitoare la producția pe care o realizează. De exemplu:

Material cu drept de autor

- pentru o producție **q** ≤ **2** tone, prețul pe care îl va putea obține societatea comercială va fi **p = 10** u.m./kg;
- pentru o producție **q = 2,5** tone, societatea va obține un preț de **p = 8** u.m./kg;
- pentru o producție **q = 3,5** tone, societatea va obține un preț de **p = 6** u.m./kg;
- pentru o producție **q = 4** tone, prețul obținut va fi **p = 5** u.m./kg;
- pentru o producție **q = 4,5** tone, prețul obținut va fi **p = 4,5** u.m./kg;
- pentru o producție **q = 5** tone, prețul obținut va fi **p = 4** u.m./kg.

De asemenea, pe baza unor calcule tehnico-economice în funcție de volumul producției, cheltuielile de producție aferente înregistrează următoarele valori, tabelul 6.4.

Tabelul 6.4.

Volumul producției, tone	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
Cheltuieli de producție, u.m.	6	7	8	8,8	10	11,2	12

Pe baza datelor din tabelul 6.4 se cere să se estimeze nivelul optim al producției pentru care se obține un profit maxim.

Rezolvare.

Pornind de la strategia economică a firmei, optimizarea profitului societății comerciale (S.C.) se poate obține cu ajutorul unui model econometric cu ecuații multiple de forma:

1. Legea cererii producției: **p = f(q) + u**;
2. Funcția de producție a cheltuielilor: **Ch = g(q) + z**;
3. Ecuația cifrei de afaceri: **CA = p.q = q.f(q)**;
4. Funcția profitului: $\prod$ **= CA – Ch = q.f(q) – g(q)**.

în care: **p** – prețul de vânzare a produselor; **q** – volumul producției; **u, z** – variabile reziduale.

În final, se constată că profitul S.C. depinde numai de volumul producției. Rezolvarea problemei – maximizarea profitului – se poate face fie prin anularea derivatei ecuației (4), fie pe baza reprezentării grafice, fie pe baza calculelor numerice.

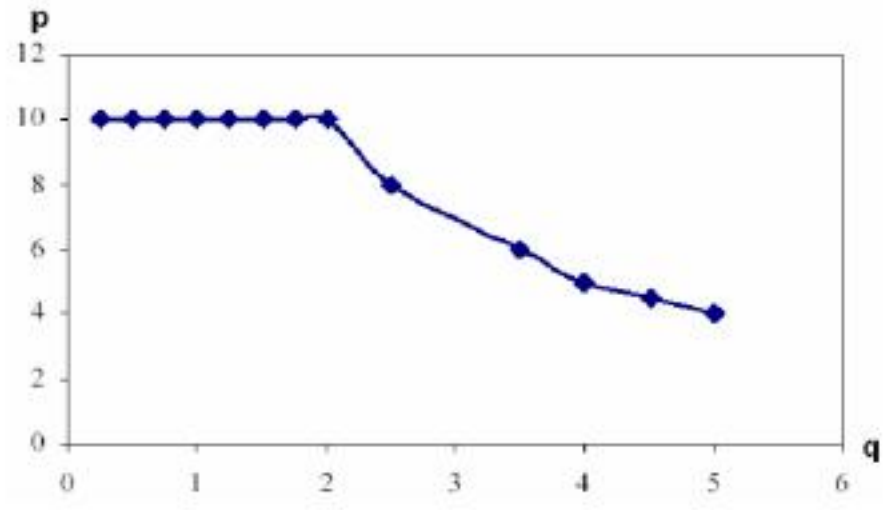


Fig.6.1. Evoluția prețului în funcție de volumul producției

Pornind de la informațiile concrete prezentate anterior, estimarea volumului producției ce maximizează profitul societății respective presupune: estimarea legii cererii, a funcției de producție a cheltuielilor, a cifrei de afaceri, a funcției profitului şi a volumului producției care conduce la obținerea profitului maxim al societății.

Material cu drept de autor

1. Estimarea legii cererii:

- pentru **q** ≤ **2 t** rezultă că **p = 10** u.m.;

- pentru **q** > **2 t** rezultă că legea cererii va trebui estimată cu ajutorul unei funcții matematice.

În urma reprezentării grafice din figura 6.1 se constată că legea cererii pentru un volum de vânzări **q** > **2 t** poate fi estimată cu ajutorul unei funcții de putere (sau dublu logaritmice): $p = a.q^b.u$.

Acest model neliniar poate fi transformat într-un model liniar prin logaritmare:

$$\ln p = \ln a + b.\ln q + \ln u$$

Notând cu: $\ln p = p'$; $\ln q = q'$; $\ln u = u'$; $\ln a = a'$; m = 3 = numărul de observații, va rezulta un model liniar unifactorial: $p' = a' + b.q' + u'$ ai cărui parametri vor fi estimați cu ajutorul metodei celor mai mici pătrate.

În urma rezolvării, estimatorii celor doi parametri sunt:

$$\begin{cases} \hat{a}' = 3{,}0165 = \ln a \Rightarrow \hat{a} = 20{,}4197 \cong 20 \\ \hat{b} = -1{,}0064 \cong -1 \end{cases}$$

Pe baza informațiilor obținute se constată că modelul econometric al legii cererii poate fi acceptat ca model operațional; similitudinea statistică a acestuia cu datele primare ale prețului şi volumului cererii fiind foarte mari, estimatorii şi raportul de corelație fiind semnificativi, cu un prag de semnificație foarte mic, α = 0,01:

$$p = \begin{cases} 10\,u.m. & ptr.q \le 2t \\ 20.q^{-1} & ptr.q > 2t \end{cases}$$

2. Estimarea funcției cheltuielilor de producție în raport cu volumul producției se face ca şi în cazul precedent prin reprezentarea grafică a valorilor celor două variabile, figura 6.2.

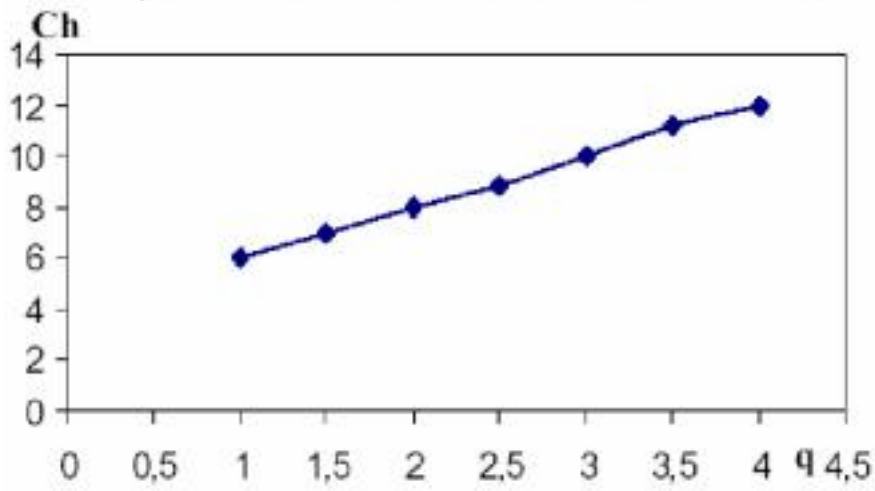


Fig.6.2. Evoluția cheltuielilor de producție în funcție de volumul producției

Aşa cum se prezintă în corelograma variabilelor (figura 6.2), funcția de producție a cheltuielilor este de formă liniară, cu ecuația:

$$Ch = \alpha + \beta.q + z$$

Ca şi în cazul precedent, al modelului cererii, rezultă că modelul liniar al cheltuielilor de producție, din punct de vedere econometric, a fost corect specificat. Ca atare, în scopul estimării profitului optim al societății, funcția cheltuielilor de producție este:

Material cu drept de autor

$$Ch = 4 + 2.q$$

3. Pe baza rezultatelor obținute mai sus, cifra de afaceri a S.C. este descrisă de modelul:

$$CA = \begin{cases} p.q = 10.q\,u.m. & ptr.\ q \le 2t \\ p.q = \dfrac{20}{q} \times q = 20\,u.m. & ptr.\ q > 2t \end{cases}$$

4. Funcția profitului, pornind de la relația (4), se estimează cu ajutorul relației:

- pentru **q ≤ 2** t rezultă că Π_1 **= 10.q – (4 + 2.q) = 8.q – 4**, deci funcția profitului este o funcție liniară crescătoare în raport cu volumul producției;

- pentru **q > 2** t rezultă că Π_2 **= 20 – (4 + 2.q) = 16 – 2.q**, deci funcția profitului este o funcție liniară descrescătoare în raport cu volumul producției.

Estimarea volumului optim al producției pentru care se obține un profit maxim se face în urma discuției celor două funcții ale profitului:

Π_1 **= 8.q – 4;** Π_2 **= 16 – 2.q**

Strategia S.C. constă în a obține un profit mai mare ca zero; din cele două relații rezultă:

Π_1 **= 8.q – 4 > 0 ⇒ > (1/2)** t ; Π_2 **= 16 – 2.q > 0 ⇒ q < 8** t

De aici rezultă că volumul optim al producției se definește pe intervalul: **q∈(0,5; 8)**.

Determinarea volumului optim al producției se poate face prin două procedee:

a. prin calcule, respectiv prin intersecția celor două funcții ale profitului:

8.q – 4 = 16 – 2.q ⇒ 10.q = 20 ⇒ q = 2 tone

Pentru care profitul maxim este: Π_{max} **= 8.2 – 4 = 12** u.m.

b. pe cale grafică – în urma reprezentării grafice a funcțiilor corespunzătoare cifrei de afaceri şi a cheltuielilor de producție, figura 6.3.

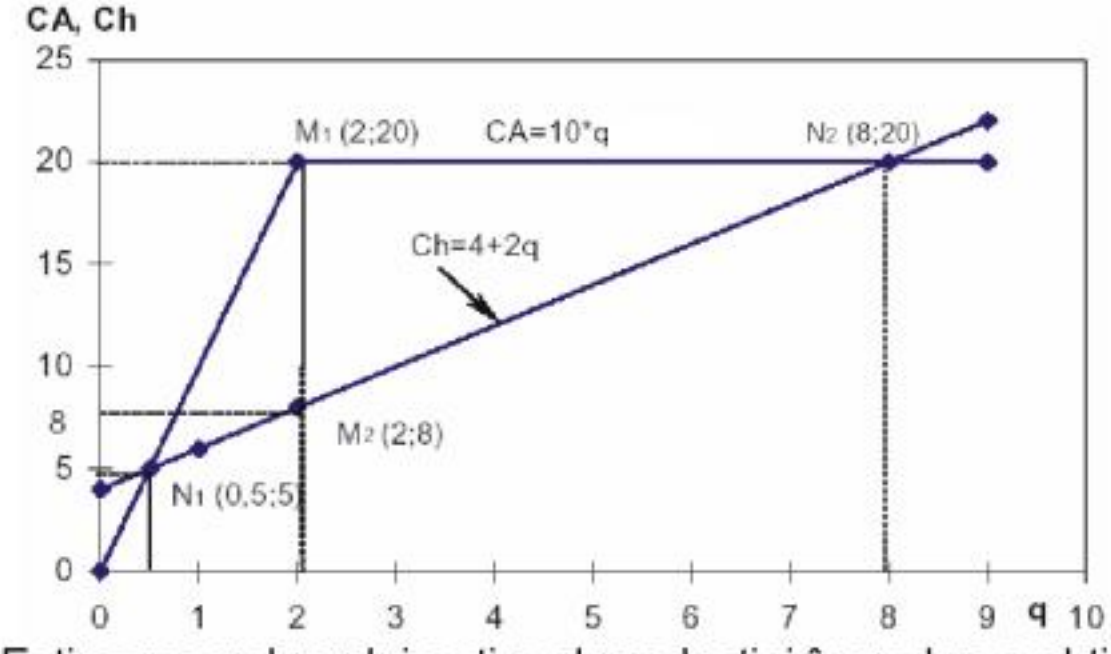


Fig.6.3. Estimarea volumului optim al producției în vederea obținerii unui profit maxim

Material cu drept de autor

Pe baza graficului de mai sus se deduce că profitul maxim se obține în punctul pentru care volumul producției este egal cu 2 tone, punct căruia îi corespunde ordonata maximă – diferența dintre ordonatele celor două puncte, M_1 şi M_2, **20 – 8 = 12** u.m. În punctele N_1 şi N_2 profitul este egal cu zero, iar în afara absciselor acestor puncte apar zonele de pierderi. Între cele două puncte se înregistrează zona de realizare a profitului de către firmă.

Material cu drept de autor

Cap.7. ANALIZA ECONOMETRICĂ A SERIILOR DE TIMP

7.1. Serii de timp: definire, clasificare, factori de influență, tipuri de modele

Analiza evoluției fenomenelor şi proceselor economice are drept scop cunoaşterea tendinței de dezvoltare, precum şi a repetabilității lor pe care acestea le manifestă la diferite momente de timp şi în special de-a lungul unei perioade. Aceasta serveşte la fundamentarea prognozelor privind modificările pe care le vor înregistra în viitor sau în perspectivă fenomenele în condiții normale de desfăşurare.

Seriile de timp sau dinamice, numite şi serii cronologice, sunt constituite dintr-un şir de valori privind evoluția unei variabile statistice la anumite momente sau perioade succesive de timp.

Notând valorile seriei cu $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$, iar intervalele de timp egale cu unitatea ($t = 1, 2, 3, \dots, n$), putem spune că valoarea seriei în momentul t este y_t.

Forma generală pentru o serie dinamică sau cronologică care redă evoluția caracteristicii y pe perioada $t_1 \div t_n$ se prezintă astfel:

t_1,	t_2,	t_3,	...,	t_n
y_1,	y_2,	y_3,	...,	y_n

unde t – momentul sau intervalul de timp ($t = \overline{1,T}$); y_t – nivelul (exprimat prin date absolute sau relative) atins de fenomenul y la momentul t.

Seriile dinamice se împart în:

- **serii de stoc sau serii de momente (integrale)**, care caracterizează nivelul de dezvoltare a fenomenelor la anumite momente de timp. Caracteristica acestor serii este faptul că indicatorii prezentați nu pot fi însumați întrucât nivelul de la un moment dat cumulează nivelurile tuturor momentelor anterioare. Prin însumare, aceeaşi mărime ar fi luată în calcul de mai multe ori, ceea ce este lipsit de sens. Din această cauză, termenii acestor serii se mai numesc şi mărimi de stoc.

- **serii de intervale (diferențiale)**, care reflectă evoluția unui proces sau fenomen pe anumite perioade de timp. Nivelurile indicatorilor se pot evidenția pe ani, luni sau alte fracțiuni de timp. Caracteristica seriilor de intervale o reprezintă posibilitatea de însumare a mărimilor succesive ale indicatorilor. Această caracteristică are o deosebită importanță atât în formarea seriilor, în iterațiile de optimizare a mărimii intervalelor de grupare, cât şi în analiza economică în vederea stabilirii rezultatelor pe intervale mari de timp. În literatura de specialitate aceste serii sunt numite de unii autori cumulative.

Modelarea statistică a seriilor de timp se fundamentează pe acceptarea unor ipoteze privind evoluția acestor serii, şi anume:

Material cu drept de autor

- mişcarea în timp a unui fenomen social-economic este rezultatul acțiunii unui număr mare de factori care, chiar dacă în viitor unii dintre aceştia îşi vor modifica acțiunea pe o anumită perioadă de timp, influența lor nu va provoca perturbații bruşte şi semnificative asupra legității de evoluție a fenomenului, acesta continuându-şi mişcarea sub impulsul efectului inerțial;

- legea de mişcare a fenomenului în timp, tendința, nu poate fi cunoscută decât prin cercetarea trecutului şi prezentului fenomenelor socioeconomice, evoluția lor fiind privită ca efect al unui sistem caracterizat printr-un ansamblu de relații care au o relativă stabilitate în timp.

Ca atare, descrierea statistică a seriilor de timp porneşte de la analiza factorilor ce provoacă mişcarea acestora. În general, evoluția unui fenomen este generată de acțiunea unor grupe de factori:

- **factorii esențiali**, cu acțiune de lungă durată, ce imprimă fenomenelor tendința de evoluție a acestora; acțiunea acestor factori studiindu-se în funcție de unitățile de timp pentru care a fost măsurat fenomenul analizat;

- **factorii sezonieri**, cu acțiune pe perioade mai mici de un an, care determină abateri de la tendința fenomenului imprimată de factorii esențiali;

- **factorii ciclici**, cu acțiune pe perioade mai mari de un an, ce imprimă o evoluție oscilantă a fenomenului în cazul unor serii construite pe perioade lungi de timp;

- **factorii întâmplători**, (cu acțiune aleatoare), a căror acțiune se compensează dacă datele înregistrate se referă la un număr mare de perioade de timp.

Pornind de la structura factorilor ce determină evoluția unui fenomen, descrierea statistică a seriilor de timp se poate realiza cu ajutorul următoarelor modele:

1. Modele aditive

$$y_t = f(t) + s(t) + c(t) + u(t) \qquad (7.1)$$

2. Modele multiplicative

$$y_t = f(t) \times s(t) \times c(t) \times u(t) \qquad (7.2)$$

unde: **f(t)** - componenta trend, efect al acțiunii factorilor esențiali; **s(t)** - componenta sezonieră, efect al acțiunii factorilor sezonieri; **c(t)** - componenta ciclică, generată de acțiunea factorilor ciclici; **u(t)** - componenta reziduală, care exprimă influența factorilor întâmplători asupra evoluției fenomenului.

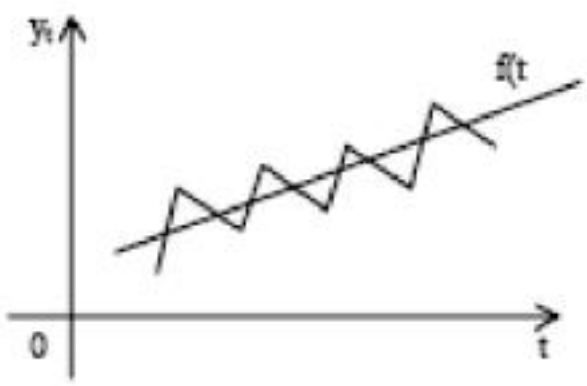


Fig.7.1 Model aditiv

Utilizarea unui anumit tip de model, aditiv sau multiplicativ, se face pe baza reprezentării grafice a fenomenului.

Modelele aditive se utilizează în cazul în care cronograma seriei este de forma graficului din figura 7.1, adică seria prezintă oscilații de amplitudine constantă şi regulată față de tendință.

Material cu drept de autor

Modelul multiplicativ, relația (7.2), se transformă într-un model aditiv dacă se logaritmează ecuația. În timp ce într-un model aditiv componentele se exprimă în aceeaşi unitate de măsură cu ale fenomenului respectiv, în cazul modelului multiplicativ, componentele se exprimă procentual față de funcția tendință **f(t)**. Aceste modele se recomandă să fie utilizate dacă oscilațiile fenomenului față de tendință se amplifică sau se diminuează odată cu creşterea numărului perioadelor de timp, figura 7.2.

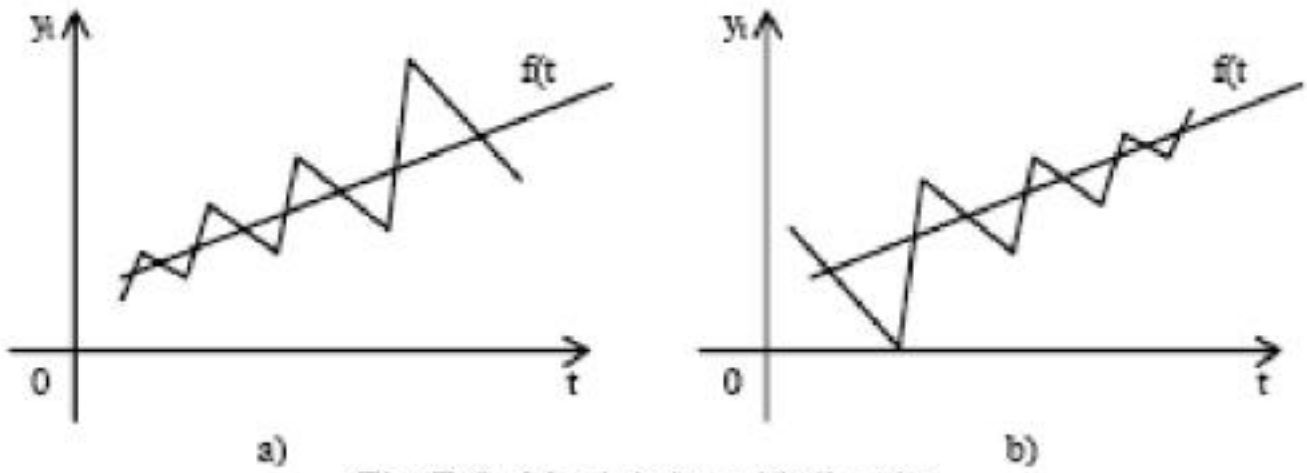


Fig.7.2. Modelul multiplicativ

În particular, în funcție de natura fenomenului studiat, modelele de mai sus pot fi:

- modele cu o singură componentă sau modele staționare:

$$y_t = \bar{y} + u(t) \tag{7.3}$$

- modele cu două componente, trend şi variabilă reziduală:

$$\mathbf{y_t = f(t) + u(t)} \tag{7.4}$$

- modele cu trei componente: trend, sezonalitate şi variabilă reziduală:

$$\mathbf{y_t = f(t) + s(t) + u(t)} \tag{7.5}$$

$$\mathbf{y_t = f(t) \times s(t) \times u(t)} \tag{7.6}$$

- modelele cu patru componente, vezi relațiile (7.1) şi (7.2), se utilizează mai rar, în cazuri speciale, deoarece necesită serii lungi de date, condiție care impune probleme deosebite privind comparabilitatea termenilor, din punct de vedere al metodologiei de calcul şi unităților de evaluare ale fenomenelor.

O serie de timp $\mathbf{y_t}$ este staționară dacă:

$$M(y_t) = \bar{y},\ t = \overline{1,T} \tag{7.7}$$

adică, media seriei nu depinde de timp:

$$D(y_t) = \sigma_y^2 = ct,\ \forall t = \overline{1,n} \tag{7.8}$$

adică, dispersia seriei este independentă de timp;

$$Cov(y_t, y_{t+k}) = ct,\ \forall t = \overline{1,n},\ k < n \tag{7.9}$$

adică, covarianța seriei nu depinde de timp.

Definiția de mai sus este de fapt definiția staționarității slabe.

Material cu drept de autor

O serie de timp este deci staționară dacă media, dispersia şi covarianța sa rămân constante de-a lungul timpului. În cazul în care oricare din condițiile de mai sus nu este satisfăcută, atunci seria de timp este nestaționară.

Dacă primele două condiții de mai sus nu pot fi acceptate, dar

$$Cov(y_t, y_{t+k}) = f(k),\ \forall t = \overline{1,n},\ k < n \qquad (7.10)$$

unde f(k) reprezintă funcția de autocorelație de ordinul k, atunci poate fi acceptată ipoteza unei staționarități slabe.

În acest caz, modelul econometric de timp poate fi scris astfel:

$$y_t = \bar{y} + u_t \Rightarrow u_t = y_t - \bar{y} \qquad (7.11)$$

Acceptând că variabila aleatoare $\mathbf{u_t}$ îndeplineşte ipotezele $\mathbf{I_2}$, $\mathbf{I_3}$, $\mathbf{I_4}$, respectiv ipoteza de homoscedasticitate, de independență a erorilor şi de normalitate a valorilor variabilei reziduale, estimarea lui $\mathbf{y_t}$ se face pe baza unui interval de încredere:

$$P\left\{y_t \in \left[\bar{y} \pm t_\alpha . s_y\right]\right\} = 1 - \alpha \qquad (7.12)$$

În cazul în care numărul de observații este mai mic decât 30, atunci valoarea lui **t** va fi preluată din tabela distribuției Student, iar, în caz contrar (**n > 30**), din tabela distribuției normale.

Un astfel de model poate fi acceptat fie pe baza reprezentării grafice (cronograma – vezi figura 7.3), respectiv dacă distribuția punctelor empirice poate fi aproximată cu o dreaptă paralelă cu axa **Ox**, atunci modelul este staționar, fie utilizând diverse teste.

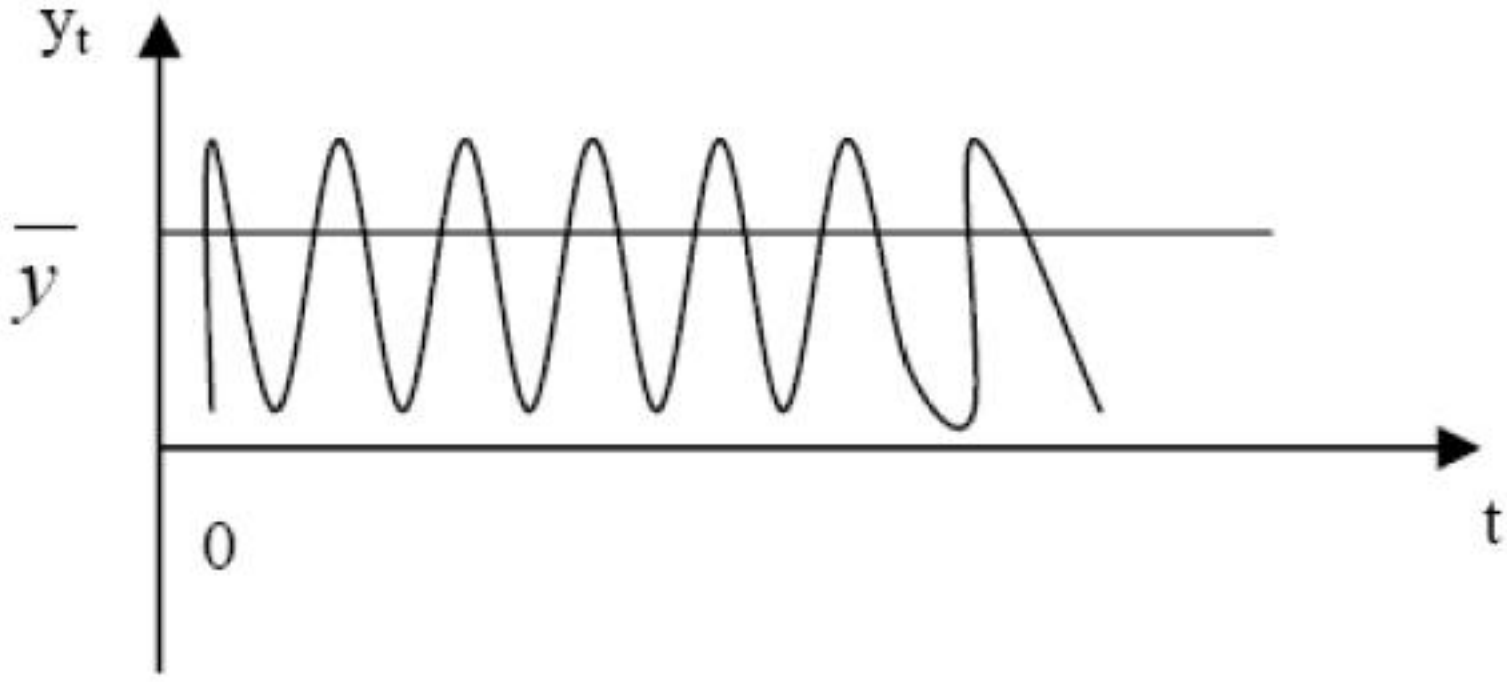


Fig.7.3. Cronograma a cărei trend este paralel cu axa Ox şi confirmă că modelul este staționar

De reținut este faptul că, în general, orice serie cronologică poate fi transformată într-o serie staționară. Această posibilitate permite construirea de serii staționare, operație ce reprezintă primul pas în construirea de modele autoregresive. În domeniul social-economic nu se prea întâlnesc

Material cu drept de autor

serii staționare, dar o serie de timp oarecare poate fi transformată într-o serie staționară.

7.2. Instrumentarea matematică a seriilor dinamice

Analiza seriilor dinamice sau cronologice intră în categoria metodelor cantitative de prognoză. Acestea valorifică, utilizând un aparat matematic de mare accesibilitate, caracteristică multor fenomene şi procese supuse prognozei de a evolua sub forma unor serii de timp.

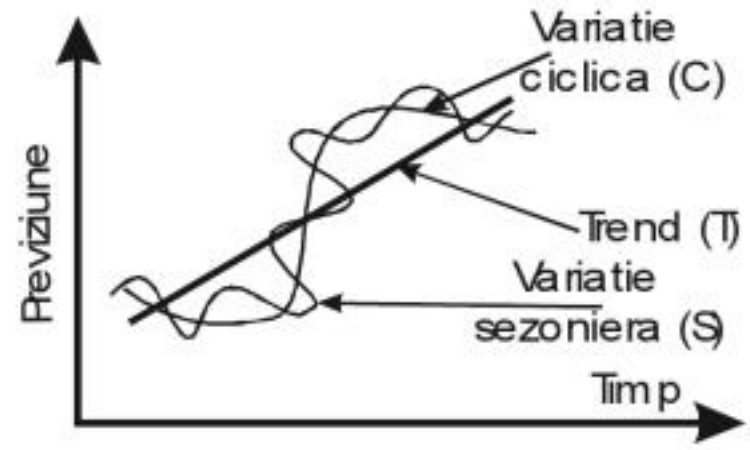


Fig.7.4. Serie dinamică

Seria dinamică se prezintă ca o succesiune de date ce corespund unor caracteristici ale fenomenelor şi proceselor, măsurate în momente diferite ale dezvoltării acestora. Trăsătura caracteristică a analizei seriilor dinamice este reprezentată de faptul că, folosind elemente de ordin statistic asupra evoluției a două serii de date paralele, corespunzătoare unor trăsături măsurabile ale proceselor analizate, în anumite unități de timp, se pot obține concluzii cu privire la dezvoltarea acestora în viitor.

Urmărind reprezentarea grafică din figura 7.4, ca o sinteză a reprezentărilor grafice anterioare, observăm că seriile dinamice se compun din trei elemente constitutive: o variație de lungă durată numită tendință (trend), variații ritmice cu perioade scurte şi variații neritmice, întâmplătoare.

Desigur sunt serii dinamice în care nu se manifestă toate aceste trei elemente.

În unele situații apare aproape exclusiv numai tendința (trendul), în altele numai variațiile ritmice, iar în altele pot apare la prima vedere numai fluctuații întâmplătoare.

În cercetarea lor, izolarea fiecăreia din cele trei componente este o problemă esențială.

Să subliniem şi faptul că este necesară o distincție între variația în perioade de timp îndelungate şi variația în perioade de timp scurte. Deşi această delimitare e în mare măsură arbitrară este necesară mai ales din punctul de vedere al activității economice, unde fluctuația ciclică pare că se desfăşoară în perioade îndelungate, maximele înviorării şi minimele depresiunii repetându-se, în medie, o dată la zece ani. Dar o perioadă de zece ani poate apare neînsemnată dacă o raportăm la reaparițiile succesive ale glaciațiunilor sau la ascensiunea şi decăderea civilizațiilor. Ceea ce se numeşte tendință este, pentru fiecare caz în parte o problemă de decizie.

Ar fi mai corect să vorbim de fluctuații de lungă durată şi de fluctuații de scurtă durată. Dar şi aici s-ar ridica problema ce este o perioadă de lungă durată şi ce este o perioadă de scurtă durată.

Material cu drept de autor

În viziune clasică o serie dinamică cu conținut economic este interpretată ca fiind o sumă de 4 componente.

O primă componentă se referă la tendința generală de durată, ce se manifestă în evoluția procesului economic considerat. În literatura anglo-saxonă aceasta tendință poarta denumirea de trend. De aici am adoptat şi noi această denumire.

În context, această componentă o vom nota cu **T(t)**. A doua componentă se referă la variațiile sezoniere **S(t)** specifice fenomenelor şi proceselor economice. Se pot da numeroase exemple de ritmuri de dezvoltări în timp în care se manifestă anumite efecte de durate mai scurte - săptămânale, lunare, de anotimp - prezentând o oarecare regularitate aproape strict periodică.

Este vorba de aşa-numitele efecte sezoniere pe care le putem observa şi identifica prin înregistrări succesive în diferite epoci ale anului. Ele sunt generate de diferențele generale între anotimpuri, de obiceiurile specifice din diferitele luni ale anului, de cereri şi oferte cu caracter sezonier (producția şi consumul de răcoritoare, producția şi consumul de gaze naturale, etc.)

A treia şi a patra componentă se referă la mişcarea ciclică (ondulatorie) şi, respectiv, la comportamentul abaterii aleatoare. Mişcarea ciclică o vom nota cu **C(t)** iar cea aleatoare cu **e(t)**.

Prin urmare, în sens clasic, modelul unei serii dinamice este aditiv, dat de următoarea expresie:

$$X(t) = T(t) + S(t) + C(t) + e(t) \qquad (7.13)$$

Să mai menționăm ca în funcție de obiectivele imediate ale cercetării poate fi determinat reziduul global **R(t) = C(t)+e(t)** folosind relația evidentă:

$$R(t) = X(t) - T(t) - S(t) \qquad (7.14)$$

urmând apoi ca acesta sa fie studiat separat.

Metodele de estimare a parametrilor sunt foarte variate şi diferă în funcție de specificul curbei. Cea mai utilizată metodă, metoda celor mai mici pătrate este folosită în implementarea algoritmilor de trend tratați. O altă metodă este aceea a mediilor mobile, care este un caz special de regresie parabolică.

Problemele care se ridică la determinarea sezonalității sunt legate de determinarea perioadei seriei şi apoi construcția ei ca o serie de armonici sau, în cazul în care rezultatul eliminării **X(t)** şi **T(t)** o permite, în sensul că îndeplineşte condițiile ca numărul de valori să fie putere a lui 2 şi datele măsurate să fie repartizate pe un număr întreg de perioade aplicarea algoritmului Transformatei Fourier Rapide.

Cât priveşte reziduul **R(t)** format din **C(t) + e(t)** acesta se poate analiza şi interpreta ca un proces staționar manifestând tendința de stabilizare:

Rezultă că pentru operarea analizei seriilor dinamice, studiul procesului, acțiunii, activității, presupune cunoaşterea următoarelor caracteristici ale acestora:

Material cu drept de autor

► tendința generală (a trendului) de evoluție, pentru o perioada lungă de timp, ca urmare a determinărilor factorilor obiectivi cu acelaşi sens de acțiune;

► variației ciclice, a oscilațiilor dezvoltării fenomenului în raport cu trendul, în intervale mai ample de timp, care pun în evidență alternanța perioadelor de creştere, stagnare (la nivelul trendului) sau descreştere;

► variației periodice (sezoniere) a evoluției procesului analizat, în unități de timp subsumate variației ciclice, sub influența unor factori de mediu (anotimp, perioada diurnă sau nocturnă, început sau final de perioadă de instrucție etc.);

► variației aleatoare, produsa sub influenta unor factori ce pot să apară întâmplător, fără a avea, ca în cazul variației ciclice sau periodice, o repetare sistematica.

7.3. Modele econometrice pentru seriile de timp cu două componente: trend şi variabilă reziduală

Descrierea statistică a legității de evoluție a unui fenomen social-economic permite utilizarea modelului în scopuri explicative, de simulare sau de prognoză. Printre metodele de prognoză a fenomenelor social-economice, metoda extrapolării – fundamentată pe modelele econometrice de timp – ocupă un loc important datorită uşurinței calculelor şi a prognozelor relativ exacte pe termen scurt şi mediu.

Aplicarea unui model econometric de timp presupune parcurgerea următoarelor etape de lucru:

a) identificarea funcției de ajustare;

b) estimarea parametrilor modelului de ajustare;

c) verificarea semnificației modelului;

d) estimarea valorilor viitoare ale fenomenului utilizând metoda extrapolării.

a) Exprimarea matematică a modelului de ajustare se deduce din reprezentarea grafică a seriei dinamice. În funcție de forma cronogramei se alege o anumită funcție sau grup de funcții, dacă graficul punctelor empirice nu poate fi asimilat cu graficul unei anumite funcții matematice.

Mulțimea funcțiilor care pot fi folosite în ajustarea seriilor cronologice este foarte largă. În general, aceste funcții se împart în două categorii:

- funcții liniare: $\mathbf{f(t) = a + b.t}$
- funcții neliniare:
- $\mathbf{f(t) = a.t^b} \Rightarrow$ funcție putere;
- $\mathbf{f(t) = a.b^t} \Rightarrow$ funcție exponențială;
- $\mathbf{f(t) = a_0 + a_1.t^1 + a_2.t^2 +...+ a.t^n} \Rightarrow$ polinom de grad **n**;
- $f(t) = \dfrac{a}{1 + e^{b/c.t}} \Rightarrow$ funcție logistică.

Material cu drept de autor

Funcțiile de ajustare neliniare pot fi liniarizate prin logaritmare şi, din acest motiv, se va trata numai cazul liniar.

b) Estimarea parametrilor modelului de ajustare

Odată identificată ecuația componentei trend, $f(t)$, urmează operația de determinare a parametrilor acesteia. Pot fi utilizate mai multe procedee,

dar cele mai frecvent folosite sunt:

- metoda punctelor empirice;
- metoda celor mai mici pătrate.

Estimarea parametrilor prin intermediul primului procedeu presupune alegerea arbitrară a unui număr de puncte de pe cronogramă, egal cu numărul parametrilor modelului. Prin introducerea valorilor coordonatelor acestor puncte în funcția de ajustare se obține un sistem de **k** ecuații cu **k** necunoscute (**k** = numărul parametrilor respectivi).

Fie **y** fenomenul cercetat a cărui tendință este o parabolă de forma:

$$y_t = a + b.t + c.t^2$$

Fie $\mathbf{M_1(t_1,y_1)}$, $\mathbf{M_2(t_5,y_5)}$ **şi** $\mathbf{M_3(t_7,y_7)}$ punctele empirice alese ca reprezentative pentru evoluția fenomenului şi prin care va trebui să treacă parabola:

$$y_1 = a + b.t_1 + c.t_1^2$$

$$y_5 = a + b.t_5 + c.t_5^2$$

$$y_7 = a + b.t_7 + c.t_7^2$$

În urma rezolvării acestui sistem de ecuații se vor obține valorile parametrilor **a, b** şi **c** după care, cu ajutorul funcției de ajustare, se vor calcula valorile teoretice ale fenomenului **Y**.

7.4. Estimarea parametrilor seriilor dinamice

Estimarea parametrilor curbei de regresie (trend) sau a parametrilor ce intervin în funcția de sezonalitate se face prin metode specifice.

Aceşti parametrii pot fi estimați teoretic prin mai multe metode plecând de la premise diferite.

Procedeul recomandat a fi utilizat atunci când funcția de ajustare este folosită nu numai pentru descrierea evoluției fenomenului ci şi pentru efectuarea de previziuni este metoda celor mai mici pătrate.

Să admitem că funcțiile de ajustare pot fi liniare sau neliniare. Întrucât foarte multe funcții neliniare pot fi transformate în funcții liniare, metoda celor mai mici pătrate va fi prezentată numai pentru cazul liniar.

Pentru aplicabilitatea practică principială a metodei celor mai mici pătrate pentru legături multiple se consideră ecuația:

Material cu drept de autor

$$Y_{x_1,x_2,\ldots,x_k} = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_kx_k \qquad (7.15)$$

Parametrii $\mathbf{a_0, a_1, a_2,\ldots,a_k}$ se determină prin metoda celor mai mici pătrate, punându-se condiția:

$$\sum_{i=1}^{k}(y_i - Y_{x_1,x_2,\ldots,x_k})^2 = \min \qquad (7.16)$$

care conduce la sistemul de ecuații normale:

$$\begin{cases} n.a_0 + a_1\Sigma x_{1i} + \ldots + a_k\Sigma x_{ki} = \Sigma y_i \\ a_0\Sigma x_{1i} + a_1\Sigma x_{1i}^2 + \ldots + a_k\Sigma x_{1i}x_{ki} = \Sigma x_{1i}y_i \\ a_0\Sigma x_{2i} + a_1\Sigma x_{1i}x_{2i} + \ldots + a_k\Sigma x_{2i}x_{ki} = \Sigma x_{2i}y_i \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_0\Sigma x_{ki} + a_1\Sigma x_{1i}x_{ki} + \ldots + a_k\Sigma x_{ki}^2 = \Sigma x_{ki}y_i \end{cases} \qquad (7.17)$$

Exemplu de calcul. Se dau datele din tabelul 7.1:

Tabelul 7.1

y	14	43,5	18,5	30	40	51,5	73
x_1	4	5	7	10	12	15	20
x_2	2	10	2	4	6	8	12

Se cere:

a. Determinarea prin metoda celor mai mici pătrate a ecuației de legătură dinamică între variabile: $y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2$;

b. Determinarea valorilor estimate pentru **y, x_1** şi **x_2**;

Rezolvare:

a. Se urmăreşte metodologia de calcul:

$$y_{x_i} = a_0 + a_1.x_1 + a_2.x_2$$

$$S = \Sigma(y - y_{x_1}) = \Sigma(y - a_0 - a_1.x_1 - a_2.x_2)^2 \Rightarrow \min$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial S}{\partial a_0} = 0 \\ \dfrac{\partial S}{\partial a_1} = 0 \\ \dfrac{\partial S}{\partial a_2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2\Sigma(y - a_0 - a_1x_1 - a_2x_2)(-1) = 0 \\ 2\Sigma(y - a_0 - a_1x_1 - a_2x_2)(-x_1) = 0 \Rightarrow \\ 2\Sigma(y - a_0 - a_1x_1 - a_2x_2)(-x_2) = 0 \end{cases}$$

Material cu drept de autor

$$\Rightarrow \begin{cases} \Sigma y_i = a_0 n - a_1 \Sigma x_{1_i} - a_2 \Sigma x_{2_i}) \\ \Sigma y_i . x_{1_i} = a_0 \Sigma x_{1_i} - a_1 \Sigma x_{1_i}^2 - a_2 \Sigma x_{1_i} x_{2_i}) \\ \Sigma y_i . x_{2_i} = a_0 \Sigma x_{2_i} - a_1 \Sigma x_{1_i} x_{2_i}) - a_2 \Sigma x_{2_i}^2 \end{cases}$$

Se întocmeşte tabelul 7.2 de calcul:

Tabelul 7.2

y	**x_1**	**x_2**	$y.x_1$	$y.x_2$	$x_1.x_2$	x_1^2	x_2^2
14	4	2	56	28	8	16	4
43,5	5	10	217,5	435	50	25	100
18,5	7	2	129,5	37	14	49	4
30	10	4	300	120	40	100	16
40	12	6	480	240	72	144	36
51,5	15	8	772,5	412	120	225	64
73	20	12	1460	876	240	400	144
Σ :270,5	**Σ :73**	**Σ :44**	**Σ :3415,5**	**Σ :2148**	**Σ :544**	**Σ :959**	**Σ :368**

Utilizând datele din tabelul 7.2, sistemul de ecuații normale devine:

$$\begin{cases} 270{,}5 = 7a_0 - 73a_1 - 44a_2 \\ 3415{,}5 = 73a_0 - 959a_1 - 544a_2 \\ 2148 = 44a_0 - 544a_1 - 368a_2 \end{cases}$$

După rezolvare rezultă: $a_0 = 0{,}98 \quad a_1 = 1{,}5 \quad a_2 = 3{,}50$

Deci: $y_{x_i} = 0{,}98 + 1{,}50.x_1 + 3{,}50.x_2$

b. Determinarea valorilor estimate pentru **y, x_1** şi **x_2**. Se realizează tabelul 7.3.

Tabelul 7.3

Calculul sumelor relevante

y	14	43,5	18,5	30	40	51,5	73
x_1	4	5	7	10	12	15	20
x_2	2	10	2	4	6	8	12
$y_{x_i\ estimat}$	14,016	43,585	18,531	30,062	40,088	51,619	73,176

7.5. Indicatori statistici pentru aprecierea seriilor dinamice

7.5.1. Indicatori absoluți

Modificările absolute ne arată cu câte unități concrete de măsură s-a modificat nivelul indicatorului analizat de la o perioadă la alta sau de la un moment de timp la altul.

Material cu drept de autor

Modificările absolute pot fi:
- cu bază fixă:

$$\Delta_{t/1} = y_t - y_1, \text{ unde } t = 2,...,n \quad (7.18)$$

- cu bază în lanț:

$$\Delta_{t/t-1} = y_t - y_{t-1}, \text{ unde } t = 2,...,n \quad (7.19)$$

Relațiile de verificare între modificările absolute:

$$\sum_{t=2}^{n} \Delta_{t/t-1} = \Delta_{n/1}; \ \Delta_{t/1} - \Delta_{t-1/1} = \Delta_{t/t-1} \quad (7.20)$$

Valoarea absolută a unui procent de modificare ne arată câte unități concrete de măsură revin unui procent de modificare a indicatorului analizat. Valoarea absolută a unui procent de modificare este întotdeauna un indicator pozitiv.

Valoarea absolută a unui procent de modificare poate fi:
- cu bază fixă:

$$A_{t/1} = \frac{\Delta_{t/1}}{R_{t/1}} = \frac{y_t}{100} \text{ dacă } y_t \neq y_1 \quad (7.21)$$

Dacă $y_t = y_1$, atunci $A_{t/1} = 0$.
- cu bază în lanț:

$$A_{t/t-1} = \frac{\Delta_{t/t-1}}{R_{t/t-1}} = \frac{y_{t-1}}{100} \text{ dacă } y_t \neq y_1 \quad (7.22)$$

Dacă $y_t = y_{t-1}$, atunci $A_{t/t-1} = 0$.

7.5.2. Indicatori relativi

Indicatorii relativi ne arată de câte ori s-a modificat nivelul fenomenului analizat de la o perioadă la alta

Indicatorii relativi pot fi:
- cu bază fixă:

$$I_{t/1} = y_t/y_1, \text{ unde } t = 2,...,n \quad (7.23)$$

- cu bază în lanț:

$$I_{t/t-1} = y_t/y_{t-1}, \text{ unde } t = 2,...,n \quad (7.24)$$

Relații de verificare între indici:

$$\prod_{t=2}^{n} I_{t/t-1} = I_{n/t}; \ I_{t/1}/I_{t-1/1} = I_{t/t-1} \text{ unde } t = 3,...,n \quad (7.25)$$

Procentul de modificare (ritm, rată, modificare relativă) ne arată cu câte procente s-a modificat nivelul fenomenului analizat de la o perioadă la alta.

Procentul de modificare poate fi:
- cu bază fixă:

$$R_{t/1} = (I_{t/1} - 1) \times 100 \quad (7.26)$$

- cu bază mobilă:

$$R_{t/t-1} = (I_{t/t-1} - 1) \times 100 \quad (7.27)$$

Material cu drept de autor

7.5.3. Indicatori medii

Nivelul mediu:

- pentru o serie cronologică (dinamică) de intervale de timp formate din indicatori absoluți:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{t=1}^{n} y_t}{n} \tag{7.28}$$

- pentru o serie de momente de timp cu intervale egale între momente (media cronologică simplă):

$$\bar{y}_{cr} = \frac{\frac{y_1}{2} + y_2 + \ldots + y_{n-1} + \frac{y_n}{2}}{n-1} \tag{7.29}$$

- pentru o serie de momente de timp cu intervale neegale între momente (media cronologică ponderată):

$$\bar{y}_{cr} = \frac{y_1 \frac{t_1}{2} + y_2 \frac{t_1 + t_2}{2} + \ldots + y_{n-1} \frac{t_{n-2} + t_{n-1}}{2} + y_n \frac{t_{n-1}}{2}}{\sum_{i=1}^{n-1} t_i} \tag{7.30}$$

Pentru seria de momente cu intervale neegale între momente, media cronologică ponderată este singurul indicator mediu cu care se poate caracteriza seria.

Modificarea medie absolută:

$$\bar{\Delta} = \frac{y_n - y_1}{n-1} \tag{7.31}$$

Indicele mediu:

$$\bar{I} = \sqrt[n-1]{I_{n/1}} \tag{7.32}$$

Dacă dispunem de mai mulți indici medii ce caracterizează mai multe subperioade succesive de timp, indicele mediu ce caracterizează întreaga perioadă se calculează cu expresia:

$$\bar{I} = \sqrt[\sum_{i=1}^{n} n_i]{\bar{I}_1^{n_1} \cdot \bar{I}_2^{n_2} \ldots \bar{I}_k^{n_k}} \tag{7.33}$$

în care: $\bar{I}$ este indicele mediu general; $\bar{I}_i$ sunt indicii medii parțiali; n_i este numărul indicilor cu bază în lanț ce intră în componența fiecărui indice mediu parțial; k este numărul subperioadelor, adică al indicilor medii parțiali.

Procentul mediu de modificare:

$$\bar{R} = (\bar{I} - 1) \times 100 \tag{7.34}$$

Material cu drept de autor

7.5.4. Ajustarea seriilor dinamice

Evoluția oricărui fenomen în timp este influențată de componente de natură sistematică şi de natură aleatoare.

Componentele sistematice sunt:

- trendul sau tendința generală;
- sezonalitatea care se manifestă sub formă de abateri de la tendința generală la intervale regulate de timp mai mici de un an;
- ciclicitatea care se prezintă sub formă de fluctuații în jurul tendinței, înregistrate la perioade mai mari de un an.

Componentele aleatoare se manifestă sub forma unor abateri întâmplătoare de la ce are sistemic evoluția variabilei analizate.

Prin ajustarea termenilor unei serii statistice se înțelege operația de înlocuire a termenilor reali cu termeni teoretici ce exprimă legitatea specifică de dezvoltare obiectivă a fenomenelor la care se referă datele.

Metodele simple de ajustare a seriilor cronologice sunt:

- metoda mediilor mobile;
- metoda grafică.

Metoda mediilor mobile se foloseşte pentru seriile care prezintă oscilații sezoniere sau ciclice.

Mediile mobile sunt medii parțiale, calculate dintr-un număr prestabilit de termeni, în care se înlocuieşte pe rând primul termen cu termenul ce urmează în seria ce trebuie ajustată.

Sr pot calcula medii mobile dintr-un număr impar de termeni sau dintr-un număr par de termeni în funcție de periodicitatea influenței factorilor sezonieri.

Când ajustarea se face pe baza mediilor mobile calculate dintr-un număr par de termeni, mediile mobile se obțin în două trepte:

- medii mobile provizorii care se plasează în termenii seriei;
- medii mobile definitive sau centrate care se plasează în dreptul termenilor seriei şi reprezintă valorile ajustate ale termenilor respective din seria inițială.

Metoda grafică presupune reprezentarea grafică a seriei de date empirice prin cronogramă (historiogramă), urmată de trasarea vizuală a dreptei sau curbei, astfel încât să aibă abateri minime față de poziția valorilor reale în grafic.

Metodele mecanice de ajustare a seriilor dinamice sunt.

- metoda modificării absolute medii;
- metoda indicelui mediu.

Metoda modificării absolute medii se foloseşte atunci când, prelucrând seria de date, se obțin modificări absolute cu bază în lanț apropiate ca valoare unele de altele.

Funcția de ajustare este:

$$Y_t = y_1 + \Delta.(t-1), \text{ unde } t = 1,...,n \qquad (7.35)$$

Material cu drept de autor

Metoda indicelui mediu se foloseşte atunci când termenii seriei au tendința de a evolua sub forma unei progresii geometrice, în care rația poate fi considerată ca fiind egală cu indicele mediu.

Funcția de ajustare este:

$$Y_t = y_1.\bar{I}^{t-1}, \quad \Rightarrow t = \overline{1,n} \tag{7.36}$$

Metodele analitice de ajustare au la bază un model matematic, în care tendința centrală a evoluției se exprimă ca o funcție de timp:

$$y = f(t) \tag{7.37}$$

în care: t reprezintă valorile variabilei independente, adică timpul; z – valorile variabilei dependente adică fenomenele care sunt prezentate în seria dinamică.

Alegerea tipului de funcție care se potriveşte cel mai bine pentru exprimarea trendului se face pe baza următoarelor criterii aplicabile opțional:

- criteriul bazat pe reprezentarea grafică. Se construieşte cronograma şi se apreciază forma tendinței de evoluție;
- criteriul diferențelor. Se procedează la calculul diferențelor absolute cu baza în lanț de ordinul unu, doi, etc., până când se obțin diferențe de ordin **i** aproximativ constante, ajustarea făcându-se după polinomul de grad **i**.

În urma alegerii funcției de ajustare se impune estimarea parametrilor acestei funcții utilizând metoda celor mai mici pătrate. Această metodă are ca obiectiv minimizarea pătratelor abaterilor valorilor reale de la cele ajustate, deci:

$$\mathbf{min}\ \Sigma(y_t - Y_t)^2, \text{ unde } \mathbf{t = 1,2,...,n} \tag{7.38}$$

Trend liniar:

$$\mathbf{Y_t = a + b.t} \tag{7.39}$$

unde **a** reprezintă parametrul care are sens de medie şi arată ce nivel ar fi atins **Y** dacă influența tuturor factorilor, cu excepția celui înregistrat, ar fi fost constantă pe toată perioada; **b** – parametrul care sintetizează numai influența caracteristicii factoriale **t**; **t** – valorile caracteristicii factoriale care, în cazul seriilor dinamice, este timpul; $\mathbf{Y_t}$ – valorile ajustate calculate în funcție de valorile caracteristicii factoriale.

Parametrii **a** şi **b** se determină prin rezolvarea sistemului de ecuații obținut prin metoda celor mai mici pătrate:

$$\begin{aligned} n.a + b.\Sigma t &= \Sigma y_t \\ a.\Sigma t + b.\Sigma t^2 &= \Sigma t.y_t \end{aligned} \tag{7.40}$$

Pentru $\Sigma \mathbf{t = 0}$, sistemul de ecuații devine:

$$\begin{aligned} n.a &= \Sigma y_t \\ b.\Sigma t^2 &= \Sigma t.y_t \end{aligned} \quad \text{de unde } a = \frac{\Sigma y_t}{n}; \qquad b = \frac{\Sigma t.y_t}{\Sigma t^2}$$

Înlocuind valorile calculate ale celor doi parametri în ecuația de regresie şi apoi înlocuind succesiv valorile variabilei timp se obțin valorile ajustate ale caracteristicii rezultative.

Material cu drept de autor

Verificarea corectitudinii calculării ecuațiilor de regresie se face pe baza relației: $\Sigma y_t = \Sigma Y_t$.

7.5.5. Extrapolarea seriilor dinamice

Extrapolarea datelor unei serii statistice are la bază metodele şi procedeele folosite la ajustare.

Pentru a face distincție între termenii ajustați Y_t şi cei extrapolați – care sunt considerați tot termeni teoretici – termenii extrapolați vor fi notați cu Y'_t.

Deci, relațiile de calcul vor fi:

- pentru extrapolarea pe baza metodei modificării absolute a mediei:

$$Y'_t = y_1 + \bar{\Delta}.t' \qquad (7.41)$$

- pentru extrapolarea pe baza metodei indicelui mediu:

$$Y'_t = y_1.\bar{I}^{t'} \qquad (7.42)$$

- pentru extrapolarea prin metode analitice:

$$Y'_t = a + b.t' \qquad (7.43)$$

dacă optăm pentru modelul liniar.

Exemplu de calcul. Cifra de afaceri (**CA**) a unei societăți comerciale (SC) a marcat pe nouă ani consecutivi valorile înregistrate în tabelul 7.4.

Tabelul 7.4. Date inițiale.

Anul	1	2	3	4	5	6	7	8	9
CA, (u.m.)	120	116	122	144	145	164	175	176	178

Se cere:

1. Să se caracterizeze evoluția cifrei de afaceri folosind indicatorii: absoluți; relativi; medii.
2. Să se reprezinte grafic seria valorilor absolute.
3. Să se determine trendul de evoluție pe baza metodelor mecanice şi analitice.
4. Să se aleagă cea mai adecvată metodă care ajustează fenomenul şi să se extrapoleze seria pentru următorii doi ani: 10 şi 11.

Rezolvare.

1. Calculul indicatorilor absoluți:

Nivelul absolut (y_t) este reprezentat de termenii seriei (tabelul 7.4 şi tabelul 7.5).

Nivelul totalizat:

$$\sum_{t=1}^{n} y_t = \sum_{t=1}^{10} y_t = 120 + 116 + 122 + \ldots + 178 = 1340 u.m.$$

Material cu drept de autor

Tabelul 7.5

Anul	CA, (u.m.)	Modificarea absolută (u.m.)	
		Cu bază fixă $\Delta_{t/1} = y_t - y_1$	Cu bază în lanț $\Delta_{t/t-1} = y_t - y_{t-1}$
A	1	2	3
1	120	-	-
2	116	-4	-4
3	122	2	6
4	144	24	22
5	145	25	1
6	164	44	19
7	175	55	11
8	176	56	1
9	178	58	2
Total	1340	-	58

Modificarea absolută: (Δ):

• cu bază fixă (coloana 2, tabelul 7.5) $\Delta_{t/1} = y_t - y_1$:

$$\Delta_{2/1} = y_2 - y_1 = 116 - 120 =$$

$$= -4, \ldots, \Delta_{9/1} = y_9 - y_1 = 178 - 120 = 58\ u.m.$$

• cu bază în lanț (coloana 3, tabelul 7.5) $\Delta_{t/t-1} = y_t - y_{t-1}$:

$$\Delta_{2/1} = y_2 - y_1 = 116 - 120 =$$

$$= -4, \ldots, \Delta_{9/8} = y_9 - y_8 = 178 - 176 = 2\ u.m.$$

Relațiile între $\Delta_{t/t-1}$ şi $\Delta_{t/1}$;

$$a. \Rightarrow \quad \Sigma\Delta_{t/t-1} = \Delta_{t/1} = \Delta_{2/1} + \Delta_{3/2} + \ldots + \Delta_{9/8} =$$

$$= -4 + 6 + 22 + 1 + 19 + 11 + 1 + 2 = 58 = \Delta_{9/1} = 58$$

$$b. \Rightarrow \Delta_{t/1} - \Delta_{t-1/1} = \Delta_{t/t-1} \Rightarrow \Delta_{9/1} - \Delta_{8/1} = \Delta_{9/8} = 58 - 56 = 2$$

Calculul indicatorilor relativi.

Indicele de dinamică (creştere/descreştere)(**I**):

• Cu bază fixă ($\mathbf{I_{t/1}}$) - tabelul 7.6 coloana 2:

$$I_{t/1}\% = \frac{y_t}{y_1}100; \Rightarrow I_{2/1}\% = \frac{116}{120}100 =$$

$$= 96{,}66\%; \ldots, I_{9/1}\% = \frac{178}{120}100 = 148{,}33\%$$

• Cu bază fixă ($\mathbf{I_{t/t-1}}$) - tabelul 7.6 coloana 3:

$$I_{t/t-1}\% = \frac{y_t}{y_{t-1}}100; \Rightarrow I_{2/1}\% = \frac{116}{120}100 = 96{,}66\%; \ldots, I_{9/8}\% = \frac{178}{176}100 = 101{,}14\%$$

Relațiile între $\mathbf{I_{t/1}}$ şi $\mathbf{I_{t/t-1}}$:

Material cu drept de autor

$$a \Rightarrow \prod I_{t/t-1} = I_{t/1} = 0{,}9666 \times 1{,}0517 \times \ldots \times 1{,}0114 \cong 1{,}4833$$

$$b \Rightarrow I_{t/1} : I_{t-1/1} = I_{t/t-1} \Rightarrow I_{9/1} : I_{8/1} = I_{9/8};$$

$$1{,}4833 : 1{,}4666 \cong 1{,}0114$$

Ritmul de modificare (creştere/descreştere)(R):

- **Cu bază fixă: $R_{t/1}$ (tabelul 7.6, coloana 4)**

$$R_{t/1} = \frac{\Delta_{t/1}}{y_1} 100 = (I_{t/1} - 1).100$$

$$R_{2/1} = (0{,}9666 - 1).100 = -3{,}34\%; \ldots; R_{9/1} =$$

$$= (1{,}4833 - 1).100 = 48{,}33\%$$

- **Cu bază în lanț: $R_{t/t-1}$ (tabelul 7.6, coloana 5)**

$$R_{t/t-1} = \frac{\Delta_{t/t-1}}{y_{t-1}} 100 = (I_{t/t-1} - 1).100$$

$$R_{2/1} = (0{,}9666 - 1).100 = -3{,}34\%; \ldots; R_{9/8} =$$

$$= (1{,}0114 - 1).100 = 1{,}14\%$$

Tabelul 7.6

Anul	CA (u.m.)	Indicele de dinamică		Ritmul		Valoarea absolută a 1% din ritm	
		Cu bază fixă $I_{t/1} = \frac{y_t}{y_1}$	Cu bază în lanț $I_{t/t-1} = \frac{y_t}{y_{t-1}}$	Cu bază fixă $R_{t/1} = (I_{t/1} - 1).100$	Cu bază în lanț $R_{t/t-1} = (I_{t/t-1} - 1).100$	Cu bază fixă $A_{t/1} = \frac{y_1}{100}$	Cu bază în lanț $A_{t/t-1} = \frac{y_{t-1}}{100}$
A	1	2	3	4	5	6	7
1	120	-	1,0000	-	-	-	-
2	116	0,9666	0,9666	-3,34	-3,34	1,2	1,20
3	122	1,0166	1,0517	1,66	5,17	1,2	1,16
4	144	1,2000	1,1803	20,00	18,03	1,2	1,22
5	145	1,2083	1,0069	20,83	0,69	1,2	1,44
6	164	1,3666	1,1310	36,66	13,1	1,2	1,45
7	175	1,4583	1,0670	45,83	6,70	1,2	1,64
8	176	1,4666	1,0057	46,66	0,57	1,2	1,75
9	178	1,4833	1,0114	48,33	1,14	1,2	1,76
∑	1340	-	-	-	-	-	-

Valoarea absolută a unui procent din ritmul modificării (A):

- **cu bază fixă: $A_{t/1}$ (tabelul 7.6, coloana 6)**:

Material cu drept de autor

$$A_{t/1} = \frac{\Delta_{t/1}}{R_{t/1}} = \frac{y_1}{100} \Rightarrow A_{2/1} = \frac{120}{100} = 1{,}2\,u.m., \ldots, A_{9/1} = \frac{120}{100} = 1{,}2\,u.m.$$

• cu bază fixă: $A_{t/1}$ (tabelul 7.6, coloana 7):

$$A_{t/t-1} = \frac{\Delta_{t/t-1}}{R_{t/t-1}} = \frac{y_{t-1}}{100} \Rightarrow A_{2/1} = \frac{120}{100} = 1{,}2\,u.m., \ldots, A_{9/8} = \frac{176}{100} = 1{,}76\,u.m.$$

Calculul indicatorilor medii

Nivelul mediu ($\bar{y}$):

Seria cronologică prezentată este o serie de intervale pentru care nivelul mediu se calculează aplicând expresia mediei aritmetice:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{t=1}^{n} y_t}{n} = \frac{1340}{9} \cong 148{,}89\,u.m.$$

Cifra de afaceri medie anuală a fost de circa 148,89 unități monetare (u.m.).

Modificarea absolută ($\bar{\Delta}$):

$$\bar{\Delta} = \frac{\Sigma \Delta_{t/t-1}}{n-1} = \frac{\Delta_{n/1}}{n-1} = \frac{58}{8} = 7{,}25\,u.m.$$

În media creşterea anuală a cifrei de afaceri pe perioada celor 9 ani a fost de circa 7,25 u.m.

Indicele mediu:

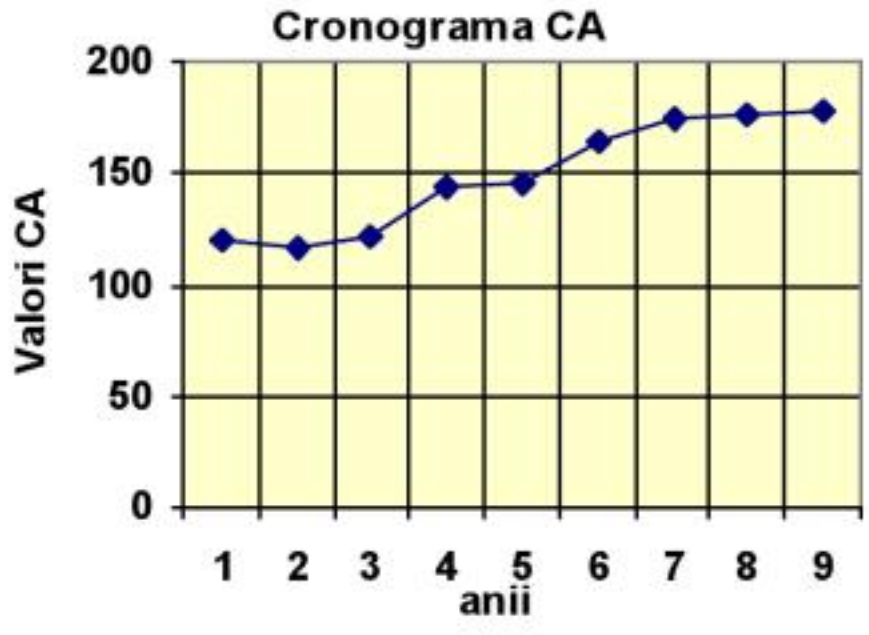
$$\bar{I} = \sqrt[n-1]{\prod I_{t/t-1}} = \sqrt[n-1]{I_{n/1}} = \sqrt[8]{1{,}4833} = 1{,}0505 \; sau \; 105{,}05\%$$

Ritmul mediu:

$$\bar{R} = (\bar{I} - 1).100 = (1{,}0505 - 1).100 = 5{,}05\%$$

Cifra de afaceri s-a modificat, în medie, cu 5,05% anual.

2. Pentru reprezentarea grafică a seriei se construieşte cronograma:



3. Determinarea trendului (tendinței generale).

Metode mecanice

Metoda modificării medii absolute

Pentru ajustarea termenilor se utilizează relația:

Material cu drept de autor

$$Y_t = y_1 + \bar{\Delta}.(t-1)$$

Metoda indicelui mediu:

$$Y_t = y_1.(\bar{I})^{t-1}$$

Rezultatele obținute privind ajustarea termenilor prin aceste două metode sunt prezentate în tabelul 7.7, coloanele 2 şi 3.

Tabelul 7.7

Anul	y_t	Valori ajustate prin:	
		Modificarea mediei absolute $Y_t = y_1 + \bar{\Delta}.(t-1)$	Indicele mediu $Y_t = y_1.(\bar{I})^{t-1}$
A	1	2	3
1	120	$Y_1 = 120 + 7{,}25.0 = 120$	$Y_2 = 120$
2	116	$Y_2 = 120 + 7{,}25.1 = 127{,}25$	$Y_2 = 120.1{,}0505 = 126{,}06$
3	122	$Y_3 = 120 + 7{,}25.2 = 134{,}5$	$Y_3 = 120.1{,}0505^2 = 132{,}43$
4	144	$Y_4 = 120 + 7{,}25.3 = 141{,}75$	$Y_4 = 120.1{,}0505^3 = 139{,}1$
5	145	$Y_5 = 120 + 7{,}25.4 = 149{,}0$	$Y_5 = 120.1{,}0505^4 = 146{,}14$
6	164	$Y_6 = 120 + 7{,}25.5 = 156{,}25$	$Y_6 = 120.1{,}0505^5 = 153{,}52$
7	175	$Y_7 = 120 + 7{,}25.6 = 163{,}5$	$Y_7 = 120.1{,}0505^6 = 161{,}27$
8	176	$Y_8 = 120 + 7{,}25.7 = 170{,}25$	$Y_8 = 120.1{,}0505^7 = 169{,}42$
9	178	$Y_9 = 120 + 7{,}25.8 = 178$	$Y_9 = 120.1{,}0505^8 = 178$
Total	1340	**1340,5**	**1325,95**

Metode analitice.

Din cronograma prezentată mai sus, se observă că ajustarea se poate face prin metoda liniară şi pe baza parabolei de gradul doi.

Pentru ajustarea liniară se foloseşte expresia:

$$Y_{t_i} = a + b.t_i$$

Pentru calculul parametrilor a şi b se aplică metoda celor mai mici pătrate:

$$\Sigma[y_i - (a + b.t_i)]^2 = \min.$$

Sistemul de ecuații este:

$$\begin{cases} n.a + b\Sigma t_i = \Sigma y_i \\ a\Sigma t_i + b\Sigma t_i^2 = \Sigma t_i y_i \end{cases}$$

Material cu drept de autor

Pentru $\Sigma t_i = 0,$ sistemul de ecuații normale devine:

$$\begin{cases} n.a = \Sigma y_i \\ b\Sigma t_i^2 = \Sigma t_i y_i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{\Sigma y_i}{n} \\ b = \dfrac{\Sigma t_i y_i}{\Sigma t_i^2} \end{cases}$$

Calculele necesare rezolvării sistemului sunt prezentate în tabelul 7.8.

$$\begin{cases} 9.a = 1340 \\ 60.b = 538 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1340}{9} = 148{,}89 \\ b = \dfrac{538}{60} = 8{,}96 \end{cases}$$

Deci:

$Y_{t_i} = 148{,}89 + 8{,}96.t_i$

Valorile sunt prezentate în tabelul 7.8, coloana 7.

Tabelul 7.8

Anul	y_t	t_i	t_i^2	t_i^4	$t_i.y_i$	$t_i^2.y_i$	Metoda	
							liniară	parabolică
A	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	8
1	120	-4	16	256	-480	1920	113,05	111,83
2	116	-3	9	81	-348	1044	122,00	121,77
3	122	-2	4	16	-244	488	131,69	132,03
4	144	-1	1	1	-144	144	139,93	140,66
5	145	0	0	0	0	0	148,89	149,75
6	164	1	1	1	164	164	157,85	158,58
7	175	2	4	16	350	700	166,09	166,43
8	176	3	9	81	528	1584	175,77	175,53
9	178	4	16	256	712	2848	188,73	183,51
Total	1340	0	60	708	538	8892	1340	1340

Pentru trendul parabolic relația de calcul este:

$Y_{t_i} = a + b.t_i + c.t_i^2$

Sistemul de ecuații normale este:

$$\begin{cases} n.a + b\Sigma t_i + c\Sigma t_i^2 = \Sigma y_i \\ a\Sigma t_i + b\Sigma t_i^2 + c\Sigma t_i^3 = \Sigma t_i y_i \\ a\Sigma t_i^2 + b\Sigma t_i^3 + c\Sigma t_i^4 = \Sigma t_i^2 y_i \end{cases}$$

Material cu drept de autor

Pentru $\Sigma t_i = 0$ în care caz şi $\Sigma t_i^3 = 0$, sistemul de ecuații normale devine:

$$\begin{cases} n.a + c\Sigma t_i^2 = \Sigma y_i \\ b\Sigma t_i^2 = \Sigma t_i y_i \\ a\Sigma t_i^2 + c\Sigma t_i^4 = \Sigma t_i^2 y_i \end{cases}$$

Calculele sunt prezentate în tabelul 7.8.
Deci:

$$\begin{cases} 9.a + 60.c = 1340 \\ 60.b = 538 \\ 60.a + 708.c = 8892 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 149{,}75 \\ b = 8{,}96 \\ c = -0{,}13 \end{cases}$$

Ecuația pentru ajustarea prin trendul parabolic este:

$$Y_{t_i} = 149{,}75 + 8{,}96.t_i - 0{,}13.t_i^2$$

Valorile ajustate sunt prezentate în tabelul 7.8, coloana 8.

4. Criteriile folosite pentru alegerea metodei care ajustează cel mai bine seria prezentată sunt:

• Compararea volumului total empiric (Σy_t) cu cel teoretic (ΣY_{t_i});

• Compararea abaterilor absolute ale valorilor teoretice (ajustate) cu cele empirice:

$$\Sigma\left|y_i - Y_{t_i}\right|$$

• Compararea pătratelor abaterilor dintre valorile empirice şi cele teoretice:

$$\Sigma(y_i - Y_{t_i})^2$$

• Compararea coeficienților de variație calculați cu expresiile:

$$Cv = \frac{\sigma_{y_i}}{\bar{y}}.100 = \frac{\sqrt{\frac{\Sigma(y_i - Y_{t_i})^2}{n}}}{\bar{y}}.100 \quad \text{sau}$$

$$Cv_d = \frac{\bar{d}_{y_i}}{\bar{y}}.100 = \frac{\sqrt{\frac{\Sigma\left|y_i - Y_{t_i}\right|}{n}}}{\bar{y}}.100 \quad \text{unde: } \bar{y} = \frac{\Sigma y_i}{n}$$

Calculele necesare sunt prezentate în tabelul 7.9.

Material cu drept de autor

Se reține metoda (modelul) de ajustare pentru care coeficientul de variație este cel mai mic, tabelul 7.9.

Tabelul 7.9. Calculul coeficientului de variație

Nr. crt	Metoda de ajustare prin:	$\Sigma(y_i - Y_{t_i})^2$	σ_{y_t}	$Cv = \frac{\sigma_{y_t}}{\bar{y}}.100$
1	Modificarea medie absolută	523,80	7,62	5,12
2	Indicele mediu	576,83	8,01	5,37
3	Trendul liniar	442,40	7,01	4,71
4	Trendul parabolic	367,76	6,39	4,30

Extrapolarea (previzionarea) cifrei de afaceri pentru următorii doi ani se face ținând cont că sunt aceleaşi condiții. Valorile extrapolate prin metodele folosite la ajustare sunt prezentate în tabelul 7.10.

Tabelul 7.10

Nr. crt.	Metoda de ajustare prin:	Anii	
		10	11
A	1	2	3
1	Modificare medie absolută	$Y_{10} = 120 + 7,25.9 = 185,25$	$Y_{11} = 120 + 7,25.10 = 192,5$
2	Indicele mediu	$Y_{10} = 120.(1,0505)^9 = 186,99$	$Y_{11} = 120.(1,0505)^{10} = 196,43$
3	Funcția liniară	$Y_{10} = 148,89 + 8,96.5 = 193,60$	$Y_{11} = 148,89 + 8,96.6 = 202,65$
4	Funcția parabolică	$Y_{10} = 149,75 + 8,96.5 - - 0,13.25 = 189,5$	$Y_{11} = 149,75 + 8,96.6 + + 0,13.36 = 202,65$

Material cu drept de autor

Cap.8. ANALIZA ECONOMETRICĂ A CAPITALULUI FIX AL FIRMEI

8.1. Principii introductive. Concepte şi definiţii

Resursele materiale gestionate într-o firmă (întreprindere) sunt formate, practic, din capitalul fix şi capitalul circulant.

Capitalul fix este acea componentă a capitalului productiv (tehnic şi real) care este folosită în mai multe cicluri de exploatare şi care îşi transmite valoarea treptat asupra produselor şi serviciilor executate de firmă, păstrându-şi forma iniţială după fiecare ciclu de exploatare (de producţie).

Capitalul circulant este acea componentă a capitalului productiv (tehnic şi real) care participă la un singur ciclu de exploatare (de producţie) şi îşi transferă întreaga valoare asupra producţiei şi serviciilor executate în ciclul de exploatare respectiv, pierzându-şi, de regulă, forma iniţială în cursul derulării ciclului de exploatare. Acest element al resurselor materiale ale firmei trebuie, deci, reînnoit după fiecare ciclu de exploatare.

Forma materială a capitalului fix o constituie mijloacele fixe. Este considerat mijloc fix obiectul sau complexul de obiecte ce se utilizează ca atare şi îndeplineşte cumulativ următoarele condiţii:

- are o valoare de intrare mai mare decât limita minimă stabilită prin actele normative de profil în vigoare;
- are o durată de utilizare mai mare de un an.

8.2. Evaluarea şi reevaluarea componentelor capitalului fix

Pentru caracterizarea unitară a mijloacelor care fac parte din capitalul fix este necesară omogenizarea, într-un anumit mod, a acestei mase neomogene de componente, acţiune care poate fi realizată prin exprimarea valorică a mărimii componentelor capitalului fix, respectiv prin intermediul evaluării şi reevaluării mijloacelor fixe.

Evaluarea componentelor capitalului fix poate fi efectuată pe baza următoarelor criterii:

1. Ţinând seama de momentul evaluării.

2. Ţinând seama de gradul de participare a mijlocului fix la procesul de exploatare (de producţie).

Evaluarea componentelor capitalului fix în funcţie de moment presupune determinarea valorii mijloacelor fixe în funcţie de preţurile existente la un moment dat pe piaţă. Conform acestui criteriu se deosebesc:

1. Valoarea de intrare sau valoarea iniţială care este dată de suma cheltuielilor ocazionate cu cumpărarea, transportul, montajul şi, eventual, probele tehnologice, la preţurile existente în momentul achiziţionării mijlocului fix. În funcţie de unele reglementări legale privind mijloacele fixe,

Material cu drept de autor

sau în funcție de scopul analizei, valoarea de intrare poate fi actualizată de inflație.

2. Valoarea de înlocuire, care este dată de suma cheltuielilor care ar fi ocazionate cu achiziționarea unui mijloc fix, care are aceeaşi destinație economică pe care o are şi mijlocul fix analizat şi aflat în funcțiune, cheltuieli determinate de prețurile pe piață în momentul evaluării.

Evaluarea mijloacelor fixe prezintă o deosebită importanță pe toată durata gestionării acestora, inclusiv pentru momentul vânzării unor active fixe aflate în funcțiune. În cadrul acțiunii de vânzare a activelor unui agent economic prezintă o deosebită importanță aprecierea corectă a valorii mijloacelor fixe care urmează a fi licitate, atât pentru cumpărător, cât şi pentru vânzător. Este de precizat, însă, că valoarea rezultată în urma evaluării mijloacelor fixe nu este o valoare adevărată de piață, aceasta din urmă fiind stabilită prin intermediul cererii şi ofertei, spre exemplu, în cadrul acțiunii de licitare a unor active fixe.

Printre criteriile de care trebuie să se țină seama în cadrul unei acțiuni de evaluare a componentelor capitalului fix, în cadrul evaluării unei firme, pot fi menționate: starea fizică, respectiv gradul de uzură fizică; gradul de uzură morală; capacitatea de producție disponibilă a mijlocului fix evaluat, prețurile practicate pe piață etc.

Reevaluarea componentelor capitalului fix presupune stabilirea valorii actualizate, la un moment dat, a componentelor capitalului fix gestionat de agentul economic. Valoarea actualizată a mijloacelor fixe se stabileşte, de regulă, avându-se în vedere: valoarea de intrare din evidența contabilă, utilitatea mijlocului fix considerat, prețul pieței, precum şi gradul de uzură fizică şi morală estimat la data reevaluării.

Acțiunea de reevaluare a componentelor capitalului fix are loc ca urmare a modificării, în timp, a prețurilor componentelor capitalului fix şi numai pe baza unor acte normative exprese.

Evaluarea şi reevaluarea componentelor capitalului fix sunt acțiuni de o complexitate ridicată, ele presupunând participarea unui număr mare de specialişti, ca experți de specialitate.

8.3. Determinarea şi analiza mărimii uzurii componentelor capitalului fix

Analiza degradării în timp a caracteristicilor funcționale şi de calitate a componentelor capitalului fix se face pe baza uzurii fizice şi a uzurii morale.

Determinarea şi analiza gradului de uzură fizică. **Uzura fizică reprezintă reducerea caracteristicilor funcționale şi de calitate a mijloacelor capitalului fix ca urmare modificări dimensionale, de formă şi de calitate a suprafețelor elementelor componente ale capitalului fix în procesul de exploatare a acestora**.

Uzura fizică se manifestă în practică prin creşterea consumului energetic al produsului respectiv, scăderea calității funcționale a lui şi scăderea calității funcțiunilor de exploatare. Când se constată asemenea

fenomene în exploatarea unui produs oarecare (instalație sau utilaj de producție, maşină ca bun de consum etc.), bunul respectiv este supus unei metodologii de evaluare a gradului de uzură fizică luându-se decizia de reparație a elementelor constitutive degradate prin uzură fizică, înlocuirea acestora sau chiar înlocuirea produsului.

Există diverse metode de evaluare a gradului de uzură fizică şi de remediere a acesteia. Este o problemă a specialiştilor în concepția şi întreținerea în exploatare a produselor respective.

În afară de uzura fizică, elementele componente ale capitalului fix sunt supuse şi unei aşa-zise uzuri morale, mai ales în perioada actuală, în condițiile creşterii progresului ştiințifico-tehnic tot mai accelerat.

Uzura morală are două componente principale şi anume:

► **uzura morală de genul I**, determinată de evoluția valorii de înlocuire a produsului caracterizat cu anumite funcțiuni specifice (de exemplu, reducerea continuă a costurilor de fabricație şi a prețului de vânzare pentru produsele electronice);

► **uzura morală de genul II**, determinată de apariția unor produse cu caracteristici funcționale suplimentare şi mai perfecționate (de exemplu telefoanele mobile).

8.4. Teoria reînnoirii produselor

În condițiile actuale a progresului ştiințifico-tehnic de îmbunătățire continuă a caracteristicilor tehnico-funcționale ale produselor de orice fel şi destinație, la manifestarea uzurii fizice, combinată cu uzura morală, se apelează tot mai des nu la restabilirea prin reparații a caracteristicilor tehnico-funcționale ale produselor, ci însăşi la înlocuirea lor. De aceea, prezintă interes cunoaşterea principiilor evaluării econometrice a condițiilor reînnoirii produselor.

În fundamentarea unei decizii corecte de reînnoire a produselor, se deosebesc trei tipuri de probleme privind:

➨ Utilajele principale, adică acele utilaje care pot fi utilizate practic indefinit, dar pentru care cheltuielile de exploatare cresc odată cu vârsta utilajului respectiv;

➨ Echipamentele care sunt înlocuite înainte de ieşirea lor completă din funcțiune, eveniment a cărui probabilitate creşte cu vârsta;

➨ Alegerea unei scheme preventive de întreținere a utilajului, în scopul micşorării probabilității unei avarii.

Utilaje principale. Se presupune că se utilizează un mijloc de transport, un autocamion care costă 3000 u.m. Se doreşte a se stabili cât de des trebuie înlocuit şi în acest scop se dispune de estimațiile din tabelul 8.1.

Tabelul 8.1.

Anul	1	2	3	4	5	6	7
Prețul de vânzare:	2000	1333	1000	750	500	300	300
Cheltuieli de exploatare	600	700	800	900	1000	1200	1500

Material cu drept de autor

Prețul de vânzare reprezintă suma cu care poate fi vândut camionul la sfârşitul anului respectiv, iar cheltuielile de exploatare reprezintă costul motorinei, al operațiilor de întreținere şi al reparațiilor, impozitele şi taxele de asigurare pentru anul respectiv. Se poate alcătui tabelul 8.2.

Tabelul 8.2.

Vârsta în momentul înlocuirii, ani	1	2	3	4	5	6	7
Cheltuieli totale de exploatare	600	1300	2100	3000	4000	5200	6700
Depreciere*	1000	1667	2000	2250	2500	2700	2700
Cheltuieli totale	1600	2967	4100	5250	6500	7900	9400
Cheltuieli anuale	1600	1483	1367	1312	1300	1317	1343
*)Diferența dintre prețul de cumpărare şi cel de vânzare							

Este clar că se realizează cele mai mici cheltuieli anuale dacă se înlocuieşte autocamionul după cinci ani de exploatare. Între vârsta de trei ani şi cea de şapte ani, diferențele sunt totuşi atât de mici, încât practic se poate înlocui autocamionul oricând în decursul acestui interval. Trebuie însă avut în vedere că datele folosite reprezintă doar estimații, mai mult sau mai puțin precise, iar decizia finală va depinde şi de prețul cu care poate fi achiziționat un camion nou.

Acelaşi tip de raționament poate fi folosit pentru a stabili ce piesă să fie achiziționată atunci când este de ales între piese de diferite calități. Pentru fiecare din ele se calculează cheltuielile medii anuale, presupunând că vor fi înlocuite la vârsta optimă (care poate diferi de la o piesă la alta). În final, se achiziționează piesa pentru care cheltuielile anuale sunt minime.

Se observă că acest raționament este aplicabil în ipoteza că utilajul respectiv nu este necesar o perioadă nelimitată. Nu se întâmplă însă totdeauna aşa. Dacă în prezent se dispune de un camion având un an vechime, ce strategie trebuie adoptată ? Se formulează tabelul 8.3, în care toate cheltuielile sunt considerate începând cu vârsta de doi ani. Deprecierea va reprezenta diferența dintre prețul de vânzare al camionului la vârsta de un an (2000 u.m.) şi la vârsta considerată.

Tabelul 8.3.

Vârsta în momentul înlocuirii, ani	2	3	4	5	6	7
Cheltuieli totale de exploatare	700	1500	2400	3400	4600	6100
Depreciere	607	1000	1250	1500	1700	1700
Cheltuieli totale	1367	2500	3650	4900	6300	7800

În plus, dacă se achiziționează un autocamion nou trebuie să se țină seama şi de cheltuielile pe care acesta le implică. De exemplu, dacă se înlocuieşte autocamionul actual la vârsta de cinci ani, pentru următorii trei ani va trebui să se cumpere un autocamion nou, pentru care se va cheltui în

Material cu drept de autor

total (vezi tabelul 8.2) 4100 u.m. Cheltuielile totale pe durata celor şapte ani vor fi deci **4100 + 4900 = 9000 u.m**. Făcându-se aceleaşi calcule pentru diverşi ani, se obține tabelul 8.4. Rezultă că autocamionul actual va fi utilizat până la vârste de patru ani, după care se va cumpăra altul.

Tabelul 8.4.

Vârsta în momentul înlocuirii, ani	2	3	4	5	6	7
Costul autocamionului folosit, u.m.	1367	2500	3650	4900	6300	7800
Costul unui autocamion nou	7900	6500	5250	4100	2967	1600
Costul total	9276	9000	8900	9000	9267	9400

8.5. Actualizarea cheltuielilor

Anterior s-a admis că nu are importanță când sunt cheltuiți banii. Ipoteza aceasta s-ar putea să nu se mai justifice dacă banii sunt împrumutați (cu o anumită dobândă) sau dacă pot fi efectuate alte investiții. Să presupunem că dobânda este **100.i%** pe an. Aceasta înseamnă ca la **1** u.m. investit în prezent, peste un an va valora **1+i** u.m., peste doi ani $(1+i)^2$, iar peste **n** ani $(1+i)^n$. Rezultă că dacă avem de plătit **1** u.m. peste **n** ani, acest lucru echivalează cu a plăti în prezent $(1+i)^{-n}$. Vom spune că valoarea actualizată a **1** u.m. peste **n** ani este $(1+i)^{-n}$, sau v^n dacă se notează $v=(1+i)^{-1}$.

Se presupune acum că valoarea unui autocamion nou este **C**, iar prețul de vânzare după **n** ani este S_n. Cheltuielile de exploatare în anul **n** se notează cu R_n şi se admite că sunt plătibile la începutul anului[1].

Dacă camionul va fi înlocuit peste **k** ani, cheltuielile actualizate vor fi:

$$C - v^k.S_k + \sum_{n=0}^{k-1} v^n.R_n \qquad (8.1)$$

A plăti în prezent **P** u.m. este echivalent cu a plăti **x** u.m. la începutul fiecărui an, timp de **k** ani, astfel că:

$$P = x + v.x + \ldots + v^{k-1}.x = \frac{x.(1-v^k)}{1-v}$$

de unde se deduce valoare lui **x**:

---

[1] Dacă cheltuielile apar la începutul anului, ele pot fi actualizate în raport cu începutul de an, dar pentru aceasta va trebui apelat la procedeele calculului integral. Pentru multe probleme de tipul celor examinate aici, se obține o precizie suficientă, admițând că plățile se efectuează la jumătatea anului.

Dacă se notează cu 100.i% dobânda pe un an, se poate calcula dobânda pentru şase luni, **100.j%** din relația $(1+j)^2=1+i$, care exprimă valoarea 1 u.m. peste un an. Rezultă $1+j=\sqrt{1+i}$, deci valoarea actualizată a 1 u.m. peste şase luni va fi $1/\sqrt{1+i}=\sqrt{v}$.

Material cu drept de autor

$$x = \frac{P.(1-v)}{1-v^k} \tag{8.2}$$

Prin urmare, folosirea camionului timp de **k** ani necesită alocarea la începutul fiecărui an a unei sume fixe:

$$X = \frac{\left(C - v^k.S_k + \sum_{n=0}^{k-1} v^n.R_n\right).(1-v)}{1-v^k} \tag{8.3}$$

Problema noastră constă în a determina valoarea lui **k** pentru care această sumă fixă devine minimă. Cum **1-v** este factor constant, problema se reduce la a minimiza pe **X/(1-v)**, expresie pe care o notăm cu **f(k)**:

$$f(k) = \frac{C - v^k.S_k + \sum_{n=0}^{k-1} v^n.R_n}{1-v^k} \tag{8.4}$$

Pentru a găsi valoarea optimă a lui **k**, cel mai simplu este să fie tabelat **f(k)**.

Tabelul 8.5.

1	Anul n	1	2	3	4	5	6
2	Cheltuieli de exploatare a mijlocul anului R'_n	600	700	800	900	1000	1200
3	Cheltuieli de exploatare (începutul anului) $R_n = v^{1/2}.R'_n$	572,1	667,4	762,8	858,1	953,1	1144,2
4	v^n	0,9091	0,8264	0,7513	0,6830	0,6209	0,5736
5	Preț de vânzare (sfârşitul anului), S_n	2000	1333	1000	750	500	300
6	Cheltuieli de exploatare actualizate, $v^{n-1}.R_n$	572,1	606,7	630,4	644,6	651,2	710,4
7	Total cheltuieli de exploatare (actualizate) $\Sigma v^{n-1}.R_n$	572,1	1177,9	1808,3	2453,3	3104,2	3814,6
8	Preț de vânzare actualizat, $v^n.S_n$	1818,2	1101,6	751,3	512,3	310,4	169,1
9	Total cheltuieli (actualizate), inclusiv prețul de cumpărare	1753,9	3076,3	4057,0	4940,7	5793,8	6645,5
10	$f(n)$	19274	17721	16313	15586	15283	15585

Din nou trebuie menționat că raționamentul trebuie modificat atunci când utilajul este necesar numai pentru o perioadă limitată.

Drept ilustrare numerică se reia exemplul cu autocamionul, folosind datele din tabelul 8.1 şi presupunând că dobânda este de 10% pe an. Se

Material cu drept de autor

presupune, de asemenea, că toate cheltuielile se produc la mijlocul anului; se vor actualiza astfel încât să aibă loc la începutul anului, în acest scop fiind necesar, după cum s-a văzut, să le înmulțim cu $(1+i)^{-1/2} = \sqrt{v}$. Pentru o dobândă de 10%, $v^{1/2} = 1/\sqrt{1,1} = 0,95346$. Restul calculelor sunt prezentate în tabelul 8.5. Exceptând liniile 9 şi 10, tabelul 8.5 nu necesită comentarii. Linia 9 reprezintă prețul de cumpărare (3000 u.m.) plus cheltuielile de exploatare actualizate (linia 7), minus prețul de vânzare actualizat (linia 8). Linia 10 se obține din linia 9 prin împărțire cu (**1-v^n**).

Se constată că perioada optimă de reînnoire nu se modifică (înlocuirea va avea loc tot după cinci ani de exploatare). Adesea politica optimă, în special pentru utilaje care sunt folosite numai timp de câțiva ani. În schimb, beneficiile se modifică, uneori substanțial. În exemplul considerat, la o dobândă de 10% pe an, cheltuielile fixe anuale sunt (pentru o perioadă de cinci ani):

$$(1-v).f(k) = 0,0909 \times 15283 = 1389,4$$

vezi ecuațiile (8.3) şi (8.4).

Să comparăm această cifră cu cheltuielile medii anuale de 1300 u.m. (tabelul 8.2), deduse în lipsa oricărei dobânzi. În cazul anterior, autocamionul trebuie să aducă un venit anual de 1300 u.m., pentru a-şi câştiga „dreptul la existență", pe când în noua situație, dacă venitul adus nu depăşeşte 1389,4 u.m. pe an, va fi mai rentabil să fie făcute alte investiții, care pot asigura cei 10% pe an.

8.6. O problemă de revizie tehnică

Multe probleme de întreținere tehnică au o structură similară cu problema de mai sus, a înlocuirii preventive a unor piese. Există însă o clasă de probleme, având un caracter diferit, în care este vorba de o revizie preventivă. Să considerăm un echipament care este folosit numai în situații excepționale, în condiții de urgență. Echipamentele de acest fel sunt foarte variate, de la un furtun de incendiu, până la un sistem de ghidare a rachetelor. Dacă un astfel de echipament se deteriorează cu vârsta, s-ar putea să nu funcționeze atunci când avem nevoie de el. Singurul mod de a ne asigura de funcționarea lui este de a proceda la o verificare tehnică a echipamentului respectiv, dar pe durata verificării, echipamentul devine indisponibil. Se pune problema cât de des trebuie efectuate aceste revizii, astfel încât proporția de timp în care echipamentul se află în stare de funcționare să fie cât mai mare. Se fac următoarele ipoteze:

1. Într-un echipament păstrat de la vârsta **0** la vârsta **x**, fără a fi reparat sau verificat, probabilitatea să fie în stare de funcționare este cunoscută, **F(x)**;

2. Durata unei revizii este $\mathbf{t_1}$, iar dacă echipamentul prezintă vreo defecțiune ea este descoperită. Dacă prin verificare nu se constată nici o defecțiune, echipamentul se află în stare de funcționare.

Material cu drept de autor

3. Defecțiunile găsite sunt reparate imediat. Durata reparației este t_2. Echipamentul reparat este la fel de bun ca şi unul nou.

4. Următoarea revizie are loc după un interval de timp **t** de la terminarea ultimei revizii sau reparații.

5. După terminarea unei revizii sau reparații, echipamentul se comportă ca şi unul nou.

Noi trebuie să alegem pe **t** astfel încât proporția de timp, în care echipamentul este capabil să funcționeze, să fie maximă.

Să presupunem că la momentul inițial dispunem de un echipament nou (sau care a fost tocmai revizuit sau reparat). Despre el vom şti din nou că se află în stare de funcționare la terminarea următoarei revizii sau reparații. Să vedem cum putem determina durata medie a acestui interval de timp.

Echipamentul este în stare de funcțiune la momentul **t**, cu probabilitatea **F(t)** şi el va fi ca şi nou la momentul $t + t_1$. Dacă la momentul t este defect, el va fi repus în stare de funcțiune la momentul $t + t_1 + t_2$, deci intervalul mediu de timp după care ştim iarăşi că echipamentul este ca şi nou este:

$$(t+t_1).F(t)+(t+t_1+t_2).[1-F(t)] = t+t_1+t_2.[1-F(t)]$$

În tot acest interval echipamentul se află în stare de funcționare un timp mediu θ_t, care este:

$$\theta_t = \sum_{x=0}^{t-1} F(x) \tag{8.5}$$

Prin urmare, proporția de timp P(t) în care echipamentul este capabil să funcționeze va fi:

$$P(t) = \frac{\sum_{x=0}^{t-1} F(x)}{t + t_1 + t_2[1 - F(t)]} \tag{8.6}$$

Pentru a găsi maximul funcției **P(t)** va trebui construit un tabel de valori.

Expresia (8.6) reprezintă proporția de timp în care utilajul ar fi disponibil pe durata păstrării lui.

În acest caz, revizia preventivă este necesară, întrucât altfel s-ar putea ca eventualele defecțiuni să nu fie descoperite decât atunci când avem nevoie de utilajul respectiv, ceea ce ar fi prea târziu.

8.7. Fundamentarea econometrică a deciziei de alegere a unui echipament de producție pe baza costului minim de folosință

O societate comercială (**S.C.**) are posibilitatea de a alege între patru echipamente de producție E_1, E_2, E_3, E_4 în vederea realizării producției propuse în cadrul strategiei pe termen lung. Prețurile de achiziție, întreținere şi reparații previzibile corespunzătoare duratei de funcționare a fiecărui echipament sunt prezentate în tabelul 8.6.

Material cu drept de autor

Tabelul 8.6.

Anul	1	2	3	4	5
Cheltuieli / Echipament	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
E_1	350000	20000	-	-	-
E_2	420000	20000	30000	-	-
E_3	520000	13000	37000	50000	-
E_4	700000	10000	28000	40000	70000

Se cere să se realizeze discuția economică a problemei, să se formuleze criteriul de alegere a celui mai eficient echipament şi să se aplice în vederea rezolvării problemei.

Rezolvare.

a. Discuția economică a problemei. O societate comercială are, de regulă, mai multe echipamente de producție – $E_1, E_2,...,E_l,...,E_k$, $l = \overline{1,k}$, **k** = numărul echipamentelor existente pe piață – pentru a-şi realiza producția stabilită în cadrul unei strategii pe termen lung. Pe baza documentației tehnico-economice, societatea cunoaşte prețurile de cumpărare ale acestor echipamente: $P_1, P_2,...,P_l,...,P_k$, precum şi cheltuielile de întreținere şi reparație previzibile pentru funcționarea acestor echipamente: $C_1, C_2,...,C_t,...,C_n$, $t = \overline{1,n}$, **n** = numărul anilor de folosință pentru fiecare echipament.

Pe baza acestor informații, societatea comercială trebuie să decidă ce echipamente preferă. Evident că, din punct de vedere econometric, criteriul de alegere îl va reprezenta minimul costului anual de folosință: $\min \bar{y}_l$, unde $\bar{y}_l$ reprezintă costul mediu anual de folosință a unui echipament ***l***.

Alegerea echipamentului se poate face luându-se în considerație mai multe ipoteze, cum ar fi:

1. Cheltuielile de achiziție, întreținere şi reparații sunt constante pe întreaga perioadă de timp;

2. Cheltuielile, de achiziție, întreținere şi reparații ale echipamentului se modifică de la un an la altul, pe toată durata de exploatare a lui;

3. Cheltuielile totale de exploatare a unui echipament Y_l cât şi costul mediu anual de exploatare pot fi exprimate în valorile nominale ale cheltuielilor de achiziție, întreținere şi reparații a acestora;

4. Cheltuielile totale de exploatare a unui echipament Y_l cât şi costul mediu anual pot fi exprimate în valorile actualizate ale cheltuielilor de achiziție, întreținere şi reparații ale echipamentelor.

Discuția econometrică a cazurilor menționate se face pe baza ipotezei că, un echipament odată ales, va fi folosit pe toată durata realizării producției societății, fapt ce presupune că echipamentul va fi înlocuit de r_i ori, $i = \overline{1,r}$, **r** = numărul de înlocuiri ale echipamentelor.

Material cu drept de autor

Cazul 1-3. Cheltuielile de achiziție, întreținere şi reparații sunt constante la valoarea nominală.

- costul global de exploatare pe **n** perioade de timp al utilizării unui echipament şi pentru **r** înlocuiri se determină cu expresia:

$$Y_l = (P + C_1 + C_2 + \ldots + C_n)_1 + (P + C_1 + C_2 + \ldots + C_n)_2 + \\ + \ldots + (P + C_1 + C_2 + \ldots + C_n)_r \Rightarrow Y_l = r.(P + C_{it}) \quad (8.7)$$

unde $t = \overline{1,n}$, **n** = numărul anilor de folosință a unui echipament; $i = \overline{1,r}$, **r** = numărul de înlocuiri ale echipamentelor.

- costul mediu anual de exploatare a unui echipament pornind de la relația (8.7) va fi:

$$\bar{y}_l = \frac{Y_l}{n.r} = \frac{r.(P + C_{it})}{n.r} = \frac{P + C_{it}}{n} \quad (8.8)$$

Deci, pe baza relației (8.8), calculată pentru fiecare echipament în parte, preferința societății se va îndrepta către a celui echipament căruia îi corespunde $\min \bar{y}_l$.

Cazul 1-4: cheltuieli de achiziție, întreținere şi reparații constante la valoarea actualizată.

Pe baza relațiilor (8.7) şi (8.8) se deduce că prețul mediu anual de exploatare se determină cu expresia:

$$\bar{y}_l = \frac{1}{n.} \times \frac{P + C_{it}}{(1+a)^{t-1}} \quad (8.9)$$

unde **a** = rata dobânzii.

Cazul 2-3. Cheltuieli de achiziție, întreținere şi reparații constante la valoarea nominală.

În acest caz, costul global de exploatare se determină cu expresia:

$$Y_l = (P_1 + C_{11} + C_{12} + \ldots + C_{1n}) + (P_2 + C_{21} + C_{22} + \ldots + C_{2n}) + \\ + \ldots + (P_r + C_{r1} + C_{r2} + \ldots + C_{rn})$$

$$Y_l = \sum_{i=1}^{r} \left(P_i + \sum_{t=1}^{n} C_{it} \right) \quad (8.10)$$

Pe baza relației (8.10) se determină expresia costului minim anual de exploatare:

$$\bar{y}_l = \frac{1}{n.r} \times \sum_{i=1}^{r} \left(P_i + \sum_{t=1}^{n} C_{it} \right) \quad (8.11)$$

Cazul 2-4. Cheltuieli de achiziție, întreținere şi reparații variabile la valori actualizate.

Pornind de la relațiile (8.10) şi (8.11), costul mediu anual de exploatare pe baza căruia se va decide alegerea echipamentelor ce urmează a fi achiziționate va fi:

Material cu drept de autor

$$\bar{y}_l = \frac{1}{n.r} \times \left[\sum_{i=1}^{r} \left(P_i + \sum_{t=1}^{n} C_{it} \right) \times \frac{1}{(1+a)^{t-1}} \right] \qquad (8.12)$$

Observații:

1. Relațiile de mai sus sunt valabile dacă şi numai dacă numărul de ani de folosire a echipamentelor este constant şi egal cu **n** ($t = \overline{1,n}$), pentru toate cele **k** ($l = \overline{1,k}$), echipamente existente pe piață. În caz contrar, costul mediu anual se va calcula pentru toate echipamentele pe baza duratei celei mai mari de folosire a unui echipament.

2. De asemenea, relațiile sunt valabile numai dacă cele **k** echipamente au acelaşi randament tehnic. În cazul în care cele **k** echipamente au randamente tehnice diferite, relațiile de mai sus trebuie corectate cu producția realizată de fiecare echipament în parte. Cu alte cuvinte, nu se mai lucrează cu cheltuielile de achiziționare, întreținere şi reparații în mărimi absolute, ci cu valorile acestora exprimate în mărimi derivate, respectiv prin raportarea cheltuielilor de achiziționare, întreținere şi reparații la randamentul tehnic al fiecărui echipament.

b. Alegerea celui mai eficient echipament pe baza valorilor nominale ale costurilor de exploatare.

În cazul aplicației practice, dacă nu se ține cont de rata dobânzii, trebuie calculat prețul anual de exploatare pentru fiecare dintre echipamente, după care va fi ales acel echipament care are cel mai mic cost anual de utilizare. Astfel,

$$\bar{y}_{E_1} = \frac{1}{2}(350000 + 20000) = \frac{370000}{2} = 185000\,u.m./an$$

$$\bar{y}_{E_2} = \frac{1}{3}(420000 + 20000 + 30000) = \frac{470000}{3} = 156666{,}66\,u.m./an$$

$$\bar{y}_{E_3} = \frac{1}{4}(520000 + 13000 + 37000 + 50000) = \frac{620000}{4} = 155000\,u.m./an$$

$$\bar{y}_{E_4} = \frac{1}{5}(700000 + 10000 + 28000 + 40000) = \frac{848000}{5} = 169600\,u.m./an$$

În această situație, este necesar să fie achiziționat echipamentul E_3, care are cel mai mic cost anual de exploatare – **155000** u.m./an, dar această decizie nu este corectă întrucât echipamentele nu au o durată de funcționare uniformă: E_1 **(r_1 = 2)**, E_2 **(r_2 = 3)**, E_3 **(r_3 = 4)**, E_4 **(r_4 = 5)**. Deci, costul minim anual de exploatare va fi calculat pentru toate echipamentele în funcție de durata de funcționare maximă – **r = 5** ani:

$$\bar{y}_{E_1} = \frac{1}{5}(350000 + 20000 + 350000 + 20000 + 350000) = \frac{1090000}{5} = 218000\,u.m./an$$

$$\bar{y}_{E_2} = \frac{1}{5}(420000 + 20000 + 30000 + 420000 + 20000) = \frac{910000}{5} = 182000\,u.m./an$$

$$\bar{y}_{E_3} = \frac{1}{5}(520000 + 13000 + 37000 + 50000 + 520000) = \frac{1140000}{5} = 228000\,u.m./an$$

Material cu drept de autor

$$\bar{y}_{E_4} = \frac{1}{5}(700000+10000+28000+40000+70000) = \frac{848000}{5} = 169600 u.m./an$$

În concluzie, decizia corectă este aceea de a achiziționa echipamentul E_4 întrucât, pe o perioadă de 5 ani, acesta are cel mai mic cost anual de folosință – 169000 u.m./an.

c. Alegerea celui mai eficient echipament pe baza valorilor actualizate ale costurilor de exploatare.

Dacă se ține seama de valoarea cât actualizată a costului, de rata dobânzii şi de faptul că durata de funcționare nu este uniformă, în vederea calculării costului anual de folosință va fi utilizată următoarea expresie:

$$\bar{y}_l = \frac{1}{n} \times \frac{P + C_{it}}{(1+a)^{t-1}} \qquad (8.13)$$

unde a = rata dobânzii.

În cazul în care rata dobânzii este constantă şi egală cu **10%**, costul minim anual de folosință va fi calculat în felul următor:

$$\bar{y}_{E_1} = \frac{1}{5}(350000 + \frac{20000}{1{,}1^1} + \frac{350000}{1{,}1^2} + \frac{20000}{1{,}1^3} + \frac{350000}{1{,}1^4}) = 182303{,}8 u.m./an$$

$$\bar{y}_{E_2} = \frac{1}{5}(420000 + \frac{20000}{1{,}1^1} + \frac{30000}{1{,}1^2} + \frac{420000}{1{,}1^3} + \frac{20000}{1{,}1^4}) = 158437{,}54 u.m./an$$

$$\bar{y}_{E_3} = \frac{1}{5}(520000 + \frac{13000}{1{,}1^1} + \frac{37000}{1{,}1^2} + \frac{50000}{1{,}1^3} + \frac{520000}{1{,}1^4}) = 191025{,}89 u.m./an$$

$$\bar{y}_{E_4} = \frac{1}{5}(700000 + \frac{10000}{1{,}1^1} + \frac{28000}{1{,}1^2} + \frac{40000}{1{,}1^3} + \frac{70000}{1{,}1^4}) = 162018{,}99 u.m./an$$

Rezultatele de mai sus conduc la concluzia: costul minim anual de folosință, ținând cont de valorile actualizate ale costurilor şi de rata dobânzii, a fost obținut în cazul echipamentului $\mathbf{E_2}$.

Material cu drept de autor

Cap.9. CUANTIFICAREA ECONOMETRICĂ A PRODUCȚIEI FIRMEI

9.1. Principii introductive. Concepte şi definiții

Funcția esențială a oricărui sistem economic constă în producerea de mărfuri şi servicii. A produce înseamnă a transforma unele bunuri materiale, mărfuri şi servicii, create anterior, în alte mărfuri şi servicii. În economie, prin definiție, avem în vedere procesul de transformare a valorii şi nu, pur şi simplu, transformarea în sensul fizic sau merceologic al cuvântului. Dincolo de transformările tehnice pe care le suferă obiectele muncii în procesul prelucrării lor, dincolo de diferențele specifice pe care le îmbracă diferite activități productive, la baza tuturor stă procesul de creare a valorii.

Generalizând puțin se poate spune că activitatea de producție constă în obținerea unor bunuri şi servicii numite în economie ***output***, prin consumarea unor factori de producție pe care-i vom denumi ***input***.

Rezultatul producției se materializează în mijloace de producție, bunuri de consum şi servicii. Unitatea economică în măsură să dezvolte activitatea de producție, în sensul specificat mai sus, este ***firma,*** respectiv ***întreprinderea***.

Conform legislației, firmă este definită ca *cea mai mică unitate legal constituită, care dispune de autonomie decizională (personalitate juridică, contabilitate proprie, obligativitatea întocmirii bilanțului contabil)*.

Firma este o forma de organizare a proprietății care combină factorii de producție într-o unitate productivă. La rândul său, unitatea productivă este unitatea fizică (întreprindere, antrepozit, magazin) care efectuează activități economice destinate producerii de bunuri sau servicii. Rezultă, aşadar, că firma nu este altceva decât numele sub care întreprinderile industriale, comerciale, bancare etc. îşi exercită activitatea, aducând la cunoştință publicului denumirea ei, scopul înființării şi forma de proprietate adoptată. Ținând seama de primatul producției asupra celorlalte sfere ale reproducției sociale, locul fundamental în sistemul unităților economice îl ocupă cele de producție.

În continuare, analiza se face la nivel de întreprindere sau de producător şi la nivel de grup de producători, acesta fiind orice structură organizatorică identificabilă în spațiul economic.

Producția industrială este constituită din totalitatea rezultatelor *directe* şi *utile* obținute în urma activităților de producție desfăşurate în întreprinderi (unități) industriale sau subunități asimilate acestora.

9.2. Modalități de cuantificare a producției

1. Producția industrială cuantificată în unități fizice (naturale) caracterizează cantitativ volumul de produse obținute de o firmă în perioada de analiză.

Material cu drept de autor

Cuantificarea în unități naturale se realizează atunci când se identifică o mulțime omogenă de produse, omogenitate care se referă la caracteristicile tehnico-economice şi la utilitatea produsului. Exprimarea producției în unități fizice (naturale) serveşte ca bază de plecare pentru toate celelalte modalități de cuantificare a producției.

Avantajul principal al metodei îl constituie exactitatea, rigurozitatea cu care reflectă volumul activității economice pentru un anumit tip de produs. Deficiența metodei stă în sfera sa limitată de cuprindere.

Dacă un produs *i* este realizat de mai multe secții (verigi organizatorice) aparținând aceluiaşi producător sau de mai mulți producători, varietatea acestora fiind notată cu *j* ($j = \overline{1,m}$), atunci volumului fizic total al producției pentru produsul *i* – agregarea pe verticală – este:

$$\sum_{j=1}^{m} q_{ij}$$

Agregarea volumului fizic este posibilă numai pentru mulțimea producătorilor, nu şi pentru varietatea produselor.

2. Producția industrială cuantificată în unități natural-convenționale. Metoda de cuantificare în unități natural convenționale presupune identificarea unei mulțimi omogene de produse sub aspectul utilității, dar eterogene din punct de vedere al caracteristicilor tehnico-economice.

Omogenitatea se face cu un coeficient $\mathbf{K_i}$, care poate fi ales în funcție de caracteristica principală a produsului, de timpul unitar de realizare şi de preț.

$$K_i = \frac{CPT}{CPE}$$

unde, **CPT** - caracteristica produsului de transformat; **CPE** - caracteristica produsului etalon.

Dacă vom considera varietatea produselor în raport cu nivelul caracteristicilor tehnice (i = $\overline{1,n}$), atunci pentru întreaga producție – omogenă din punct de vedere al utilității produselor - modelul va fi:

$$\sum_{1=1}^{n} q_i . K_i$$

Dacă luăm în considerare şi posibilitatea ca produsul, într-o gamă variată, să fie realizat în cadrul unor secții de producție (verigi organizatorice) aparținând unui singur producător sau, de asemenea, considerând că mai mulți producători realizează produsele respective, iar varietatea acestora o vom nota cu j = $\overline{1,m}$, atunci pentru întregul volum de producție relația de determinare va fi:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} q_{ij} . K_i$$

Material cu drept de autor

K_i este coeficientul de echivalență determinat ca raport între caracteristica produsului *i* şi caracteristica produsului etalon, care serveşte prin urmare drept coeficient de omogenizare a producției.

Această metodă lărgeşte sfera de cuprindere a producției, dar prezintă dezavantajul că se limitează la o mulțime de produse ce au aceeaşi utilitate.

3. Producția industrială cuantificată în unități de timp de muncă. Elementul de omogenizare al producției îl constituie timpul aferent realizării unui produs, exprimat în ore. Prin acest fapt, metoda poate fi considerată cea mai fidelă reflectare a producției, dar sfera de aplicabilitate este redusă, datorită volumului mare de muncă necesar.

Considerăm varietatea produselor **i** = $\overline{1,n}$, cea a operațiunilor tehnologice la care sunt supuse produsele **K** = $\overline{1,p}$; varietatea secțiilor de producție ale aceluiaşi producător ***j*** = $\overline{1,m}$; atunci modelul pentru determinarea volumului de producție în unități de timp de muncă va fi:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{K=1}^{p} q_{ijK} \cdot t_{ijK}$$

relație în care $\mathbf{t_{ijK}}$ reprezintă timpul unitar aferent realizării operațiunii tehnologice **K**, pentru obținerea produsului **i** la nivelul verigii organizatorice j.

4. Producția industrială cuantificată în unități valorice. În acest caz, elementul de omogenizare îl constituie prețul unui produs **i** practicat de către un producător **j** ($\mathbf{p_{ij}}$).

La nivelul produsului valoarea producției fizice este:

$$q_{ij} \cdot p_{ij}$$

La nivelul unui producător valoarea producției fizice este:

$$\sum_{i=1}^{n} q_{ij} \cdot p_{ij}$$

La nivelul grupului de producători valoarea producției fizice este:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} q_{ij} \cdot p_{ij}$$

Exprimarea producției în unități valorice permite includerea tuturor componentelor producției, a tuturor produselor şi a tuturor producătorilor în indicatorii producției. În consecință, sfera sa largă de cuprindere reprezintă principalul avantaj al metodei. Dezavantajul acestei metode este reprezentat de nivelul prețului, care poate avantaja sau dezavantaja anumiți producători.

De exemplu, pentru acelaşi nivel al volumului fizic al producției, producătorul ce practică un preț ridicat va fi avantajat sub aspectul valorii producției realizate.

Material cu drept de autor

9.3. Sistemul de indicatori valorici ai producției

Pentru a putea reflecta în mod corect volumul activităților productive la nivelul întreprinderilor şi al economiei naționale se utilizează un sistem de indicatori care au funcții specifice de cunoaştere. Din cadrul acestui sistem, sunt prezentați în cele ce urmează cei mai importanți:

1) Producția globală (brută) reprezintă indicatorul ce măsoară volumul rezultatelor din activitatea industrială desfăşurată într-o perioadă de timp de o întreprindere.

$$P_{gl} = Pf + (S - s) + (N_2 - N_1) + (M_2 - M_1) + (L - I) + Lcs + R + a + V_{pmc} + V_{mc}.$$

sau:

$$P_{gl} = Pf_L + (Pf_2 - Pf_1) + S_L + (N_2 - N_1) + (M_2 - M_1) + (S_2 - S_1) + L_t + Lcs + R + a + V_{pmc} + V_{mc}.$$

în care:

$Pf = Pf_L + (Pf_2 - Pf_1)$ → produsele finite livrate şi destinate livrării:

$S = s + S_L + (S_2 - S_1)$ → semifabricate;

s → semifabricate consumate productiv;

S_L → semifabricate livrate pentru terți;

$S_2 - S_1$ → diferența de stoc de semifabricate;

$N_2 - N_1$ → diferența de stoc de producție neterminată;

$M_2 - M_1$ → diferența de stocuri de matrițe, dispozitive şi verificatoare (SDV – uri);

$L_t = L - 1$ → lucrările cu caracter industrial executate pentru terți;

L → lucrări industriale executate;

I → lucrări industriale executate pentru sectoarele productive;

Lcs → lucrări de cercetare ştiințifică;

R → reparațiile capitale periodice;

V_{pmc} → contravaloarea prelucrării materiilor prime, materialelor aduse de clienți;

V_{mc} → valoarea materialelor clienților aduse pentru prelucrare.

Producția globală mai este cunoscută şi sub denumirea de producția exercițiului (**Pe**) şi reprezintă producția vândută, soldul producției stocate şi producția de imobilizări:

Pe = Producția vândută + Venituri din producția stocată (+/-) + + Venituri din producția de imobilizări

Producția de imobilizări reprezintă costul lucrărilor şi cheltuielile efectuate de o unitate economică pentru ea însăşi, care se înregistrează ca active corporale sau necorporale.

Producția exercițiului nu are caracter omogen deoarece producția vândută este exprimată la nivelul prețurilor de vânzare în timp ce producția stocată şi imobilizată este evaluată la nivelul costului de producție.

Material cu drept de autor

Producția exercițiului este totuşi un indicator important pentru activitatea productivă deoarece exprimă performanțele întreprinderii.

2) Producția marfă (P_{mf}) reprezintă indicatorul care are menirea de a caracteriza volumul rezultatelor activității industriale, obținute în perioada de analiză, ce îndeplinesc cerințele pieței.

$$P_{mf} = Pf + S_L - L_t + L_{cs} - V_{pmc} + a =$$
$$= Pf_L + (Pf_2 - Pf_1) + S_L - L_t + Lcs + V_{pmc} + a.$$

Ținând seama de legătura sa cu indicatorul producție globală, se mai poate scrie:

$$P_{mf} = P_{gl} - (S_2 - S_1) - (N_2 - N_1) - (M_2 - M_1) - R - V_{mc}.$$

în care

$Pf = Pf_L + (Pf_2 - Pf_1)$ → produsele finite livrate şi destinate livrării;

S_L → semifabricate livrate;

L_t → lucrările industriale executate la terți;

Lcs → lucrările de cercetare ştiințifică terminate şi recepționate;

V_{pmc} → contravaloarea prelucrării materiilor prime, materialelor aduse de clienți.

3) Producția marfă livrată şi decontată (încasată) reflectă un aspect deosebit de important şi anume acela legat de relațiile de decontare ale producătorului cu beneficiarii săi.

$$P_{mlî} = P_{mf} - (Pf_2 - Pf_1) - (FN_2 - FN_1).$$

în care:

$Pf_2 - Pf_1$ → diferențele de stocuri de produse finite;

$FN_2 - FN_1$ → diferențele de stocuri de facturi neîncasate de la sfârşitul şi respectiv începutul perioadei de analiză.

4) Cifra de afaceri reprezintă valoarea facturilor întocmite de întreprindere în perioada de referință pentru vânzarea de produse şi executarea de servicii.

Se mai includ:

- vânzarea (facturarea) energiei electrice, termice, a gazelor şi a apei;
- vânzarea de deşeuri şi rebuturi;
- concesionări şi închirieri de clădiri, bunuri aflate în proprietate;
- patente, taxe, licențe.

Nu se includ în cifra de afaceri:

- elemente de circulație internă;
- vânzarea de terenuri şi active aflate în proprietate;
- vânzarea de acțiuni;
- dobânzi, dividende.

Se exclude taxa pe valoare adăugată, facturată de producător clientului.

Pe de altă parte, cifra de afaceri include toate celelalte cheltuieli facturate.

5) Circulația globală reprezintă indicatorul care măsoară întregul volum determinat de activitate al întreprinderii, considerând fiecare secție

Material cu drept de autor

sau sector de producție ca o entitate. Pornind de la acest aspect, circulația globală se calculează prin însumarea volumului de activitate exprimat valoric de la toate verigile componente ale întreprinderii.

$$C_{gl} = P_{gl} + C_i.$$

în care:

$C_{gl} \rightarrow$ circulația globală;

$P_{gl} \rightarrow$ producția globală;

$C_i \rightarrow$ circulația internă.

6) Circulația internă este formată din consumul intern productiv.

$$C_i = s + I.$$

$$P_{gl} = C_{gl} + C_i.$$

în care:

s → valoarea semifabricatelor consumate productiv;

I → valoarea lucrărilor industriale executate pentru nevoi proprii.

Coeficientul de combinare al producției (**K**) se determină astfel:

$$K = \frac{C_{gl}}{P_{gl}}$$

Acest coeficient este mai mare în cazul întreprinderilor cu un flux tehnologic complex, în cadrul căruia sunt necesare mai multe secții tehnologice (deci înregistrările repetate sunt numeroase) pentru a se ajunge la produsul finit.

7) Valoarea adăugată (VA) reprezintă avuția creată de întreprindere prin utilizarea factorilor de producție. Acest indicator asigură legătura dintre contabilitatea întreprinderii şi contabilitatea națională, însumarea tuturor valorilor adăugate formând Produsul Intern Brut.

Valoarea adăugată se poate determina prin două procedee:

a) **VA = Producția exercițiului – Consum intermediar + Marja Comercială**

Consumul intermediar reprezintă totalitatea consumurilor provenind de la terți: materii prime, materiale, energie, combustibil, apă, servicii externe.

b) **VA = Cheltuielile cu personalul + CAS + Cheltuieli cu impozite, taxe + Cheltuieli financiare + Dividende plătite + Capacitatea de autofinanțare**

Prin această metodă se poate explica faptul că valoarea adăugată remunerează participanții direcți şi indirecți la activitatea întreprinderii: personalul, statul, creditorii, acționarii. Având în vedere că existența unei întreprinderi este justificată de producerea şi comercializarea unor bunuri sau servicii, mecanismul formării valorii adăugate poate fi explicat astfel:

Material cu drept de autor

Valoarea adăugată reprezintă surplusul de încasări peste nivelul consumurilor provenind de la terți. Obiectivul oricărei întreprinderi este de a crea o valoare adăugată cât mai mare, acesta fiind un indicator ce caracterizează potențialul productiv al unei firme.

Indicatorul are două variante:

1. *Valoarea adăugată brută* → reprezintă aportul brut adus de agentul economic la obținerea bunurilor şi serviciilor executate de el;

2. *Valoarea adăugată netă*, respectiv valoarea nou creată de agentul economic într-o anumită perioadă de timp → indicatorul nu va include amortizarea activelor imobilizate corporale şi necorporale (Am), astfel că nivelul său se poate determina cu relația:

$$VAN = VAB - Am$$

În condițiile în care costul de producție şi, respectiv, prețul de livrare se determină cu ajutorul relațiilor:

$$S + A + C = COST \text{ de producție}$$

$$COST + R = PREȚ \text{ de livrare}$$

unde: S = salarii; R = rezultat financiar; A = amortizări; C = consum intermediar.

Se prezintă următorul model matricial de incidență-corespondență a producției după gradul de finisare tehnică şi indicatorii de nivel ai producției:

Tabelul 9.1

INDICATOR		Pmf	Pmfvî	Pgl	Vpfiz	Cgl	*Ci*
Prod.finit	Pf	SRAC	SRAC	SRAC	SRAC	SRAC	*
	Pf_2-Pf_1	SRAC	SRAC	SRAC	SRAC	SRAC	*
	FN_2–FN_1	*	SRAC	*	*	*	*
Semifabr.	S_L	SRAC	SRAC	SRAC	SRAC	SRAC	*
	S_2-S_1	*	*	SAC	SRAC	SAC	*
	s	*	*	*	SRAC	SAC	SAC
Lucr.	Lt	SRAC	SRAC	SRAC	SRAC	SRAC	*
	l	*	*	*	SRAC	SAC	SAC
Vpmc		SRAC	SRAC	SRAC	SRAC	SRAC	*
Vmc		*	*	C	C	C	*
N_2-N_1		*	*	SAC	*	SAC	*
L_{CS}		SAC	SAC	SAC	SRAC	SAC	*
R_K		*	*	SAC	SRAC	SAC	*
C_{ip}		*	*	SAC	SRAC	SAC	*
a		SRAC	SRAC	SRAC	SRAC	SRAC	*

Notă: * - nu există o corespondență între indicatori.

9.4. Analiza comparată a producției

9.4.1. Sistemul de indicatori utilizați

Dacă notăm cu **X** indicatorul producției, atunci **X** este producția în cantități fizice, natural convenționale sau unul din indicatorii valorici.

Material cu drept de autor

Observație: prin **X** se poate simboliza orice indicator statistic comparabil.

Vom nota: $\mathbf{X_1}$ – nivelul indicatorului realizat în perioada de analiză; $\mathbf{X_{pl}}$ – nivelul planificat al indicatorului; $\mathbf{X_0}$ – nivelul realizat în perioada anterioară, considerată bază de comparație.

Pentru caracterizarea realizării planului

a) Indicele realizării (nerealizării) planului:

$$I_{X_{1/pl}} = \frac{X_1}{X_{pl}} \times 100$$

b) Modificarea absolută a lui X față de plan:

$$\Delta_{X_{1/pl}} = X_1 - X_{pl}$$

c) Modificarea relativă a lui X față de plan:

$$R_{X_{1/pl}} = (I_{X_{1/pl}} - 1) \times 100 = I_{X_{1/pl}} \times 100 - 100$$

d) Modificarea absolută a lui X ce revine la 1% din modificarea relativă, față de plan:

$$A_{X_{1/pl}} = \frac{\Delta_X}{R_X} = \frac{\Delta_X}{\frac{\Delta_X}{X_{pl}} \times 100} = \frac{X_{pl}}{100}$$

Pentru analiza în dinamică:

a) Indicele lui X:

$$I_{X_{1/0}} = \frac{X_1}{X_0} \times 100$$

b) Modificarea absolută a lui X față de perioada de bază:

$$\Delta_{X_{1/0}} = X_1 - X_0$$

c) Modificarea relativă a lui X față de perioada de bază:

$$R_{X_{1/0}} = (I_{X_{1/0}} - 1) \times 100 = I_{X_{1/0}} \times 100 - 100$$

d) Modificarea absolută a lui X ce revine la 1% din modificarea relativă, față de perioada de bază:

$$A_{X_{1/0}} = \frac{\Delta_X}{R_X} = \frac{\Delta_X}{\frac{\Delta_X}{X_0} \times 100} = \frac{X_0}{100}$$

Indicatorul arată câte unități din modificarea (sporul sau reducerea) absolută a lui **X** corespund la un procent din modificarea relativă.

Indicele poate fi exprimat şi sub forma unui coeficient (subunitar, unitar sau supraunitar), caz în care interpretarea sa este "Indicatorul $\mathbf{X_1}$ s-a modificat (a crescut sau s-a redus) de *x* ori față de nivelul planificat ($\mathbf{X_{pl}}$) sau

Material cu drept de autor

cel realizat în perioada de bază (X_0). **ΔX** are aceeaşi unitate de măsură ca şi **X** şi arată cu câte unităţi s-a modificat (a crescut sau a scăzut) nivelul realizat în perioada de analiză faţă de nivelul planificat sau cel realizat într-o perioadă anterioară. R_X arată cu câte procente s-a modificat indicatorul **X** în perioada de analiză faţă de nivelul planificat sau cel realizat în perioada de bază – nivel considerat 100%.

Dacă în R_X înlocuim pe I_X, rezultă (de exemplu la analiza în dinamică 1/0):

$$R_X = \left(\frac{X_1}{X_0} - 1\right) \times 100 = \frac{X_1}{X_0} \times 100 - 100 = \frac{X_1 - X_0}{X_0} \times 100 = \frac{\Delta X}{X_0} \times 100$$

Această modalitate de scriere a lui R_X confirmă afirmaţia anterioară, dar are şi menirea de a pune în evidenţă relaţiile ce există între cei trei indicatori ai dinamicii lui **X**.

9.4.2. Analiza comparată a producţiei exprimată în unităţi naturale

Volumul fizic al producţiei realizat de veriga organizatorică **j**:

$$q_j$$

Volumul fizic total al producţiei realizat de toate verigile organizatorice este:

$$\sum_{j=1}^{m} q_j$$

Ponderea deţinută de producţia realizată în volumul total de producţie pentru fiecare verigă:

$$y_j = \frac{q_j}{\sum_{j=1}^{m} q_j}$$

Volumul fizic al producţiei verigii j exprimat în funcţie de ponderea sa în volumul total de producţie şi acest volum:

$$q_j = y_j \times \sum_{j=1}^{m} q_j$$

a) Indicele producţiei fizice a verigii j:

$$i_{q_j} = \frac{q_{j_1}}{q_{j_0}} = \frac{y_{j_1} \times \sum_{j=1}^{m} q_{j_1}}{y_{j_0} \times \sum_{j=1}^{m} q_{j_0}}$$

Material cu drept de autor

Indicele datorat modificărilor structurale, adică ale ponderii, este următorul:

$$i_{q_j}^{y_j} = \frac{y_{j_1} \times \sum_{j=1}^{m} q_{j_1}}{y_{j_0} \times \sum_{j=1}^{m} q_{j_1}} \Rightarrow i_{y_j}$$

Indicele datorat modificării volumului total al producției va fi:

$$i_{q_j}^{\Sigma q_j} = \frac{y_{j_0} \times \sum_{j=1}^{m} q_{j_1}}{y_{j_0} \times \sum_{j=1}^{m} q_{j_0}} \Rightarrow I_{\Sigma q_j}$$

Pentru toate verigile **j** avem: $i_{q_j}^{\Sigma q_j} = I_{\Sigma q_j}$ precum şi $i_{q_j} = i_{q_j}^{y_j} \times i_{q_j}^{\Sigma q_j}$.

b) Modificarea absolută a producției verigii j:

$$\Delta q_j = q_{j_1} - q_{j_0} = y_{j_1} \times \sum_{j=1}^{m} q_{j_1} - y_{j_0} \times \sum_{j=1}^{m} q_{j_0}$$

Modificarea datorată schimbărilor structurale (ponderilor) este:

$$\Delta_{q_j}^{y_j} = y_{j_1} \times \sum_{j=1}^{m} q_{j_1} - y_{j_0} \times \sum_{j=1}^{m} q_{j_1} = (y_{j_1} - y_{j_0}) \times \Sigma q_{j_1} = \Delta_{y_j} \times \sum_{j=1}^{m} q_{j_1}$$

Modificarea datorată sporirii/scăderii volumului total al producției:

$$\Delta_{q_j}^{\Sigma q_j} = y_{j_0} \times \sum_{j=1}^{m} q_{j_1} - y_{j_0} \times \sum_{j=1}^{m} q_{j_0} = y_{j_0} \times \left(\sum_{j=1}^{m} q_{j_1} - \sum_{j=1}^{m} q_{j_0} \right) = y_{j_0} \times \Delta_{\Sigma q_j}$$

Între indicatori există următoarea relație:

$$\Delta_{q_j} = \Delta_{q_j}^{y_j} + \Delta_{q_j}^{\Sigma q_j} = y_{j_1} \times \sum_{j=1}^{m} q_{j_1} - y_{j_0} \times \sum_{j=1}^{m} q_{j_1} + y_{j_0} \times \sum_{j=1}^{m} q_{j_1} - y_{j_0} \times \sum_{j=1}^{m} q_{j_0} =$$

$$= y_{j_1} \times \sum_{j=1}^{m} q_{j_1} - y_{j_0} \times \sum_{j=1}^{m} q_{j_0} = \Delta_{q_j}$$

Relații între indicatorii individuali şi indicatorii globali (de grup) ai dinamicii.

A) Considerând indicele producției fizice totale:

$$I_{\Sigma q_j} = \frac{\Sigma q_{j_1}}{\Sigma q_{j_0}} \times 100$$

şi indicii individuali ai producției fizice a verigii **j**:

Material cu drept de autor

$$i_{q_j} = \frac{q_{j_1}}{q_{j_0}}$$

obținem:

$$I_{\Sigma q_j} = \Sigma i_{q_j} . y_{j_0} = \Sigma X_j^{I_{\Sigma q}}$$

B) Considerând procesul de modificare al producției fizice totale:

$$R_{\Sigma q_j} = (I_{\Sigma q_j} - 1).100 = \frac{\Delta_{\Sigma q_j}}{\Sigma q_{j_0}} \times 100$$

şi procesele de modificare a producțiilor pe verigile j respective:

$$r_{q_j} = (i_{q_j} - 1).100 = \frac{\Delta_{q_j}}{q_{j_0}} \times 100$$

rezultă:

$$R_{\Sigma q_j} = \frac{\Delta_{\Sigma q_j}}{\Sigma q_{j_0}} \times 100 = \frac{\Sigma \Delta_{q_j}}{\Sigma q_{j_0}} \times 100 = \frac{\sum \frac{r_{q_j} . q_{j_0}}{100}}{\Sigma q_{j_0}} \times 100 =$$

$$= \frac{\Sigma r_{q_j} . q_{j_0}}{\Sigma q_{j_0}} = \sum_{j=1}^{m} r_{q_j} . y_{j_0} = \sum_{j=1}^{m} X_j^{R_{\Sigma q}}$$

întrucât:

$$\frac{q_{j_0}}{\Sigma q_{j_0}} = y_{j_0}$$

C) considerând modificarea absolută a producției fizice totale:

$$\Delta_{\Sigma q} = \Sigma q_1 - \Sigma q_0 \qquad \Delta_q = q_1 - q_0$$

atunci:

$$\Delta_{\Sigma q} = \Sigma \Delta_q$$

9.4.3. Analiza comparată a producției exprimată în unități natural-convenționale

În conceperea, realizarea şi utilizarea acestui procedeu se porneşte de la considerarea unui indicator de producție ca fiind rezultatul însumării mai multor componente, care la rândul lor sunt constituite din mai multe elemente.

În cazul indicatorului producției industriale exprimată în unități natural convenționale, varietatea produselor este simbolizată prin indicele *i*,

Material cu drept de autor

iar pentru omogenizare se utilizează coeficienții de echivalență $\mathbf{K_i}$. Notând volumul fizic din fiecare varietate $\mathbf{q_i}$, atunci, pentru toată gama de produse, volumul total poate fi:

$$\sum_{i=1}^{n} q_i.K_i$$

Dacă vom considera totodată că mai multe unități productive realizează integral sau parțial varietatea **i** de produse, iar pentru aceste unități vom folosi indicele **j**, atunci volumul total de producție va fi:

$$\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} q_{ij}.K_i$$

unde $\mathbf{q_{ij}}$ reprezintă volumul fizic al producției de varietate **i** realizat de producătorul **j**; $\mathbf{K_i}$ – coeficienții de echivalență pentru transformarea lui $\mathbf{q_{ij}}$ în produs etalon.

Conform procedeului simplei structuri vom determina ponderea volumului total al producției unităților producătoare

$$\sum_{i=1}^{n} q_{ij}.K_i$$

în volumul total al producției realizat de toți cei m producători

$$\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} q_{ij}.K_i$$

adică:

$$Y_j = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{ij}}{\sum_{j=1}^{m}\sum_{n=1}^{n} q_{ij}.K_i}$$

de unde rezultă:

$$\sum_{i=1}^{n} q_{ij}.K_i = Y_j \times \sum_{j=1}^{m}\sum_{n=1}^{n} q_{ij}.K_i$$

adică volumul producției realizat de producătorul **j** este exprimat de ponderea sa $\mathbf{Y_j}$ şi de volumul producției tuturor celor m producători.

Dar, la fel de bine putem considera că un întreg volumul producției producătorului **j**

$$\sum_{i=1}^{n} q_{ij}.K_i$$

şi elementele ce-l compun, cantitățile de producție – exprimată în unități etalon – din fiecare sortiment i $q_{ij}.K_i$. În aceste condiții vom putea

Material cu drept de autor

determina ponderea deținută de producția din sortimentul i în totalul producției producătorului j, adică:

$$Y_i = \frac{q_{ij}.K_i}{\sum_{i=1}^{n} q_{ij}.K_i}$$

de unde:

$$q_{ij}.K_i = Y_i.\sum_{i=1}^{n} q_{ij}.K_i$$

Ținând seama de relația de calcul $\mathbf{Y_j}$, putem scrie:

$$q_{ij}.K_i = Y_i.Y_j.\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} q_{ij}.K_i$$

adică volumul producției în unități natural-convenționale din sortimentul **i** realizat de producătorul **j** este exprimat în funcție de ponderea sa în volumul producției producătorului **j**, ponderea producției acestuia în volumul producției tuturor celor **m** producători şi volumul total al producției acestora.

Această modalitate de exprimare are utilitate în analiza în dinamică la nivelul fiecărui sortiment *i*. Folosind metoda substituției în lanț se determină modificările factoriale absolute şi relative.

De exemplu, în cazul modificărilor factoriale absolute, relațiile de verificare se pot surprinde schematic în felul următor:

$$\Delta_{q_{ij}k_i} = q_{ij1}k_i - q_{ij0}k_i =$$

$$Y_{i1}.Y_{i1}.\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} q_{ij1}.K_i - Y_{i0}.Y_{i0}.\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} q_{ij0}.K_i$$

$$\Delta_{q_{ij}k_i} = q_{ij1}k_i - q_{ij0}k_i = \oplus\begin{cases} \Delta_{q_{ij}k_i}^{y_i} \\ \Delta_{q_{ij}k_i}^{y_j} \\ \Delta_{q_{ij}k_i}^{\Sigma\Sigma q_{ij}k_i} \end{cases}$$

Acest sistem de indicatori, care analizează dinamica folosind metoda dublei structuri, se poate aplica şi pentru indicatorii valorici, cu diferența că **i** va arăta varietatea elementelor constitutive ale indicatorilor valorici, iar **j** va urmări componentele după gradul de finisare.

Material cu drept de autor

La analiza dinamicii valorii producției fizice se impune eliminarea influenței prețurilor, situație în care indicele valorii producției are forma:

$$I_{\sum_i\sum_j q_{ij}p_{ij}} = \frac{\sum_i\sum_j q_{ij1}p_{ij0}}{\sum_i\sum_j q_{ij0}p_{ij0}}$$

9.4.4. Caracterizarea statistică a efectelor modificării programelor de producție

Cazul în care planul fizic de producție nu a fost realizat la un sort. Se notează:

$\mathbf{q_{ipl}}$ – volumul fizic al producției planificat pentru sortul **i** şi

$\mathbf{q_{i1}}$ – volumul fizic al producției realizat la sortul **i**.

Deşi:

$$I_{1/pl} = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{i1}p_{ipl}}{\sum_{i=1}^{n} q_{ipl}p_{ipl}} \geq 1\ (100)$$

deci se înregistrează o realizare/depăşire pe ansamblu, totuşi, există cel puțin un sort **i** pentru care planul fizic al producției nu a fost realizat:

$$i_{q_i} = \frac{q_{i1}}{q_{i0}} \prec 1\ (100)$$

Modelul utilizat într-o astfel de situație consideră ca fiind îndeplinit în cadrul sortului planificat ($\mathbf{q_{is}p_i}$) minimul dintre volumul valoric planificat şi cel realizat pentru fiecare sort, deci:

$$q_{is}p_i = \min\left\{q_{ipl}p_{ipl}q_{i1}p_{ipl}\right\}$$

Coeficientul sortului:

$$K_{si} = \frac{q_{is}\cdot p_i}{q_{ipl}\cdot p_{ipl}}$$

Efectul economic al nerealizării sortului **i**:

$$\Delta_{si} = q_{is}\cdot p_i - q_{ipl}\cdot p_{ipl} \prec 0$$

Cazul în care volumul fizic de producție a fost depăşit la toate sorturile. Problema care se pune este aceea că, datorită unor condiții subiective sau obiective, depăşirile nu sunt uniforme, adică la un sort depăşirea a fost mai mare sau mai mică în raport cu alte sorturi, deci:

$$iq_i \neq iq_{i+1} \geq 1,\ cu \quad i = \overline{1,n}$$

cu notațiile

Material cu drept de autor

• $\mathbf{q_{i(1,pl)}}$ – volumul fizic al producției sortului i cu nivelurile planificat şi respectiv realizat;

• $\mathbf{p_i}$ – prețul contractat (planificat);

• $q_i p_i$ – volumul valoric al producției sortului i (planificat şi realizat);

• $\sum \mathbf{q_i . p_i}$ – volumul valoric al sortimentului, adică al întregii producții (cu nivelurile planificat şi realizat);

• $y_{ipl} = \dfrac{q_{ipl} \cdot p_i}{i = \sum_{i=1}^{n} q_{ipl} \cdot p_i}$ - ponderea planificată a sortului i în volumul total al producției;

• $q_{i*} p_i = y_{ipl} \cdot \sum_{i=1}^{n} q_{i1} \cdot p_i$ - volumul valoric al sortului i recalculat în funcție de structura planificată a producției;

• $q_{is} p_i = \min \{ q_{i1} p_i q_{i*} p_i \}$ - volumul valoric al producției sortului i acceptat ca realizat în cadrul sortimentului planificat.

Coeficientul sortului şi efectul economic se determină în acelaşi mod ca şi în cazul anterior.

Aplicația 1. **indicatorii valorici ai producției**. În lunile iulie şi august o societate comercială a înregistrat următoarele rezultate în activitatea industrială:

Tabelul 9.2

Nr. crt.	Indicatori	Valoare în iulie		Procentul de modificare a indicatorului în august față de iulie
		În cost de producție	În preț de livrare sau tarife	
1	Produse finite livrate		45000	20
2	Produse finite în stoc			
	- începutul lunii	1.600		
	- sfârşitul lunii	13.600	17.000	10
3	Facturi neîncasate			
	- începutul lunii		6.000	
	- sfârşitul lunii		10.000	10
4	Semifabricate:			
	- stoc începutul lunii	4.300		
	- livrate la terți		5.000	15
	- livrate cămin nefamilişti	400		12
	- livrate sector investiții	100		12
	- livrate secții producție	24.000		10
	- stoc sfârşitul lunii	4.000		10

Material cu drept de autor

5	Lucrări industriale:			
	- pentru secţii industriale	2.500		15
	- pentru secţii neindustriale	500		11
	- pentru sector investiţii	300		14
	- pentru terţi	4.000		10
	- pentru administraţia societăţii	100		10
6	Producţie neterminată:			
	- stoc începutul lunii	12.000		
	- stoc sfârşitul lunii	16.000		10
7	Lucrări de cercetare ştiinţifică			
	- terminate	400		8
	- în curs de finalizare	1.600		7
8	Ambalaje			
	- incluse în cost	1.200		10
	- neincluse în cost	200		15
9	Rebuturi	250		2
Observaţie: Indicatorii asigură comparabilitate				

Se cere:

1. Să se calculeze următorii indicatori valorici pentru lunile iulie şi august:

1a. producţia marfă fabricată;

1b. producţia marfă vândută şi încasată;

1c. producţia globală;

1d. circulaţia globală.

2. Să se analizeze dinamica indicatorilor valorici în luna august faţă de iulie, aprofundând analiza unuia dintre indicatori.

3. Să se analizeze comparat indicatorii valorici explicându-se cauzele care au generat diferenţele de ritmuri.

Rezolvare

1. Pentru calculul indicatorilor valorici ai producţiei industriale este necesară exprimarea acestora în preţuri de livrare (componentele livrate la terţi sau destinate livrării), precum şi determinarea lor pentru luna august.

Trecerea indicatorilor din costuri de producţie în preţuri de livrare se face, conform metodologiei actuale, pe baza raportului ce există între valoarea produselor finite şi costul de producţie al acestora. Din datele oferite rezultă că acest raport este 1.700.000.000 / 1.360.000.000 = 1,25, urmând a fi trecute:

- produse finite în stoc la începutul lunii
(160.000.000 × 1,25 = 200. 000.000)
- semifabricate pentru cămin nefamilişti

Material cu drept de autor

(40. 000.000 × 1,25 = 50.000.000)

• semifabricate pentru sector investiții

(10.000.000 × 1,25 = 12.500.000)

• lucrări industriale pentru secții neindustriale

(50.000.000 × 1,25 = 62.500.000)

• lucrări industriale pentru investiții şi terți

[(30.000.000 + 400.000.000) ×1,25 = 537.500.000]

• ambalaje neincluse în cost (20.000.000 × 1,25 = 25.000.000).

Calculul indicatorilor din luna august are ca principiu trecerea din ritmul sporului în indice şi determinarea nivelului din perioada comparată prin efectuarea produsului între nivelul indicatorului din iulie şi indicele acestuia. Menționăm că stocul la sfârşitul lunii iulie devine stoc la începutul lunii august.

Indicatorii valorici în lunile iulie (0) şi august (1) au următoarele valori:

2. Produse finite livrate ($\boldsymbol{Pf_{liv}}$)

• 0 – 4.500.000.000 lei

• 1 – 5.400.000.000 lei

2. Produse finite destinate livrării ($\mathbf{Pf_2 - Pf_1}$)

• 0 – (17 – 2)×10^8 = 1.500.000.000

• 1 – (18,7 – 17) ×10^8 = 170.000.000

3. Diferențe stoc facturi ($\mathbf{Sf_2 - Sf_1}$)

• 0 – (10 – 6) ×10^8 = 400.000.000 u.m.

• 1 – (11 – 10) ×10^8 = 100.000.000 u.m.

4. Semifabricate livrate ($\mathbf{S_{liv}}$)

• 0 – 562.500.000 u.m.

• 1 – 645.000.000 u.m.

5. Semifabricate consumate în procesul de producție (**s**)

• 0 – 2.400.000.000 u.m.

• 1 – 2.640.000.000 u.m.

6. Diferențe de stoc semifabricate ($\mathbf{S_2 - S_1}$)

• 0 – (-) 30.000.000 u.m.

• 1 – (+) 40.000.000 u.m.

7. Lucrări industriale pentru terți ($\mathbf{L_t}$)

• 0 – 600.000.000 u.m.

• 1 – 662.125.000 u.m.

8. Lucrări industriale pentru necesitățile procesului de producție (**I**)

• 0 – 260.000.000 u.m.

• 1 – 298.500.000 u.m.

9. Diferența de stocuri producție neterminată ($\mathbf{N_2 - N_1}$)

• 0 – 400.000.000 u.m.

• 1 – 160.000.000 u.m.

10. Lucrări de cercetare ştiințifică terminate ($\mathbf{L_{cs}}$)

• 0 – 40.000.000 u.m.

• 1 – 43.200.000 u.m.

Material cu drept de autor

11. Ambalaje neincluse în cost (**a**)
- 0 – 25.000.000 u.m.
- 1 – 28.750.000 u.m.

1.a

$P_{mf} = Pf_{liv} + (Pf_2 - Pf_1) + S_{liv} + L_t + V_{pmc} + L_{cs} + a$

$P_{mf\,0} = (45 + 15 + 5{,}625 + 6 + 0 + 0{,}4 + 0{,}25) \times 10^8 =$

$= 7.227.500.000$ u.m.

$P_{mf\,1} = (54 + 1{,}7 + 6{,}45 + 6{,}62125 + 0 + 0{,}432 + 0{,}2875) \times 10^8 =$

$= 6.949.075.000$ u.m.

1.b

$P_{mf\,vî} = P_{mf} - (Pf_2 - Pf_1) - (Sf_2 - Sf_1)$

$P_{mf\,vî\,0} = 7.227.500.000 - 15 \times 10^8 - 4 \times 10^8 = 5.327.500.000$ u.m.

$P_{mf\,vî\,1} = 6.949.075.000 - 17 \times 10^7 - 1 \times 10^8 = 6.679.075.000$ u.m.

1.c

$P_g = P_{mf} + (S_2 - S_1) + (N_2 - N_1) + C_{ip} + V_{mc} + R$

$P_{g\,0} = 7.227.500.000 + (-0{,}3 \times 10^8) + 4 \times 10^8 + 0 + 0 + 0 =$

$= 7.597.500.000$ u.m.

$P_{g\,1} = 6.949.075.000 + 0{,}4 \times 10^8 + 1{,}6 \times 10^8 + 0 + 0 + 0 =$

$= 7.149.075.000$ u.m.

1.d

$C_g = P_g + s + I$

$C_{g\,0} = 7.597.500.000 + 24 \times 10^8 + 2{,}6 \times 10^8 = 10.257.500.000$ u.m.

$C_{g\,1} = 7.149.075.000 + 26{,}4 \times 10^8 + 298.500.000 =$

$= 10.087.575.000$ u.m.

2.

2a.

$$I_{Pmf} = \frac{P_{mf\,1}}{P_{mf\,0}} \times 100;\ I_{Pmf} = \frac{6.949.075.000}{7.227.500.000} \times 100 \cong 96{,}1477\%$$

$$R_{Pmf} = I_{Pmf} - 100;\ R_{Pmf} = 96{,}1477 - 100 = -3{,}8523\%$$

$$\Delta_{Pmf} = I_{mf\,1} - P_{mf\,0}$$

$$\Delta_{Pmf} = 6.949.075.000 - 7.227.500.000 = -278.425.000\,u.m.$$

$$A_{pmf} = \Delta_{Pmf} / R_{Pmf}$$

$$A_{pmf} = -278.425.000 / -3{,}8523 = 72.275.000\,u.m.$$

2.b

$I_{pmf\,vî} = 125.37\ \%$

$R_{pmf\,vî} = 25{,}37\ \%$

Material cu drept de autor

$\Delta P_{mf\ vî}$ = 1.351.525.000 u.m.
$A_{pmf\ vî}$ = 53.275.000 u.m.

2.c
I_{Pg} = 94,098%
R_{Pg} = –5,902 %
Δ_{Pg} = –448.425.000 u.m.
A_{Pg} = 75.975.000 u.m.

2.d
I_{Cg} = 98,3434 %
R_{Cg} = –1.6566 %
Δ_{Cg} = –169.925.000 u.m.
A_{Cg} = 102.575.000 u.m.

Aprofundarea analizei o vom efectua pentru producția marfă fabricată prin calculul indicatorilor la nivel de componentă (C_i) știind că orice componentă are o anumită pondere în producția marfă ($y_i = C_i/P_{mf}$).

Nivelul unei componente poate fi exprimat astfel: $C_i = y_i \times P_{mf}$, relație care permite evidențierea influenței modificării lui y_i şi P_{mf} asupra lui C_i.

Calculele le vom sintetiza în tabelul următor:

Tabelul 9.3

Componente	Valoarea componentei (u.m.)		Ponderea componentei (%)		Indicele componentei (%)	Indicele componentei sub influența lui Yi (%)	Indicele componentei sub influența lui Pmf (%)	Modificarea absolută a componentei (u.m.)	Modificarea absolută a componentei pe seama lui Yi	Modificarea absolută a componentei pe seama lui Pmf	Contribuția componentei la formarea	
	Ci		**Yi**		I_{Ci}	$I_{Ci}^{Y_i}$	I_{Ci}^{Pmf}	Δ_{Ci}	$\Delta_{Ci}^{y_i}$	Δ_{Ci}^{Pmf}	Indicelui **Pmf**	Ritmului sporului **Pmf**
	0	1	0	1	A	B	C	D	E	F	G	H
Pf_{Liv}	45	54	62,26	77,70	120	124,8	96,14	9	10,733,540	-1,733,541	74,7	12,4524
Pf_2-Pf_1	15	1,7	20,75	2,44	11,333	11,786	96,14	-13,3	-12,722,367	-216,666	2,3	1,1413
S_{liv}	5,625	6,45	7,78	9,28	114,66	119,26	96,14	0,825	1,041,666	-216,666	8,92	1,1413
L_t	6	6,62125	8,30	9,52	110,35	114,768	96,14	0,62125	851,957	-230,707	9,16	0,8595
L_{cs}	0,4	0,432	0,55	0,62	108	112,658	96,14	0,032	48,644	-16,643	0,59	0,0442
A	0,25	0,2875	0,34	0,41	114,8	119,364	96,14	0,0375	46,560	-9,060	0,39	0,0513
P_{mf}	72,275	69,4907	100	100	96,147	*	96,14	-2,78425	0	-2,784,250	96,1	-3,8523

Material cu drept de autor

A. $$I_{Ci} = \frac{C_{i1}}{C_{i0}} \times 100$$

B. $$I_{Ci}^{Yi} = \frac{y_1^i . P_{mf1}}{y_0^i . P_{mf1}} \times 100$$

C. $$I_{Ci}^{P_{mf}} = \frac{y_1^i . P_{mf1}}{y_0^i . P_{mf1}} \times 100$$

D. $$\Delta_{Ci} = C_{i1} - C_{i0}$$

E. $$\Delta_{Ci}^{Yi} = \left(y_{i1} - y_{i0}\right) . P_{mf1}$$

F. $$\Delta_{Ci}^{Pmf} = \left(P_{imf1} - P_{mf0}\right) . y_0^i$$

G. $$X_{Ci}^{I_{Pmf}} = I_{Ci} . y_0^{Ci}$$

H. $$X_{Ci}^{R_{Pmf}} = R_{Ci} . y_0^{Ci}$$

Notă: Pentru a se respecta corelațiile între indicatori unele calcule au fost efectuate cu un grad de precizie mai mare.

3. $I_{pmfvî} > I_{pmf}$ datorită în principal scăderii stocurilor de produse finite $(Pf_2 - Pf_1)_1 / (Pf_2 - Pf_1)_0 \times 100 = 11,333\%$.

Această componentă acționează în sensul creşterii producției marfă vândută şi încasată. De asemenea a scăzut diferența de stoc de facturi neîncasate, fapt ce a dus la creşterea aceluiaşi indicator.

9.5. Bilanțul tehnologic pentru consum de materiale şi energie

9.5.1. Bilanțul de materiale

Bilanțul de materiale este forma cantitativă prin care se exprimă transformarea materialelor într-un proces tehnologic.

Se bazează pe legea conservării masei, conform căreia cantitățile intrate într-un proces sunt egale cu cele rezultate, dacă ținem seama şi de pierderile ce apar în timpul desfăşurării procesului tehnologic. Bilanțul de materiale este expresia matematică a acestei legi şi poate fi redat, în general, printr-o relație de formă:

$$\Sigma M_i = \Sigma M_r + \Sigma M_p$$

Material cu drept de autor

în care: ΣM_i – masele materiilor prime introduse în sistem; ΣM_r – masele produselor rezultate; ΣM_p – masele pierderilor. Cantitățile introduse în ecuațiile de bilanț se exprimă în unități de masă (**g,kg,t**) sau masă raportat la timp (**kg/h, t/an** etc.).

Pentru calcularea bilanțurilor de materiale este necesar să se cunoască date referitoare la compoziția materiilor prime şi a produselor şi să se indice timpul de raportare.

Tabelul 9.4

Bilanțul de materiale în procesul de fabricare a fosforului

Materiale intrate	UM	Cantitate	%	Materiale ieşite	UM	Cantitate	%
Apatit ($P_2O_5$28%)	kg	10250	73,5	Fosfor	kg	1000	7,2
Cocs (80%)	kg	1330	9,5	Ferofosfor	kg	282	2,0
Nisip ($SiO_2$95%)	kg	2370	17,0	CO şi alte gaze	kg	3668	26,3
				Zgură	kg	9000	64,5
Total	kg	13950	100	Total	kg	13950	100

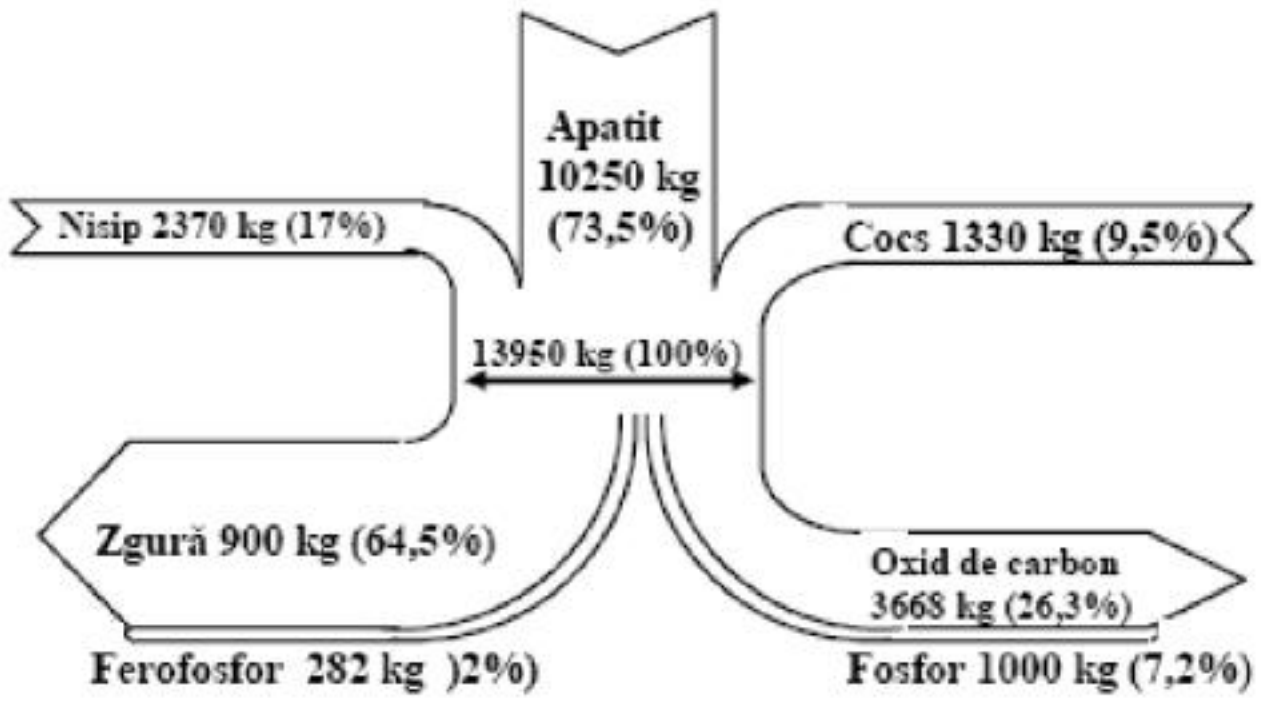


Fig.9.1. Diagrama Sankey pentru bilanțul de materiale la fabricarea fosforului

În cazul proceselor discontinue, bilanțul de materiale se calculează pentru o şarjă. În cazul proceselor continue, în care instalațiile funcționează neîntrerupt, se întocmesc bilanțuri orare, iar cantitățile de materiale se exprimă sub forma debitelor gravimetrice (kg/h, t/h).

În funcție de structura procesului tehnologic se poate întocmi un *bilanț total* (pentru toate materialele care intră într-un proces sau pentru întreg procesul tehnologic) şi *bilanțuri parțiale* (pentru transformarea unui singur material, sau pentru o fază a procesului, sau un utilaj).

Bilanțul de materiale se poate prezenta sub formă de *tabel*, sau *forme grafice* diverse.

O formă grafică o reprezintă diagrama Sankey. Prezentăm ca exemplu, bilanțul de materiale pentru fabricarea fosforului în tabel 9.4 şi figura 9.1

În concluzie, bilanțul de materiale serveşte la:

- ♦ determinarea cantităților de produse rezultate;
- ♦ determinarea necesarului de materii prime cunoscând valoarea producției;
- ♦ determinarea consumurilor specifice reale;
- ♦ calcularea pierderilor de fabricație;
- ♦ dimensionarea instalației pentru o capacitate de producție dată;
- ♦ calcularea cheltuielilor pe faze.

Bilanțul de materiale reflectă nivelul tehnic şi modul de conducere a procesului tehnologic şi constituie unul din factorii de decizie pentru alegerea variantei tehnologice optime, întocmirea schemelor tehnologice şi evidențierea structurii produselor, planificarea aprovizionării cu materii prime şi dimensionarea stocurilor.

9.5.2 Bilanțul de energie

În orice proces tehnologic, pe lângă un consum de materii prime şi materiale are loc şi un consum de energie sub forme diferite: mecanică, termică, electrică, chimică etc.

Bilanțul de energie se bazează pe principiul conservării energiei, potrivit căruia într-un sistem izolat, nu se câştigă şi nu se pierde energie, diferitele forme de energie transformându-se una în alta.

În practică însă, numai o parte din energia consumată (introdusă în proces) este transformată în altă formă de energie pentru obținerea de produse; restul de energie neutilizabilă, disipată în mediu, reprezintă din punct de vedere economic o pierdere de energie.

Ca atare, bilanțul de energie este redat prin următoarea relație generală:

$$\Sigma W_i = \Sigma W_u + \Sigma W_p$$

în care: ΣW_i - energii introduse în sistem (consumate); ΣW_u - energii utile, efectiv folosite; ΣW_p - energii pierdute.

Cele mai multe bilanțuri energetice se referă numai la energia termică, aceasta fiind forma de energie care însoțeşte frecvent transformarea materiilor prime în produse.

În acest caz se stabileşte un *bilanț termic* pe baza datelor furnizate de bilanțul de materiale. Bilanțul termic poate fi redat prin următoarea relație generală:

$$\Sigma Q_e + \Sigma Q_i = \Sigma Q_i' + \Sigma Q_r + QQ_p$$

în care: ΣQ_e - cantități de căldură existente în sistem, în **J**; ΣQ_i - cantități de căldură introduse (căldura materialelor introduse), **J**; $\Sigma Q_i'$ - cantitățile de

Material cu drept de autor

căldură rezultate (căldura produselor), **J**; ΣQ_r - cantități de căldură remanente, **J**; Q_p - cantitatea de căldură pierdută (disipată), **J**.

Căldura materiilor prime şi produselor se calculează cu relații specifice, care iau în considerare cantitățile ce intervin în proces, precum şi valorile unor parametrii termodinamici (căldură specifică **c**, entalpie **H**, putere calorifică P_c).

Astfel:

$$Q = m.c.\Delta t \; ; \quad Q = m.H; \quad Q = m.P_c$$

în care: **Q** = cantitatea de căldură, **kJ** (**1kJ = 4,186 kcal**); **m** = masa, kg; **Δt** = diferența de temperatură, grade; **c** = căldură specifică, kcal/kg grad; **H** = entalpie, kcal/mol; P_c = putere calorică, kcal/kg.

În calculul bilanțurilor termice se ține cont de natura exotermă sau endotermă a reacțiilor chimice care au loc şi de transferul termic cu mediul exterior.

Bilanțurile energetice se pot calcula pe agregate, instalații, secții, pentru procese tehnologice de bază sau auxiliare.

În funcție de baza de calcul, se întocmesc **bilanțuri energetice reale, optime şi normate**.

Bilanțul real este rezultatul măsurătorilor efectuate în condiții reale de exploatare la un moment dat. El oglindeşte nivelul tehnico-economic al instalațiilor la un moment dat şi constituie punctul de plecare pentru îmbunătățirea constructivă a agregatelor energetice.

Bilanțul optim reflectă utilizarea la cel mai înalt grad de eficiență economică a unei instalații, din punct de vedere al consumurilor energetice. Astfel de bilanțuri denumite bilanțuri energetice de proiect se întocmesc pentru instalațiile noi, proiectate sau modernizate.

Bilanțul normat se întocmeşte pe baza analizei pierderilor puse în evidență în bilanțul real. Va avea valori diferite în timp, urmărindu-se reducerea pierderilor şi atingerea valorilor incluse în bilanțul optim.

Bilanțurile energetice pot fi simple sau complexe după cum se referă la una sau mai multe forme de energie care intervin în proces (electrică, termică, potențială, cinetică etc.). În toate cazurile, toate formele de energie se echivalează şi se exprimă în aceleaşi unități de măsură.

Ca şi bilanțurile de materiale, bilanțurile energetice oferă date necesare pentru proiectarea şi optimizarea dimensională şi funcțională a utilajelor energetice şi pentru conducerea proceselor tehnologice în condiții de eficiență economică maximă.

9.5.3. Indicatori tehnico-economici de consum

Trecerea în exploatare a unui proces tehnologic se realizează numai în condițiile în care procesul respectiv este eficient din punct de vedere economic.

Aprecierea proceselor tehnologice se poate face prin intermediul unor indicatori care pot fi: - tehnici; - economici; - tehnico-economici.

Material cu drept de autor

Indicatorii tehnico-economici folosiți pentru aprecierea proceselor tehnologice sunt mărimi scalare cu sau fără dimensiuni, care caracterizează o substanță, un dispozitiv, un sistem tehnic sau un proces tehnologic atât din punct de vedere tehnic cât şi economic. În această categorie intră consumurile specifice şi randamentele în produs.

Consumurile specifice exprimă cantitatea de materii prime, materiale, combustibili şi energie necesară pentru obținerea unei unități de produs finit, într-un anumit proces tehnologic. Se exprimă în unități de măsură specifice, ca de exemplu în tone materie primă/tonă produs, t materie primă/buc. produs finit, kg catalizatori/t produs, m^3 abur/t produs, kWh/t produs, tcc/t produs, etc.

În funcție de modul de calcul al consumului specific deosebim consumuri specifice teoretice C_{sp}^{t}, consumuri specifice programate (normă tehnică de consum) C_{sp}^{pr}, consumuri specifice reale C_{sp}^{r}.

Consumul specific teoretic C_{sp}^{t} reprezintă limita minimă de consum pentru realizarea unui produs.

În cazul obținerii unor produse dintr-o singură materie primă, prin prelucrări mecanice, C_{sp}^{t} corespunde masei nete a produsului finit şi se numeşte consum net.

Consumul specific teoretic nu ține cont de pierderile de fabricație şi de posibilitatea formării produselor secundare.

Utilizarea materiilor prime, materialelor, combustibililor, energiei şi a celorlalte resurse materiale în activitățile productive se realizează numai pe baza normelor tehnice de consum.

Norma tehnică de consum sau **consum specific programat** C_{sp}^{pr} reprezintă limita maximă admisă de consum pentru realizarea unui produs.

Valorile acestui indicator se stabilesc şi se reexaminează periodic ținând cont de nivelul tehnologiei aplicate şi de perfecționările aduse acesteia şi stau la baza întocmirii planului de aprovizionare pentru o anumită perioadă de timp.

La stabilirea normelor tehnice se au în vedere şi pierderile inerente desfăşurării proceselor tehnologice. Aceste pierderi sunt numite *pierderi tehnologice* şi depind de tehnologia şi tehnica de lucru aplicată.

Ca atare:

$$C_{sp}^{pr} = C_{sp}^{t} + \text{pierderi tehnologice/unitate de produs}$$

Consumul specific real C_{sp}^{r} reprezintă consumul realizat în urma desfăşurării activității productive. De regulă se calculează pe baza bilanțurilor de materiale. Valoarea C_{sp}^{r} este influențată de calitatea materiilor prime folosite la un moment dat, nivelul tehnic al instalației, nivelul de pregătire al forței de muncă.

Material cu drept de autor

În cazul în care $C_{sp}^{pr} > C_{sp}^{r}$, unitatea economică realizează economii la consumurile materiale, cu consecințe pozitive asupra procesului de producție (cost de producție mai redus, beneficii mai mari etc.).

În cazul în care $C_{sp}^{pr} < C_{sp}^{r}$, eficiența economică a producțieie este scăzută prin depăşiri ale normelor tehnice de consum.

Una din cauzele acestor depăşiri o constituie unele pierderi netehnologice înregistrate la transportul, depozitarea, încărcarea-descărcarea instalațiilor în condiții necorespunzătoare.

În scopul reducerii cheltuielilor de producție şi pentru creşterea eficienței activităților productive se depun eforturi continue privind reducerea consumurilor reale. Acest lucru este posibil prin perfecționarea tehnologiilor, ridicarea gradului de calificare a forței de muncă şi valorificarea integrală a materialelor secundare.

Dinamica consumurilor specifice dă indicații asupra conducerii şi realizării producției.

Relația dintre consumurile specifice definite anterior trebuie să fie întotdeauna următoarea:

$$C_{sp}^{t} < C_{sp}^{pr} \leq C_{sp}^{r}$$

Se admit valori ale consumurilor specifice reale ceva mai mari decât cele normate numai în perioada de punere în funcțiune a unei noi instalații până la intrarea ei în regimul normal, optim de funcționare.

Randamentul şi conversia. *Randamentul* reflectă gradul de utilizare a materiei prime, respectiv modul de transformare a acesteia sub aspect cantitativ.

Randamentul se poate calcula în două moduri:

♦ ca raport între consumurile specifice teoretice şi reale

$$\eta = C_{sp}^{t} / C_{sp}^{r}$$

♦ ca raport între cantitatea reală de produs P_r şi cantitatea teoretică posibilă P_t:

$$\eta = P_r / P_t$$

În general calculul se referă la produsul principal obținut.

Randamentul are întotdeauna valori subunitare (**$\eta < 1$**) datorită pierderilor tehnologice şi a formării produselor secundare, teoretic neluate în calcul, sau se exprimă procentual (**$\eta < 100\%$**); cele două relații de calcul ale randamentului conduc la aceeaşi valoare a acestuia.

În funcție de specificul procesului tehnologic, expresia randamentului în produs capătă o formă proprie.

În industria chimică, în cazul proceselor ciclice, în care are loc recircularea materiei prime netransformate, se defineşte *conversia* **C** ca raport între cantitatea de materie primă transformată $\mathbf{M_t}$ la o singură trecere prin zona de reacție şi cantitatea de materie primă introdusă $\mathbf{M_i}$:

Material cu drept de autor

$$C = M_t / M_i$$

În cazul în care din acelaşi proces tehnologic rezultă mai mulți produşi se poate calcula randamentul în produs principal sau conversia utilă.

În industriile prelucrătoare, randamentul se exprimă prin raportul dintre cantitatea de materie primă necesară teoretic pentru obținerea unui produs (masa piesei) şi cantitatea de materie primă efectiv consumată în proces.

În cazul în care procesul tehnologic se realizează în mai multe operații/faze, randamentul global al procesului se exprimă ca produs al randamentelor pe operații/faze:

$$\eta_T = \eta_1 . \eta_2 . \eta_3 \ldots$$

9.5.4. Indicatori de utilizare intensivă şi extensivă. Uzura şi întreținerea utilajelor

Pentru exprimarea modului de exploatare a instalațiilor şi utilajelor se face apel la indicatorii de utilizare, care pot fi intensivi sau extensivi. În fiecare utilaj se poate realiza o anumită cantitate de produse care depinde în mare măsură de mărimea utilajului şi de timpul de folosire a acestuia.

Indicatorii de utilizare intensivă. Aceşti indicatori exprimă modul de exploatare a unui utilaj sub aspectul cantității de produse rezultate şi se referă la gradul de utilizare al capacității de producție şi producția specifică.

Capacitatea de producție reprezintă producția maximă care se poate realiza într-un utilaj sau într-o instalație în condiții optime de exploatare, într-o anumită perioadă de timp, ținând cont de dotarea tehnică existentă.

Valoarea capacității de producție este specificată în prospecte şi cărți tehnice, este importantă în proiectarea unei linii tehnologice şi trebuie ca utilajele să aibă aceeaşi capacitate de prelucrare pe tot parcursul fluxului tehnologic.

Capacitatea de producție $\mathbf{C_p}$ se stabileşte pe baza a trei elemente: numărul utilajelor principale $\mathbf{N_u}$ (care determină producția întregii secții, întreprinderii etc.), norma intensivă maximă $\mathbf{N_i}$ şi norma extensivă maximă $\mathbf{N_e}$ şi se calculează cu relația:

$$\mathbf{C_p = N_u . N_i . N_e}.$$

Norma intensivă maximă este producția maximă pe oră, schimb, zi, lună a utilajului dacă acesta ar funcționa în condiții tehnologice optime.

Norma extensivă maximă a unui utilaj este timpul maxim disponibil de activitate în condițiile unor opriri minime pe baza experienței celei mai avansate de organizare şi conducere a proceselor tehnologice.

În general, capacitatea de producție se referă la cantitatea maximă de materie primă ce poate fi prelucrată în unitatea economică.

Capacitatea de producție este mai mare decât producția realizată. Se poate calcula **gradul de utilizare** a capacității de producție, ca raport

Material cu drept de autor

procentual între producția realizată şi capacitatea de producție a utilajului considerat.

Grad utilizare = ($P_{realizată}$ / t.C_p).100%

Producția specifică reprezintă producția realizată într-o unitate de timp în funcție de dimensiunea caracteristică a utilajului şi se calculează cu relația:

$$P_{sp} = P_{realizati} / K_i.T_{efectiv}$$

şi se exprimă în unități de măsură caracteristice procesului tehnologic.

Dimensiunea caracteristică a utilajului, K_i, este acea dimensiune care îi defineşte regimul de funcționare (unitatea de suprafață sau volum al spațiului de lucru, că de exemplu volumul unui reactor chimic, suprafața vetrei unui cuptor etc.).

Producția specifică poate creşte datorită introducerii progresului tehnic cum ar fi intensificarea proceselor metalurgice în furnal prin insuflare de O_2 , utilizarea unor catalizatori mai activi în industria chimică, introducerea automatizării etc. Se obțin efecte economice pozitive: reducerea dimensiunii utilajelor şi în consecință a cheltuielilor de investiție, reparații, exploatare.

În anumite cazuri se calculează **randamentul utilajului** (într-un sens total diferit de cel referitor la gradul de utilizare a materiei prime), folosind relația:

Randament utilaj = $P_a/N_u.T_a$, t/h.utilaj

în care: P_a = producția anuală a întreprinderii; N_u = număr de utilaje; T_a = timp de activitate.

Indicatori de utilizare extensivă. Aceşti indicatori se referă la timpul de folosire a utilajului în raport cu timpul calendaristic disponibil, care poate fi egal cu 24 ore/zi, 365 zile/an respectiv 8760 ore/an:

I_{ue} =[T_{activ} / T_{calend}].100%

În calcularea indicatorului de utilizare extensivă se ține seama de structura de funcționare a utilajului (neîntreruptă, periodică) şi de organizarea producției (în "foc" continuu, pe schimburi etc.)

În practică, trebuie ținut cont de faptul că în afară de timpul de activitate propriu-zis în care are loc procesul tehnologic de bază, la realizarea produsului concură şi un timp auxiliar, necesar pentru atingerea parametrilor optimi, schimbarea regimului de lucru, încărcarea-descărcarea utilajului, respectiv:

$T_{activitate} = T_{efectiv} + T_{auxiliar}$ şi $T_{inactiv} = T_{calendaristic} - T_{activitate}$.

Ca atare, indicatorul de utilizare extensivă va lua valori ce depind în special de modul în care este concepută, organizată şi condusă producția de bunuri materiale.

Asigurarea unei productivități maxime este condiționată de folosirea integrală a fondului de timp alocat şi în primul rând de reducerea timpului de inactivitate (pentru întreținere, reparații, probe tehnologice, aprovizionare cu materii prime şi piese de schimb etc.)

Pe de altă parte, suprasolicitarea instalației (creşterea $T_{activitate}$), chiar în condițiile regimului optim, deşi conduce la un spor de produse, poate

Material cu drept de autor

avea ca efect uzura avansată a utilajelor şi cheltuieli de întreținere mari. Indicatorii de utilizare sunt esențiali în calculul investițiilor şi ulterior, a cotelor de amortizare. Fracțiunea din valoarea utilajului reprezentând cota de amortizare în costul fiecărei unități de produs va creşte pe măsură ce indicatorul de utilizare extensivă a utilajului va avea valori mai mici.

Chiar fără suprasolicitare, în timp utilajele se uzează atât moral cât şi fizic. Uzura determină scăderea capacității de producție şi creşterea riscului de accident.

Uzura morală reprezintă învechirea unui utilaj în raport cu un altul similar, dar de concepție mai nouă şi care are indicatori tehnico-economici superiori. În ultimul timp, fenomenul uzurii morale a devenit tot mai frecvent. Se estimează că în numeroase ramuri industriale, utilaje mai vechi de cinci ani împiedică înregistrarea unor performanțe competitive.

Uzura fizică apare de regulă ca urmare a nerespectării condițiilor de lucru (degradare termică, frecare abrazivă, coroziune etc.)

Efectele uzurii fizice se pot atenua prin **operații de mentenanță**.

Mentenanța este ansamblul tuturor acțiunilor tehnico-organizatorice efectuate în scopul menținerii (restabilirii caracteristicilor) unui produs (utilaj) în starea necesară îndeplinirii anumitor funcții.

Mentenanța poate fi **preventivă** (întreținerea utilajelor) sau **curativă** (repararea utilajelor). **Mentenanța curativă** este o acțiune planificată şi include controlul planificat pentru remedierea unor defecțiuni, reparații curente, înlocuirea unor piese uzate, reparații capitale.

Pentru fiecare etapă se stabilesc perioade de execuție, timpul necesar de oprire a instalațiilor, cheltuielile aferente. În toate cazurile, repornirea instalației este precedată de probe tehnologice.

În afara indicatorilor prezentați, în analiza desfăşurării proceselor tehnologice se utilizează şi **indicatori de mecanizare**, respectiv se calculează gradul de mecanizare care este raportul procentual dintre cantitatea de lucrări executate mecanic şi cantitatea totală de lucrări executate. Gradul de mecanizare creşte pe măsura introducerii progresului tehnic şi are consecințe favorabile asupra productivității muncii.

$$\mathbf{I_{mecanizare/automatizare} = Volum\ lucrări\ mecanizate\ (automatizate)./Volum\ total\ de\ lucrări}$$

Acest indicator se poate exprima subunitar, sau procentual.

9.6. Econometria eficienței economice a firmei

9.6.1. Concepte privind eficiența economică. Criterii de apreciere a eficienței

Rentabilitatea firmei se încadrează în conceptul mai larg de eficiență economică a ei.

Eficiența economică presupune minimizarea resurselor consumate pentru obținerea unei unități de util, sau maximizarea efectului util realizat cu o unitate de resurse. Rentabilitatea constituie una dintre formele de

Material cu drept de autor

exprimare a eficienței economice şi anume o formă sintetică realizată cu ajutorul categoriilor valorice.

Principalele probleme presupuse de analiză a rentabilității firmei sunt:

- ♦ Analiza diagnostic a profitului;
- ♦ Analiza diagnostic pe baza ratelor de rentabilitate;
- ♦ Analiza rentabilității pe produs;
- ♦ Analiza rentabilității pe baza punctului critic;
- ♦ Strategii şi scenarii pe baza analizei de senzitivitate.

Analiza diagnostic a profitului. Profitul reprezintă scopul final al activități de exploatare al oricărei activități lucrative. Profitul reflectă eficiența folosirii resurselor materiale, umane şi financiare ale firmei, respectiv rezultatul final al activității de exploatare al întregii activității economico-financiare a firmei.

Ca orice fenomen economico-financiar, profitul poate fi analizat structural şi factorial, respectiv în statică şi în dinamică.

Analiza structurală a profitului. O astfel de analiză presupune descompunerea pe elemente componente şi, în cazul profitului, ea poate fi efectuată cel puți sub următoarele aspecte:

1. Structura profitului pe tipuri de activități din care provine. Rezultatul exercițiului înaintea impozitării (profitul brut sau pierderea) nu este omogen, în componența sa intrând rezultate din activități diferite, conform schemei din figura 9.2.

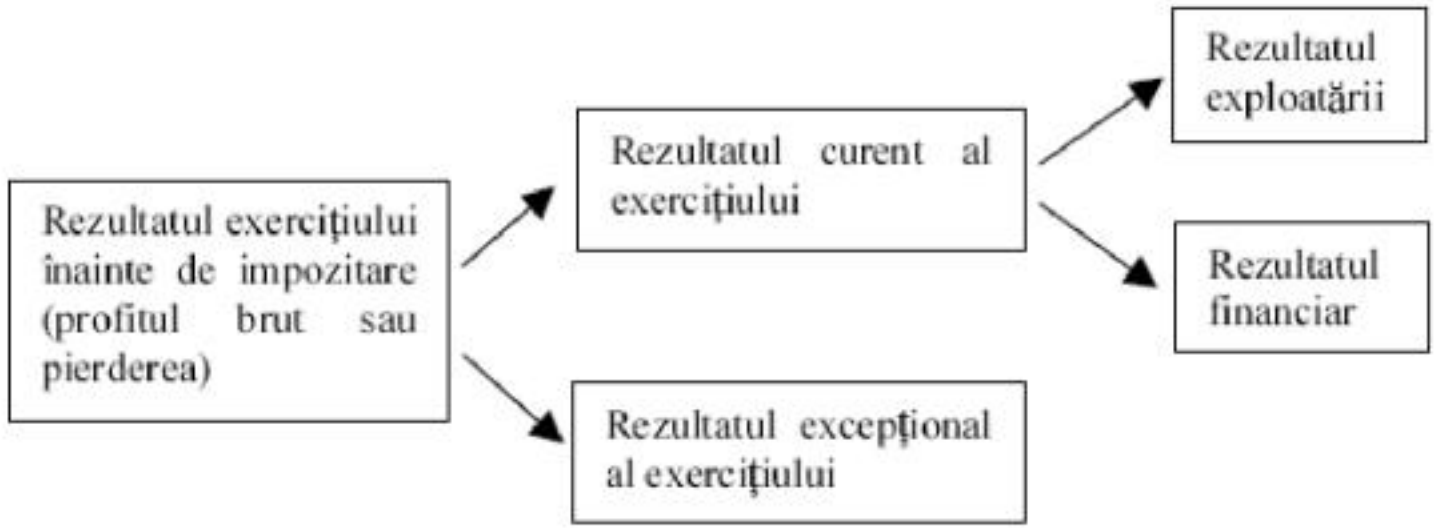


Fig.9.2. Structura rezultatului exercițiului înainte de impozitare

Rezultatul exercițiului înainte de impozitare (profit sau pierdere) se compune deci, din rezultatul curent al exercițiului şi rezultatul excepțional şi se determină ca diferență între veniturile totale şi cheltuielile totale ale firmei.

Rezultatul curent al exercițiului (format, la rândul lui, din rezultatul exploatării şi rezultatul financiar) se determină ca diferență între veniturile realizate din activitatea curentă (exploatare plus financiară) şi cheltuielile aferente activității curente (de exploatare şi financiară)

Rezultatul exploatării se obține ca diferență între veniturile din exploatare şi cheltuielile de exploatare.

Material cu drept de autor

Rezultatul financiar se obține ca diferență între veniturile financiare şi cheltuielile financiare.

Rezultatul excepțional al exercițiului se obține ca diferență între veniturile excepționale şi cheltuielile excepționale.

2. De asemenea, poate fi considerată şi analizată o structură similară şi pentru rezultatul net al exercițiului.

3. În cazul unei firme care desfăşoară activități de exploatare specifice mai multor domenii de activitate, poate fi determinată şi analizată o structură a rezultatului exercițiului (profit sau pierdere) pe domenii de activitate (industrie, construcții-montaj, transporturi de bunuri şi/sau persoane, agricultură, turism şi alimentație publică, comerț etc.).

În cazul oricăreia dintre variantele (modelele) de structurare a rezultatului exercițiului, analiza presupune:

- determinarea nivelului absolut al fiecărei componente;
- determinarea greutății specifice (ponderii) fiecărui element al profilului în masa totală a profitului;
- analiza evoluției în timp a structurii considerate (în special sub forma unor diferențe efectuate între nivelurile din perioada analizată şi nivelurile înregistrate în perioadele anterioare sau cele înregistrate de concurență);
- formularea de măsuri şi decizii menite să conducă la îmbunătățirea continuă a structurii rezultatului exercițiului.

Desigur că este eficient ca cea mai mare pondere în masa totală a profitului să o dețină profitul rezultat din activitatea de exploatare a firmei, respectiv profitul din activitatea de bază.

A. Analiza factorială a profitului, în statică şi comparată. O astfel de analiză presupune evidențierea factorilor care influențează asupra masei profitului (pierderii) şi a mărimii influențelor acestor factori.

În cadrul analizei factoriale a profitului pot fi luați în considerare următorii indicatori:

➔ Rezultatul exercițiului înaintea impozitării.
➔ Rezultatul exploatării.
➔ Rezultatul aferent cifrei de afaceri.

A. Analiza factorială a rezultatului exercițiului înaintea impozitării. În acest caz, poate fi folosit modelul multiplicativ bifactorial de forma:

$$P_r = \frac{P_r}{V_t} \times V_t; \qquad r^{P_r/V_t} . V_t$$

în care: P_r – rezultatul exercițiului înainte de impozitare (profitul brut); V_t – masa veniturilor totale ale firmei; r^{P_r/V_t} profitul brut ce revine la un leu venituri totale.

În modelul multiplicativ sunt puşi în evidență factorii de influență:

a. rata profitului, calculată în raport cu veniturile r^{P_r/V_t} - factor calitativ;

Material cu drept de autor

b. suma totală a veniturilor firmei (V_t) – factor cantitativ.

Pentru creşterea eficienței activității firmei este bine să fie respectată inegalitatea:

$$Ir^{P_r/V_t} > IV_t$$

în care: Ir^{P_r/V_t} - indicele de dinamică al ratei profitului calculată în raport cu veniturile totale; IV_t - indicele de dinamică a veniturilor totale ale firmei.

Pentru analiza comparată a profitului brut pe baza acestui model multiplicativ, pot fi folosite modificările relative (indicii) şi modificările absolute corespunzătoare:

1. $$I_{1/0}^{P_r} = \frac{P_{r_1}}{P_{r_0}} = \frac{r_1.V_{t_1}}{r_0.V_{t_0}} \begin{cases} I_{1/0}^{P_r} = \dfrac{r_1.V_{t_1}}{r_0.V_{t_1}} \\ I_{1/0}^{P_r} = \dfrac{r_0.V_{t_1}}{r_0.V_{t_0}} \end{cases}$$

$$I_{1/0}^{P_r} = I_{1/0}^{P_{r/r}} \times I_{1/0}^{P_r/V_t}$$

2. $$\Delta_{1/0}^{P_r} = P_{r_1} - P_{r_0} = (r_1V_{t_1} - r_0V_{t_0}) \begin{cases} \Delta_{1/0}^{P_r/r} = (r_1 - r_0).V_{t_1} \\ \Delta_{1/0}^{P_r/V_t} = r_0.(V_{t_1} - V_{t_0}) \end{cases}$$

$$\Delta_{1/0}^{P_r} = \Delta_{1/0}^{P_r/r} \times \Delta_{1/0}^{P_r/V_t}$$

În cazul unei firme care este structurată pe subunități sau pe domenii de activitate, pentru analiza comparată a rezultatului exercițiului înaintea impozitării, poate fi folosit modelul multiplicativ factorial:

$$\sum_{i=1}^{n} P_{r_i} = \sum_{i=1}^{n} r_i.V_{t_i} = \bar{r}.\sum_{i=1}^{n} V_{t_i} = \sum_{i=1}^{n} r_i.g_i^{V_t}.\sum_{i=1}^{n} V_t$$

în care: $r_i = P_{r_i} / V_{t_i} \Rightarrow P_{r_i} = r_i.V_{t_i}$ şi $\bar{r} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} P_{r_i}}{\sum_{i=1}^{n} V_{t_i}} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} r_i.V_{r_i}}{\sum_{i=1}^{n} V_{t_i}} = \sum_{i=1}^{n} r_i.g_i^{V_t}$

Oricare dintre cele trei modele multiplicative factoriale ale rezultatului exercițiului înaintea impozitării, poate fi folosit la efectuarea unei analize comparate a indicatorului menționat, în funcție de scopul analizei.

B. Analiza factorială a rezultatului exploatării. Pentru efectuarea unei astfel de analize pot fi construite şi folosite mai multe variante de modele ale profitului exploatării.

Material cu drept de autor

1. Dacă se iau în considerare factorii de influență:

➔ rata profitului de exploatare, calculată în raport cu veniturile din exploatare $(r^{P_{r_e}/V_e} = P_{r_e}/V_e)$;

➔ veniturile din exploatare ($\mathbf{V_e}$),

poate fi constituit şi analizat următorul model multiplicativ bifactorial al profitului de exploatare:

$$P_{r_e} = \frac{P_{r_e}}{V_e}.V_e = r^{P_{r_e}/V_e}.V_e$$

în care $r^{P_{r_e}/V_e}$ este factorul calitativ; $\mathbf{V_e}$ – reprezintă factorul cantitativ.

2. Dacă se iau în considerare factorii de influență:

➔ rata profitului de exploatare, calculată în raport cu veniturile de exploatare $(r^{P_{r_e}/V_e})$;

➔ rata veniturilor de exploatare, calculată în raport cu activele de exploatare $(r^{P_{r_e}/A_e} V_e/A_e)$

➔ masa activelor de exploatare (soldul mediu), A_e,

poate fi construit şi analizat următorul model multiplicativ trifactorial al profitului de exploatare:

$$P_{r_e} = \frac{P_{r_e}}{V_e}.\frac{V_e}{A_e}.A_e = r^{P_{r_e}/V_e}.r^{V_e/A_e}.A_e$$

în care $(r^{P_{r_e}/V_e})$ şi (r^{V_e/A_e}) sunt factorii calitativi, iar $\mathbf{A_e}$ reprezintă factorul cantitativ.

Pentru ca activitatea de exploatare a firmei să fie cât mai eficientă este bine să fie respectat şirul de inegalități:

$$Ir^{P_{r_e}/V_e} > Ir^{V_e/A_e} > IA_e$$

în care $Ir^{P_{r_e}/V_e}$, Ir^{V_e/A_e} şi IA_e reprezintă indicii de dinamică ai ratei profitului de exploatare calculată în raport cu veniturile din exploatare şi, respectiv, activelor de exploatare.

Pentru analiza comparată a profitului de exploatare va fi folosită metoda substituției în lanț (M.S.L.), respectiv sisteme de indici şi sisteme ale modificărilor absolute.

C. Analiza factorială a rezultatului aferent cifrei de afaceri. Cifra de afaceri reprezintă componenta principală a veniturilor din exploatare, iar rezultatul (profitul) aferent cifrei de afaceri este componenta cea mai importantă a rezultatului exercițiului.

Pentru analiza factorială, în statiscă şi comparată, a rezultatului aferent cifrei de afaceri pot fi folosite mai multe modele factoriale.

1. Dacă se iau în considerare factorii de influență:

Material cu drept de autor

➔ costul unitar complet (**c**);
➔ prețul unitar de vânzare (**p**);
➔ cantitatea producției fizice vândute ($\mathbf{q_v}$),

poate fi construit şi analizat următorul model al profitului (pierderii) aferent cifrei de afaceri:

$$P_r^{CA} = \sum_{i=1}^{n} q_{v_i} . p_i - \sum_{i=1}^{n} q_{v_i} . c_i = \sum_{i=1}^{n} q_{v_i} . (p_i - c_i)$$

unde P reprezintă profitul aferent cifrei de afaceri, iar n reprezintă numărul total de tipuri de produse (sau servicii) vândute (executate către terți).

Pentru creşterea eficienței activității firmei este de dorit să fie respectat şirul de inegalități:

$$I_c > I_p > I_{q_v}$$

adică dinamica nivelului costului unitar complet trebuie să devanseze dinamica prețului unitar de vânzare, care, la rândul ei, trebuie să devanseze dinamica producției fizice vândute.

Pentru analiza comparată a profitului aferent cifrei de afaceri pe baza modelului trifactorial se construiesc sistemele de analiză comparată:

a. sistemul de indici:

$$I_{1/0}^{CA} = \frac{P_{r_1}^{CA}}{P_{r_0}^{CA}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}} . (p_{i1} - c_{i1})}{\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i0}} . (p_{i0} - c_{i0})} \begin{cases} I_{1/0}^{P_r^{CA/c}} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}} . (p_{i1} - c_{i1})}{\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}} . (p_{i1} - c_{i0})} \\ I_{1/0}^{P_r^{CA/p}} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}} . (p_{i1} - c_{i0})}{\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}} . (p_{i0} - c_{i0})} \\ I_{1/0}^{P_r^{CA/q_v}} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}} . (p_{i0} - c_{i0})}{\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i0}} . (p_{i0} - c_{i0})} \end{cases}$$

Între cei patru indici de mai sus există relația de sistem:

$$I_{1/0}^{P_r^{CA}} = I_{1/0}^{P_r^{CA/c}} . I_{1/0}^{P_r^{CA/p}} . I_{1/0}^{P_r^{CA/q_v}}$$

b. sistemul modificărilor absolute:

Material cu drept de autor

$$\Delta_{1/0}^{P_r^{CA}} = P_{r_1}^{CA} - P_{r_0}^{CA} = \sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}}(p_{i1} - c_{i1}) - \sum_{i=1}^{n} q_{v_{i0}}(p_{i1} - c_{i1})$$

$$\Delta_{1/0}^{P_r^{CA/c}} = \sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}}(p_{i1} - c_{i1}) - \sum_{i=1}^{n} q_{v_{i0}}(p_{i1} - c_{i0})$$

$$\Delta_{1/0}^{P_r^{CA/p}} = \sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}}(p_{i1} - c_{i0}) - \sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}}(p_{i0} - c_{i0})$$

$$\Delta_{1/0}^{P_r^{CA/q_v}} = \sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}}(p_{i0} - c_{i0}) - \sum_{i=1}^{n} q_{v_{i0}}(p_{i0} - c_{i0})$$

Între cele patru modificări absolute există relația de sistem:

$$\Delta_{1/0}^{P_r^{CA}} = \Delta_{1/0}^{P_r^{CA/c}} + \Delta_{1/0}^{P_r^{CA/p}} + \Delta_{1/0}^{P_r^{CA/q_v}}$$

2. Dacă se iau în considerare factorii de influență:

➔ rata profitului, calculată în raport cu cifra de afaceri (factorul calitativ);

➔ mărimea cifrei de afaceri (factorul cantitativ),

poate fi construit şi analizat următorul model multiplicativ bifactorial al profitului aferent cifrei de afaceri:

$$P_r^{CA} = \frac{P_r^{CA}}{CA}.CA = r^{P_r/CA}.CA$$

Desigur că este eficient ca dinamica factorului calitativ să devanseze dinamica factorului cantitativ, adică:

$$Ir^{P_r/CA} > ICA.$$

3. Dacă se iau în considerare factorii de influență:

➔ rata profitului în raport cu cifra de afaceri $(r^{P_r/CA})$;

➔ rata cifrei de afaceri în raport cu producția marfă $(r^{P_r/P_{mf}})$;

➔ rata producției marfă în raport cu activele de exploatare (r^{P_{mf}/A_e})

➔ activele de exploatare (**A_e**) – soldul mediu,

poate fi construit şi analizat următorul model multiplicativ tetrafactorial al profitului aferent cifrei de afaceri:

$$P_r^{CA} = \frac{P_r^{CA}}{CA}.\frac{CA}{P_{mf}}.\frac{P_{mf}}{A_e}.A_e = r^{P_r/CA}.r^{CA/P_{mf}}.r^{P_{mf}/A_e}.A_e$$

Pentru ca activitatea firmei să fie cât mai eficientă trebuie respectat şirul de inegalități:

$$Ir^{P_r/CA} > Ir^{CA/P_{mf}} > Ir^{P_{mf}/A_e} > IA_e$$

Material cu drept de autor

adică dinamicele factorilor mai calitativi trebuie să le devanseze pe cele ale factorilor mai puțin calitativi.

4. Dacă se iau în considerare factorii de influență:

➔ rata profitului în raport cu cifra de afaceri $(r^{P_r/CA})$;

➔ rata cifrei de afaceri în raport cu producția marfă $(r^{P_r/P_{mf}})$;

➔ productivitatea muncii calculată în raport cu producția marfă $(W^{P_{mf}})$;

➔ numărul mediu de salariați (**T**);

poate fi construit şi analizat următorul model multiplicativ tetrafactorial al profitului aferent cifrei de afaceri:

$$P_r^{CA} = \frac{P_r^{CA}}{CA} \cdot \frac{CA}{P_{mf}} \cdot \frac{P_{mf}}{T} \cdot T = r^{P_r/CA} \cdot r^{CA/P_{mf}} \cdot W^{P_{mf}} \cdot T$$

Şi în acest caz, pentru o activitate mai eficientă a firmei, trebuie ca dinamicele factorilor mai calitativi să devanseze dinamicele factorilor mai puțin calitativi:

$$Ir^{P_r/CA} > Ir^{CA/P_{mf}} > IW^{P_{mf}} > IT$$

5. Dacă se iau în considerare factorii de influență:

➔ rata profitului în raport cu cifra de afaceri $(r^{P_r/CA})$;

➔ rata cifrei de afaceri în raport cu producția marfă $(r^{CA/P_{mf}})$;

➔ coeficientul de utilizare a mijloacelor fixe, calculat în raport cu producția marfă $(K_u^{P_{mf}})$;

➔ înzestrarea muncii cu capital fix (K_i);

➔ numărul mediu de salariați:

poate fi construit şi analizat următorul model multiplicativ pentafactorial al profitului aferent cifrei de afaceri:

$$P_r^{CA} = \frac{P_r^{CA}}{CA} \cdot \frac{CA}{P_{mf}} \cdot \frac{P_{mf}}{F} \cdot \frac{F}{T} \cdot T = r^{P_r/CA} \cdot r^{CA/P_{mf}} \cdot K_u^{P_{mf}} \cdot K_i \cdot T$$

Pentru ca activitatea firmei să fie cât mai eficientă trebuie respectat şirul de inegalități:

$$Ir^{P_r/CA} > Ir^{CA/P_{mf}} > IK_u^{P_{mf}} > IK_i > IT$$

6. Dacă se iau în considerare factorii de influență:

➔ venitul marginal $\mathbf{m = (p - c_v)}$, unde $\mathbf{c_v}$ reprezintă costul unitar variabil;

➔ producția fizică vândută ($\mathbf{q_v}$);

➔ totalul cheltuielilor fixe ale firmei ($\mathbf{C_f}$),

Material cu drept de autor

poate fi construit şi analizat următorul model trifactorial al profitului aferent cifrei de afaceri:

$$P_r^{CA} = \left(\sum_{i=1}^{n} q_{v_i} . p_i - \sum_{i=1}^{n} q_{v_i} . c_{v_i} \right) - C_f =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} q_{v_i} . (p_i - c_i) - C_f = \sum_{i=1}^{n} q_{v_i} . m - C_f$$

În urma unei analize calitative a celor trei factori de influență menționați rezultă următoarea ordonare după nivelul calitativ al factorilor: **m, C_f. q_v**.

Pentru ca activitatea firmei să fie cât mai eficientă trebuie respectat şirul de inegalități:

$$IP_r^{CA/m} > IP_r^{CA/C_f} > IP_r^{CA/q_v}$$

în care $IP_r^{CA/m}$ este indicele de dinamică factorial al profitului aferent cifrei de afaceri, calculat în raport cu factorul calitativ m; IP_r^{CA/C_f} - idem, calculat în raport cu factorul cantitativ C_f; IP_r^{CA/q_v} - idem, calculat în raport cu factorul cantitativ q_v.

În modelul trifactorial de mai sus, s-a apreciat că factorul cantitativ C_f este mai important, sub aspect calitativ, comparativ cu celălalt factor cantitativ, q_v.

Pe baza oricăruia din modelele factoriale ale profitului aferent cifrei de afaceri evidențiate mai sus, poate fi efectuată o analiză comparată a indicatorului menționat, pe total indicator şi pe factori de influență. Ca şi în alte cazuri, în cadrul unei analize comparate, se repereză cu cifra zero nivelul luat ca bază de comparație (nivelul din perioada precedentă, nivelul programat sau nivelul înregistrat de concurență), iar cu cifra 1 se repereză nivelul realizat în perioada analizată (nivelul comparat).

Pentru efectuarea unei analize factoriale în statică a rezultatului exercițiului se procedează la:

➔ identificarea şi evidențierea factorilor de influență:â;

➔ ordonarea calitativă a factorilor de influență (fie în ordinea descrescătoare a calității factorilor, fie în ordinea crescătoare a calității lor;

➔ cuantificarea factorilor de influență, respectiv cei reperați cu cifra zero şi cei reperați cu cifra 1;

➔ analiza calitativă sau cantitativă a eventualelor legături dintre factorii de influență.

Sursa principală de informații pentru determinarea nivelului rezultatului exercițiului o constituie fişa contului de profit şi pierdere, anexată la bilanțul contabil.

Material cu drept de autor

9.6.2. Analiza diagnostic pe baza ratelor de rentabilitate

9.6.2.1. Probleme generale privind ratele de rentabilitate

Rezultatele finale ale activității economico-financiare desfăşurată de o firmă se reflectă în profit şi rata rentabilității.

Rata rentabilității este o mărime relativă care exprimă gradul în care capitalul, în întregul său, capitalul propriu sau capitalul permanent, respectiv activele firmei, aduc profit sau excedent de exploatare.

În ansamblul indicatorilor economico-financiari, rata rentabilității se situează printre cei mai sintetici indicatori de eficiență ai activității firmei.

Indicatorul rata de rentabilitate, ca indicator de eficiență, poate căpăta forme diferite, după cum se ia în considerare profitul brut sau net, marja comercială, excedentul de exploatare – la numărător sau după cum se schimbă baza de raportare, care exprimă efortul sau cheltuiala (resurse consumate, volumul producției vândute exprimată în prețuri de vânzare, mărimea activelor firmei etc.).

Diferitele modele de exprimare ale ratei rentabilității au putere informațională diferită, oglindind eficiența diferitelor laturi ale activității economico-financiare a firmei. Indicatorii construiți în funcție de capitalul avansat sau angajat exprimă, predominant, interesele investitorilor, în timp ce indicatorii construiți pe baza resurselor consumate exprimă, predominant, interesele firmei.

În general, ratele de rentabilitate se determină ca raport între efectele economice şi financiare obținute (diferite marje de acumulare) şi eforturile depuse pentru obținerea lor (activ total, capital investit, capital economic etc.).

Ratele de rentabilitate măsoară rezultatele obținute în raport cu activitatea firmei (rentabilitatea comercială) şi a mijloacelor economice (rentabilitate economică) sau financiară (rentabilitate financiară).

Ratele de rentabilitate se exprimă în unități simple sau în procente.

9.6.2.2. Analiza ratelor rentabilității comerciale

Ratele de rentabilitate comercială reflectă randamentul, aportul diferitelor stadii ale activității firmei la formarea rezultatului economico-financiar. Ele se determină ca raport între marjele de acumulare (marja comercială, excedentul brut de exploatare, rezultatul exercițiului) şi cifra de afaceri sau valoarea adăugată.

În literatura de specialitate şi în practica economică sunt abordate şi analizate mai multe variante de rate ale rentabilității comerciale, în funcție de specificul firmei şi de scopul analizei.

1. Rata marjei comerciale, utilizată îndeosebi de firmele cu activitate comercială. Pentru determinarea nivelului acestui indicator poate fi folosită relația:

Material cu drept de autor

$$\textbf{Rata marjei comerciale} = \frac{\textbf{Marja comercială}}{\textbf{Vânzări de mărfuri}}$$

Această rată pune în evidență strategia comercială a firmei analizate. Astfel, o marjă comercială (adaos comercial) redusă (insuficientă) implică cheltuieli generale riguroase şi, deci, recurgerea la forme de distribuire a mărfurilor care permit reducerea costurilor privind personalul şi economii la cheltuieli de transport, stocare etc. Din contră, o marjă comercială ridicată reclamă cheltuieli generale sporite şi, deci, servicii mai bune cu clienții.

De asemenea, rata marjei comerciale reflectă influența constrângerilor pieței şi a politicii prețurilor de vânzare. Astfel, o creştere a ratei comerciale, însoțită de o diminuare a vânzărilor (cifrei de afaceri), relevă faptul că firma încearcă să-şi mențină marjele promovând o politică de prețuri înalte. Dimpotrivă, o rată a marjei comerciale în scădere, însoțită de o creştere accentuată a vânzărilor (cifrei de afaceri), evidențiază faptul că firma preferă reducerea prețurilor de vânzare în scopul cuceririi unui nou segment de piață. Iar în cazul în care creşterea ratei marjei comerciale este însoțită de o creştere a cifrei de afaceri, este pus în evidență faptul că firma se află într-o situație favorabilă, respectiv prin introducerea pe piață a unor produse cu performanțe superioare sau prin ocuparea pe piață a unei poziții concurente „forte".

2. Rata excedentului brut de exploatare măsoară nivelul rezultatului brut de exploatare, în raport cu cifra de afaceri, indiferent de politica financiară, politica de investiții, de incidența fiscalității şi a elementelor excepționale. Nivelul acestui indicator poate fi determinat pe baza relației:

$$r_{EBE} = \frac{EBE}{CA}$$

în care: $\mathbf{r_{EBE}}$ – rata excedentului brut de exploatare; **EBE** – excedentul brut de exploatare; **CA** – cifra de afaceri.

Această rată de rentabilitate comercială relevă aptitudinea proprie a firmei de a degaja profit.

O valoare ridicată a ratei **EBE** reflectă posibilitatea financiară de reînnoire rapidă a echipamentelor de exploatare ale firmei. O ameliorare a ratei **EBE** evidențiază o creştere a productivității, în măsura în care rata nu constituie simpla consecință a creşterii ratei marjei comerciale, iar scăderea ei, în raport cu o rată a marjei comerciale stabilă, dovedeşte o împovărare referitoare la costurile de exploatare.

3. Rata marjei brute şi nete generală exprimă eficiența globală a firmei, respectiv capacitatea sa de a realiza profit şi de a rezista concurenței.

Mărimea acestei rate a rentabilității comerciale poate fi determinată în două variante, şi anume:

3.1. Rata marjei brute:

$$\mathbf{r_{mb}} = \frac{\textbf{Rezultatul exercițiului înainte de impozitare}}{\textbf{Cifra de afaceri}}$$

Material cu drept de autor

3.2. Rata marjei nete:

$$r_{mn} = \frac{\textbf{Rezultatul net al exercițiului}}{\textbf{Cifra de afaceri}}$$

Această rată prezintă facilități de calcul, întrucât nu presupune o pregătire prealabilă a datelor, fiind recomandată în analizele financiare vizând perioade scurte, dar şi întreprinderi mici. Această recomandare este justificată de faptul că rezultatul global al exercițiului (brut sau net) nu exprimă în exclusivitate un rezultat de exploatare, ci el poate fi generat şi de unele operații de dezinvestire (operații excepționale) sau plasamente financiare. De aceea, pentru perioade mai lungi şi în special în cazul marilor unități economice, evaluarea activității de exploatare (comercială, industrială, agricolă, de construcții-montaj, de transport, de turism etc.) este bine să fie făcută cu ajutorul unei rate privind rentabilitatea exploatării, respectiv pe baza rezultatului net al exploatării.

4. Rata marjei de exploatare sau rata privind rentabilitatea exploatării pune în evidență eficiența activității de exploatare sub toate aspectele: productiv, comercial şi administrativ.

Nivelul ratei marjei de exploatare poate fi determinat în două variante, şi anume:

4.1. Rata marjei brute de exploatare:

$$r_{cb} = r_{mbe} = \frac{\textbf{Rezultatul exploatării înainte de impozitare}}{\textbf{Cifra de afaceri}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{v_i} \cdot p_i - \sum_{i=1}^{n} q_{v_i} \cdot c_i}{\sum_{i=1}^{n} q_{v_i} \cdot p_i}$$

în care $\mathbf{r_{cb} = r_{mbe}}$ – rata marjei brute de exploatare; $\mathbf{q_{vi}}$ – producția fizică (serviciile) vândută din produsul sau serviciul **i**; $\mathbf{c_i}$ – costul unitar complet al produsului sau serviciului cu indexul **i**; $\mathbf{p_i}$ – prețul unitar de vânzare pentru produsul sau serviciul cu indexul **i**; $\mathbf{\Sigma q_{vi}.p_i = CA}$ – cifra de afaceri; **n** – numărul total de tipuri de produse sau servicii vândute (executate pentru terți) în perioada analizată.

Analizând rata rentabilității comerciale de la 4.1, rezultă că nivelul ei este determinat de următorii trei factori de influență:

➔ costul unitar complet (c_i) – factorul cel mai calitativ;

➔ prețul unitar de vânzare (p_i) – factor calitativ considerat ca fiind mai puțin dependent de eforturile firmei, comparativ cu c_i;

➔ volumul producției fizice vândute (q_{vi}) – factorul cantitativ.

Pentru analiza comparată a ratei rentabilității comerciale de la 4.1, ca de altfel, a tuturor ratelor de rentabilitate, este mai eficient, mai practic şi mai sugestiv să se efectueze o analiză doar pe baza modificărilor efectuate prin intermediul diferențelor dintre nivelul din perioada analizată şi nivelul luat

Material cu drept de autor

drept bază de comparație şi nu pe baza indicilor statistici, întrucât ratele de rentabilitate reprezintă, aşa cum s-a precizat, nişte mărimi relative.

Deci, pentru rata rentabilității comerciale de la 4.1 (rata marjei brute de exploatare) poate fi construit şi analizat următorul sistem al modificărilor efectuate pe baza diferențelor.

$$\Delta_{1/0}^{cb} = r_{c_1} - r_{c_0} = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}} p_{i1} - \sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}} c_{i1}}{\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}} p_{i1}} - \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i0}} p_{i0} - \sum_{i=1}^{n} q_{v_{i0}} c_{i0}}{\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i0}} p_{i0}}$$

$$\Delta_{1/0}^{r_c/c_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}} p_{i1} - \sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}} c_{i1}}{\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}} p_{i1}} - \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}} p_{i1} - \sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}} c_{i0}}{\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}} p_{i1}}$$

$$\Delta_{1/0}^{r_c/p_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}} p_{i1} - \sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}} c_{i0}}{\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}} p_{i1}} - \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}} p_{i0} - \sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}} c_{i0}}{\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}} p_{i0}}$$

$$\Delta_{1/0}^{r_c/q_{vi}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}} p_{i0} - \sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}} c_{i0}}{\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}} p_{i0}} - \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}} p_{i0} - \sum_{i=1}^{n} q_{v_{i0}} c_{i0}}{\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i0}} p_{i0}}$$

Desigur că, în conformitate cu metoda substituției în lanț (MSL), între cele patru diferențe realizate prin diferențe există o relație de sistem:

$$\Delta_{1/0}^{r_c} = \Delta_{1/0}^{r_c/c_i} + \Delta_{1/0}^{r_c/p_i} + \Delta_{1/0}^{r_c/q_{vi}}$$

4.2. Rata marjei nete de exploatare:

$$\mathbf{r_{cn} = r_{mne}} = \frac{\textbf{Rezultatul net al exploatării}}{\textbf{Cifra de afaceri}} =$$

$$= \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} q_{v_i} \cdot p_i - \sum_{i=1}^{n} q_{v_i} \cdot c_i\right) \cdot (1-K)}{\sum_{i=1}^{n} q_{v_i} \cdot p_i}$$

unde: K reprezintă cota (coeficientul) de impozitare a profitului.

Material cu drept de autor

În cazul ratei rentabilității comerciale de la 4.2, nivelul indicatorului respectiv este determinat, pe lângă cei trei factori de influență menționați la 4.1 (c_i, p_i şi q_{vi}) şi de mărimea factorului K, explicitat mai sus.

Deci, pentru analiza comparată a ratei rentabilității comerciale de la 4.2, urmează a fi luați în considerare aceşti patru factori de influență, ordonați astfel: c_i, p_i, K_i, q_{vi} (în ordinea descrescătoare a calității lor). În acest sens, poate fi construit şi analizat următorul sistem al modificărilor realizate prin diferențe:

a. Modificarea generală a ratei marjei nete de exploatare (pe total indicator):

$$\Delta_{1/0}^{r_{cn}} = r_{cn1} - r_{cn0} =$$

$$= \frac{(1-K_1)\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}}(p_{i1}-c_{i1})}{\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}} p_{i1}} - \frac{(1-K_0)\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i0}}(p_{i0}-c_{i0})}{\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i0}} p_{i0}}$$

b. Cuantificarea influenței factorului calitativ c_i:

$$\Delta r_{cn}^{c_i} = \frac{(1-K_1)\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}}(p_{i1}-c_{i1})}{\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}} p_{i1}} - \frac{(1-K_0)\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}}(p_{i1}-c_{i0})}{\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}} p_{i1}}$$

c. Cuantificarea influenței factorului p_i:

$$\Delta r_{cn}^{p_i} = \frac{(1-K_1)\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i0}}(p_{i1}-c_{i0})}{\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}} p_{i1}} - \frac{(1-K_1)\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}}(p_{i0}-c_{i0})}{\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}} p_{i0}}$$

d. Cuantificarea influenței factorului calitativ K_i:

$$\Delta r_{cn}^{K} = \frac{(1-K_1)\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}}(p_{i0}-c_{i0})}{\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}} p_{i0}} - \frac{(1-K_0)\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}}(p_{i0}-c_{i0})}{\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}} p_{i0}}$$

e. Cuantificarea influenței factorului cantitativ q_{vi}:

$$\Delta r_{cn}^{q_{vi}} = \frac{(1-K_0)\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}}(p_{i0}-c_{i0})}{\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i1}} p_{i0}} - \frac{(1-K_0)\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i0}}(p_{i0}-c_{i0})}{\sum_{i=1}^{n} q_{v_{i0}} p_{i0}}$$

Material cu drept de autor

Între cele cinci modificări prin diferențe ale ratei marjei nete de exploatare se verifică relația de sistem al modificărilor prin diferențe:

$$\Delta_{1/0}^{r_{cn}} = \Delta_{cn}^{c_i} + \Delta_{cn}^{p_i} + \Delta_{cn}^{K} + \Delta_{cn}^{q_{vi}}$$

5. Rata marjei asupra valorii adăugate reflectă rezultatul brut de care dispune firma după deducerea cheltuielilor de exploatare (consumuri şi cheltuieli de personal) pentru un leu (sau 100 lei) valoare adăugată, conform relației:

$$r_{mva} = \frac{EBE}{VAB} \quad sau \quad r_{mva}\% = \frac{EBE}{VAB} \times 100$$

în care r_{mva} este rata marjei asupra valorii adăugate; EBE – excedentul brut de exploatare; VAB – valoarea adăugată brută.

Desigur că toate ratele de rentabilitate comercială pot fi exprimate fie în unități simple, fie în procente. Exprimarea finală în procente este mai sugestivă, iar pe parcursul efectuării unor calcule bazate pe ratele de rentabilitate (de orice natură ar fi ratele de rentabilitate) este indicată exprimarea în unități simple.

9.6.2.3. Analiza ratelor rentabilității economice

Ratele de rentabilitate economică vizează, în esență, eficiența capitalului economic alocat activității de exploatare a firmei. Relația cea mai generală care se foloseşte pentru calculul ratei de rentabilitate economică este:

$$\mathbf{r_e = \frac{Rezultatul\ economic}{Activ\ total\ (sau\ o\ parte\ din\ activul\ total)}}$$

În exprimarea rentabilității economice, la numărătorul fracției se poate utiliza fie rezultatul exploatării (profitul din activitatea de exploatare), fie excedentul global de exploatare sau excedentul brut de exploatare, iar la numitor activul total sau o parte a acestuia. Activul total sau capitalul angajat, cuprinde capitalul economic, imobilizările în afara exploatării şi financiare, nevoia de fond de rulment în afara exploatării şi disponibilitățile băneşti, în timp ce capitalul investit, parte a activului total, cuprinde doar capitalul economic şi imobilizările în afara exploatării.

Capitalul economic cuprinde imobilizările utilizate în firmă pentru activitatea sa de exploatare şi nevoia de fond de rulment, deci, el reflectă o parte a mijloacelor economice ale firmei.

Rezultă că rata rentabilității economice poate fi exprimată în mai multe variante.

1. Rata rentabilității activelor totale sau a capitalului angajat:

$$r_e^{AT} = \frac{EG}{AT} = \frac{EG}{K_{ang}} = \frac{VAB + S - IT - C_s}{K_{perm} + D_s}$$

Material cu drept de autor

în care r_e^{AT} este rata rentabilității activului total; AT – activele totale ale firmei; K_{ang} – capitalul angajat al firmei (sau activul total); K_{perm}(sau K_p) – capitalul permanent; D_s – datorii pe termen scurt; EG – excedentul global (inclusiv subvențiile); VAB – valoarea adăugată brută; S - subvenții acordate de stat pentru creşteri de prețuri şi tarife; IT – impozite şi taxe datorate – total (inclusiv impozitul pe profit); C_s – cheltuieli salariale.

2. Rata rentabilității activelor totale calculate pe baza rezultatului exercițiului neafectat de cheltuielile cu dobânzile şi de impozitul pe profit (P_r^*).

$$r_e^{P_r^*/AT} = \frac{P_R^*}{AT} = \frac{\text{Rezultatul (net al) exercițiului + cheltuieli cu dobânda + impozit pe profit}}{\text{Activ total}}$$

3. Rata rentabilității economice, calculată ca raport între excedentul brut de exploatare (EBE) şi capitalul economic (KE) sau ca raport între rezultatul corectat al exploatării $P_{r.e}^*$ şi capitalul economic (KE).

3.1.

$$r_e^{EBE/KE} = \frac{EBE}{KE} = \frac{VAB - IT - C_s}{KE}$$

3.2.

$$r_e^{P_{r.e}^*/AT} = \frac{P_{r.e}^*}{KE} = \frac{\text{Rezultatul (brut al) exploatări + cheltuieli cu dobânda}}{\text{Capitalul economic}}$$

în care: VAB este valoarea adăugată brută; IT – total impozite şi taxe datorate (inclusiv impozitul pe profit); $P_{r.e}^*$ - rezultatul (brut al) exploatării plus cheltuielile cu dobânzile; C_s – cheltuieli salariale.

În ceea ce priveşte capitalul economic (care se confundă, practic, cu activele imobilizate şi circulante de exploatare), acesta este compus din activele imobilizate folosite în activitatea de exploatare (adică activele imobilizate corporale şi necorporale supuse amortizării) şi necesarul de fond de rulment. Poate fi determinat capitalul economic brut sau net, după cum acesta include sau nu include şi amortizarea (activelor imobilizate corporale şi necorporale supuse amortizării) şi provizioanele aferente acesteia.

Capitalul economic este folosit tot mai mult la calculul ratelor de rentabilitate economică în cadrul economiilor din țările dezvoltate.

În țările cu o economie dezvoltată, rata rentabilității economice calculată pe baza EBE şi a KE (brut) este mai mare decât 25%, ceea ce înseamnă că maximum patru ani firma îşi poate reînnoi capitalurile angajate în activitatea de exploatare, prin excedentul său brut de exploatare.

Material cu drept de autor

În cadrul economiei româneşti, care înregistrează durate medii de rotație ale activelor economice mult mai mari de patru ani, pragul minim al rentabilității economice va fi mult mai mic decât cel din economiile occidentale.

$$\frac{EG}{AT}=\frac{EG}{CA}\times\frac{CA}{AT}\ sau\ \frac{EBE}{KE}=\frac{EBE}{CA}\times\frac{CA}{KE}$$

în care (**EG/AT**), (**EBE/KE**) sunt variante ale ratei marjei brute de acumulare.

Deci, se poate afirma că rata rentabilității economice este dată de produse dintre rata rentabilității comerciale (**EG/AT**), sau (**EBE/KE**) şi randamentul sau productivitatea mijloacelor economice (**CA/AT**) sau (**CA/KE**).

4. Rata rentabilității resurselor consumate este o altă variantă de rată a rentabilității economice (această rată de rentabilitate poate fi încadrată şi la ratele de rentabilitate comercială) şi ea se determină ca raport între rezultatul brut al exploatării şi costul resurselor consumate în activitatea de exploatare:

$$r_{rc}=\frac{P_{r.e}}{P_{es.cons.}}=\frac{\sum_{i=1}^{n}q_{vi}.p_i-\sum_{i=1}^{n}q_{vi}.c_i}{\sum_{i=1}^{n}q_{vi}.c_i}=\frac{P_{R.E}^{ca}}{Chelt.aferente\ CA}$$

Se observă că rata rentabilității resurselor consumate este determinată de trei factori de influență şi anume:

➔ costul unitar complet (c_i) – factorul cel mai calitativ;

➔ prețul unitar de vânzare (exclusiv TVA), notat cu p_i (factor calitativ);

➔ cantitatea de produse şi servicii vândute (q_{vi}), factorul cantitativ.

În literatura de specialitate se apreciază că rata rentabilității resurselor consumate poate să varieze între 9÷15%, în funcție de activitate.

Rata rentabilității economice trebuie să depăşească, în mod necesar, rata inflației, pentru ca firma să-şi poată recupera integral eforturile depuse pentru desfăşurarea activității, menținându-şi astfel activul său economic.

În condiții de inflație, în cadrul analizelor economico-financiare se pune problema determinării şi a ratei rentabilității economice în termeni reali (rata reală a rentabilității economice).

Pentru determinarea ratei rentabilității economice reale se poate porni de la relația lui Fisher, care exprimă legătura dintre rata nominală a rentabilității economice ($r_{e.n.}$), rata reală a rentabilității economice ($r_{e.r.}$) şi rata inflației (r_i):

$$(1+r_{e.n.})=(1+r_{e.r.}).(1+r_i)$$

Din relația de mai sus rezultă:

Material cu drept de autor

$$1+r_{e.n}=1+r_{e.r}+r_i+r_i+r_{e.r}\Rightarrow r_{e.n}=r_{e.r}+r_{e.i}+r_i+r_{e.r}=$$
$$=r_i+r_{e.r}\cdot(1+r_i)$$

respectiv

$$r_{e.r}=\frac{r_{e.n}-r_i}{1+r_i}$$

Pentru o inflație controlată şi normală, ce nu depăşeşte 10%, termenul $r_i.r_{e.r}$ poate fi neglijat, iar relația $r_{e.r}$ devine:

$$r_{e.r}=r_e-r_i$$

Astfel, pentru o firmă occidentală o rată nominală a rentabilității economice de 25%, în condițiile unei inflații de 5%, reprezintă, în termeni reali, un procent de numai 20%.

9.6.2.4. Analiza ratelor de rentabilitate financiară

Rentabilitatea financiară reflectă capacitatea firmei de a degaja profit brut sau net prin folosirea capitalurilor proprii.

Rentabilitatea financiară reflectă, pe de altă parte, scopul final al acționarilor unei firme, exprimat prin rata de renumerare a investiției de capital făcută de aceştia în procurarea acțiunilor firmei sau a reinvestirii totale sau parțiale a profiturilor ce le revin de drept. De aceea, la numitorul raportului vor figura capitalurile proprii sau părți ale acestora, sub forma unor mărimi (solduri) medii. La numărător figurează, de obicei, rezultatul net al exploatării sau cel al exercițiului (profitului net) sau rezultatul curent înainte de impozitare, care prezintă, în raport cu profitul net al exploatării, avantajul de a fi mai apropiat de realitatea financiară, întrucât elimină incidența activității excepționale (rezultatul curent este dat de rezultatul exploatării plus rezultatul financiar).

Pentru determinarea mărimilor ratelor de rentabilitate financiară, pot fi utilizate următoarele relații generale, în funcție de indicatorii utilizați la numărătorul raportului:

$$\textbf{Rata rentabilității financiare nete}=\frac{\textbf{Rezultatul net al exercițiului}}{\textbf{Capitaluri proprii}}$$

$$\textbf{Rata rentabilității financiare înainte de impozitare}=\frac{\textbf{Rezultatul curent înainte de impozitare}}{\textbf{Capitaluri proprii}}$$

$$\textbf{Randamentul capitalurilor proprii}=\frac{\textbf{Dividende}}{\textbf{Capitaluri proprii}}$$

Ținând seama de cele trei relații generale ale ratelor de rentabilitate financiară, în literatura de specialitate şi în practica economico-financiară

Material cu drept de autor

sunt propuse şi folosite mai multe variante ale ratelor de rentabilitate financiară.

1. Rata de rentabilitate a capitalului propriu, determinată pe baza profitului net al exercițiului este rata de rentabilitate financiară folosită cel mai frecvent. Nivelul ei se determină pe baza relației:

$$r_{f_1} = \frac{P_{r.n}}{K_{pr}}$$

în care: r_{f_1} este rata rentabilității financiare; $P_{r.n}$ – rezultatul net al exercițiului; K_{pr} – capitalul propriu.

Ca şi rentabilitatea economică şi cea comercială, rentabilitatea financiară, exprimată prin relația de mai sus, poate fi descompusă pe factori de influență:

$$r_{f_1} = \frac{P_{r.n}}{CA} \times \frac{CA}{K_{pr}}, \quad sau \quad r_{f_1} = \frac{P_{r.n}}{CA} \times \frac{CA}{AT} \times \frac{PT}{K_{pr}} = \frac{P_{r.n}}{AT} \times \frac{PT}{K_{pr}}$$

în care r_{f_1}, $P_{r.n}$, K_{pr} – semnificațiile date anterior; CA – cifra de afaceri; AT – activul total; PT – pasivul total; $P_{r.n}/CA$ – rata marjei nete de acumulare (rata de rentabilitate comercială); $CA / K_{pr} = V_r^{K_{pr}}$ - rotația capitalurilor proprii; $CA / AT = V_r^{AT}$ - rotația activului total; PT/K_{pr} – rata globală de îndatorare; P_m/AT – rentabilitatea economică.

Rezultă, deci, că rata rentabilității financiare este dată de produsul dintre rata rentabilității economice şi rata globală de îndatorare.

Deci, rata rentabilității financiare, având originea în rentabilitatea economică, va fi determinată de aproximativ aceeaşi factori de influență, respectiv:

➔ rata marjei nete de acumulare ($P_{r.n}/CA$), care poate fi considerat factor cantitativ şi care măsoară profitabilitatea firmei, fiind indicator de politică de exploatare (de politică economică);

➔ rotația capitalului total (CA/AT), considerat factor calitativ, reprezentând structura financiară şi deci politica de finanțare:

➔ rata globală de îndatorare (PT/K_{pr}), factor calitativ, reprezentând structura financiară şi deci politica de finanțare.

Diferența dintre rentabilitatea economică şi cea financiară se datorează politicii de finanțare promovată de firmă. Astfel, la rentabilități economice egale, rentabilitatea financiară va fi diferită, după cum firma se finanțează cu fonduri proprii sau împrumutate. Această diferență provine din dublul joc al cheltuielilor financiare şi al impozitului pe profit.

Pentru a evidenția aceste aspecte se va recurge la o altă descompunere a ratei rentabilității financiare, pornindu-se de la rata rentabilității economice dată de relația:

Material cu drept de autor

$$\mathbf{r_e} = \frac{\textbf{Rezultatul corectat al exercițiului}}{\textbf{Activul total}} = \left| \frac{P_r^*}{AT} \right.$$

de unde: $P_r^* = r_e.AT$, unde P_r^* reprezintă rezultatul exercițiului neafectat de cheltuielile cu dobânzile şi de impozitul pe profit.

Pentru simplificare, se admite ipoteza potrivit căreia profitul net ($P_{r.n}$), adică rezultatul net al exercițiului corectat cu dobânzile (Dob) la capitalurile împrumutate şi cu impozitul pe profit:

$$P_{r.n} = (P_r^* - Dob).(1-K)$$

unde K reprezintă cota (coeficientul) de impozitare a profitului.

Întrucât activul total este finanțat integral din capitalurile proprii şi cele împrumutate, se poate scrie:

$$P_r^* = r_e.(K_{pr} + D) = r_e.AT$$

unde: D reprezintă capitalurile împrumutate (datoriile) totale.

Mărimea dobânzii, ca remunerare la capitalurile împrumutate la un nivel dat al ratei dobânzii, rezultă din relația:

Dob = D.r_d

în care: Dob este mărimea absolută a dobânzii; r_d – rata medie a dobânzii.

În aceste condiții, rata rentabilității financiare devine:

$$r_{f_1} = \frac{P_{r.n}}{K_{pr}} = \frac{(P_r^* - Dob).(1-K)}{K_{pr}} = \frac{(r.AT - D.r_d).(1-K)}{K_{pr}} =$$

$$= \frac{\left[r.(K_{pr} + D) - D.r_d\right](1-K)}{K_{pr}}$$

de unde:

$$r_{f_1} = \left[r_e.\left(1 + \frac{D}{K_{pr}}\right) - \frac{D.r_d}{K_{pr}} \right].(1-K) = [r_e + \underbrace{(r_e - r_d)\frac{D}{K_{pr}}}_{\substack{efectul\ de\ levier \\ al\ îndatorării}}](1-K)$$

$$= [r_e + efectul\ de\ levier\ al\ îndatorării].(1-K)$$

În relația de mai sus, a ratei rentabilității financiare, termenul ($r_e - r_d$) este denumit „levier", iar termenul D/K_{pr} – „brațul levierului".

Dacă levierul ($r_e - r_d$) este pozitiv, rentabilitatea financiară va fi atât de mare, cu cât îndatorarea va fi mai mare (fiecare procent de creştere a îndatorării va determina o creştere a ratei rentabilității financiare cu diferența dintre r_e% şi r_d%, unde r_e% şi r_d% reprezintă mărimea ratei rentabilității economice şi respectiv a ratei dobânzii exprimate în procente). Firma are, în

Material cu drept de autor

acest caz, interesul să se împrumute la maximum, pentru a beneficia de mărimea pozitivă a efectului de levier.

Dacă levierul ($r_e - r_d$) este negativ, creşterea îndatorării firmei are efect nefavorabil asupra rentabilității financiare, astfel încât, cu fiecare procent de creştere a îndatorării, rentabilitatea financiară se va diminua cu diferența ($r_e\% - r_d\%$). Îndatorarea are, în acest caz, „efect de măciucă", determinând scăderea rentabilității capitalurilor proprii. În această situație, îndatorarea este păgubitoare.

Relația fundamentală a ratei rentabilității financiare prezentată anterior evidențiază şi efectul fiscalității asupra rentabilității financiare. Astfel, dacă firma este profitabilă, fiscalitatea (impozitul pe profit) atenuează efectul pozitiv al levierului. Dimpotrivă, dacă activitatea de exploatare a firmei este neprofitabilă, fiscalitatea nu influențează rentabilitatea financiară, respectiv, în acest caz – cota de impozitare a profitului este nulă (K = 0) şi relația ratei rentabilității financiare devine:

$$r_f = r_e + (r_e - r_d)\frac{D}{K_{pr}}$$

iar îndatorarea are o influență negativă asupra rentabilității capitalurilor proprii. Acest efect nefavorabil apare întrucât rata dobânzii se menține, în principiu, la nivelul contractual prestabilit, în timp ce rata rentabilității economice înregistrează niveluri scăzute. În caz de dificultate, firma îndatorată este expusă pierderilor severe, ca urmare a cheltuielilor financiare mari de plată. Se constată, în acest caz, că riscul financiar este cu atât mai mare cu cât firma este mai îndatorată.

În ceea ce priveşte categoria denumită capital economic (KE), definit ca sumă a activelor imobilizate folosite în activitatea de exploatare şi nevoia de fond de rulment, aceasta este folosită tot mai frecvent în literatura de specialitate, ea fiind sinonimă cu activul economic (de exploatare) al firmei.

Aplicație. Se consideră două firme, A şi B, pentru care sunt furnizate informațiile din tabelul 9.5 în ipoteza absenței impozitului pe profit.

Tabelul 9.5

Nr. crt.	Indicatori	Simbol	Firma A	Firma B
1	Total active	AT	2000	2000
2	Rezultatul exercițiului înaintea deducerii cheltuielilor cu dobânzile şi a impozitului pe profit – mii u.m.	P_r^*	380	380
3	Rata rentabilității economice $(r_e = P_r^* / AT)$	$r_e\%$	19	19
4	Capitaluri proprii – mii u.m.	K_{pr}	2000	800
5	Datorii totale (împrumuturi) – mii u.m.	D	-	1200
6	Cheltuieli cu dobânzile: Dob = D.r_d; r_d=0,15 mii u.m.	Dob	-	180

Material cu drept de autor

7	Rezultatul exercițiului după deducerea cheltuielilor cu dobânzile – mii u.m.	$P_{r.n}$	380	200
8	Rata rentabilității financiare $r_{f1} = (P_{r.n}/K_{pr})$, în %	r_{f1}%	19	25

$$r_{f_1/B} = r_e + (r_0 - r_d)\frac{D}{K_{pr}} = 0{,}19 + (0{,}19 + 0{,}15)\frac{1200}{800} = 0{,}25$$

Firma B, apelând la împrumuturi în procente de 60% din totalul activelor pentru nevoile de finanțare a activelor totale, a avut o rată a rentabilității financiare mai mare (25%), comparativ cu firma A (19%), care nu a recurs decât la capitalurile proprii.

Desigur că, în lipsa datoriilor, rata rentabilității financiare este egală cu rata rentabilității economice (dacă firma nu realizează profit impozabil) adică:

$$r_{f_1} = r_e$$

În cazul în care se ia în considerare şi impozitul pe profit, spre exemplu K% = 20%, rezultă:

$$r_{e/A}\% = 19\% \qquad r_{e/B}\% = 19\%$$

$$r_{f_1}\%/A = \frac{P_{r.n}}{K_{pr}}100 = \frac{304}{2000}100 = 15{,}2\%$$

$$r_{f_1}/B = \left[r_e + (r_e - r_d)\frac{D}{K_{pr}}\right](1-K) =$$

$$= \left[0{,}19 + (0{,}19 + 0{,}15)\frac{1200}{800}\right](1 - 0{,}20) = 0{,}25.0{,}80 = 0{,}20$$

sau

$$r_{f_1}\%/B = 20\%$$

Se poate observa că, în cazul firmelor care nu se împrumută (nu contractează credite de exploatare), pentru calculul ratei rentabilității financiare poate fi folosită expresia:

$$r_{f_1} = \frac{P_{r.n}}{K_{pr}}$$

iar în cazul firmelor care contractează credite, rata rentabilității financiare se va calcula după relația echivalentă cu cea anterioară:

$$r_{f_1} = \left[r_e + (r_e - r_d)\frac{D}{K_{pr}}\right](1-K)$$

Material cu drept de autor

2. Rata rentabilității financiare calculată în raport cu capitalul social:

$$r_{f_2} = \frac{P_{r.n}}{K_s}$$

în care: r_{f_2} - rata rentabilității financiare; $P_{r.n}$ – rezultatul net al exercițiului; K_s – capital social.

Se apreciază că, în cazul unei activități de exploatare eficientă $r_{f_2} > 1$.

3. Rata rentabilității financiare calculată în raport cu acțiunile emise de firmă, reprezentată, în principiu, relația:

$$\mathbf{r_\beta = dividende/capitaluri\ proprii^* = d/K_{pr}^*}$$

unde $\mathbf{K_{pr}^*}$ reprezintă capitalurile proprii exclusiv profitul nerepartizat.

Rentabilitatea financiară privind acțiunile şi dividendele remunerează acționarii, fie prin acordare de dividende, fie sub forma afectării (majorării) rezervelor care, în fapt, reprezintă o creştere a averii proprietarilor (acționarilor), prin încorporarea lor în capitalul social şi, deci, o creştere a valorii intrinsece a acțiunilor.

Acționarii majoritari, făcând adesea un plasament pe termen lung, nu solicită o rentabilitate imediată pe acțiune şi deci un dividend important, fiind preocupați, în special, de un rezultat satisfăcător chiar dacă acesta este conservat de firmă, întrucât el va genera o creştere a valorii acțiunilor. De aceea, ei sunt interesați de cunoaşterea rentabilității capitalurilor proprii, rentabilitate determinată prin raportul: Profit net al exercițiului/ capitaluri proprii. Pentru această categorie de acționari, aprecierea rentabilității nete pe acțiune sau a profitului pe acțiune, ca expresie directă a profitabilității firmei, poate fi realizată cu ajutorul raportului:

Profitul pe acțiune	**=**	**Profitul net al exercițiului** / **Numărul de acțiuni emise**

Această rată, determinată pentru fiecare societate comercială pe acțiuni, nu oferă posibilitatea comparării între acestea, datorită dificultăților de interpretare ale diferențelor observate de la o firmă la alta. Astfel, două firme de aceeaşi talie, cu capitaluri proprii şi profit net de aceleaşi mărimi, deci cu rentabilități ale capitalurilor proprii egale, pot avea profituri pe acțiune diferite, în funcție de numărul de acțiuni emise.

Acționarii minoritari sunt preocupați, de obicei, de o rentabilitate pe termen scurt şi, deci, de un dividend imediat. În acest caz, aprecierea dividendului pe acțiune se face prin intermediul raportului:

Dividende pe acțiune	**=**	**Suma dividendelor** / **Numărul acțiunilor emise**

Ultimele două rate reflectă un venit sub forma profitului sau dividendului pe acțiune. Acest venit poate fi, de asemenea, apreciat în funcție de capitalurile investite. În situația în care capitalurile investite includ,

Material cu drept de autor

alături de capitalurile proprii, şi împrumuturi pe termen lung şi mediu, se poate calcula şi rentabilitatea financiară a capitalurilor permanente:

$$r_f^{K_p} = \frac{P_{r.n}^{exerc.} + Dob}{K_p}$$

în care: $f_f^{K_p}$ - rata rentabilității financiare a capitalurilor permanente; $P_{r.n}^{exerc.}$ - profitul net al exercițiului; Dob – suma dobânzilor plătite pentru creditele contractate; K_p – capitalurile permanente.

Rentabilitatea financiară astfel determinată remunerează capitalurile proprii prin acordarea dividendelor, având şi o dimensiune pentru remunerarea împrumuturilor prin plata dobânzilor.

Pentru firmele (societățile) cotate la bursă din economiile occidentale, rentabilitatea financiară calculată în raport cu acțiunile emise este apreciată cu ajutorul unor rate determinate pe baza unor mărimi contabile şi bursiere. Înlocuind noțiunea de capitaluri proprii cu aceea de valoare bursieră, se pot formula şi analiza următoarele două rate:

a. rata capitalizării profiturilor;
b. randamentul dividendelor.

a. Imaginea bursieră a unei firme (societăți) este reflectată prin rata capitalizării profiturilor, exprimată în două variante:

Rata capitalizării profitului	**=**	**Profitul net pe acțiune / Cursul bursier al acțiunii**

sau

Rata capitalizării profitului	**=**	**Profitul net al exercițiului / Capitalizarea bursieră**

Capitalizarea bursieră este calculată la sfârşitul exercițiului contabil, conform relației:

Capitalizarea bursieră = Ultimul curs bursier la închiderea exercițiului × Numărul de acțiuni

Importanța acestei rate, pentru analiştii bursieri, este limitată, sub aspectul diagnosticului financiar, întrucât cursul unei acțiuni depinde de o diversitate de factori (suma distribuită din profitul net, ponderea acesteia în profitul net etc.) şi nu exclusiv de sănătatea financiară a firmei. Astfel, două firme aparținând aceluiaşi sector şi realizând acelaşi profit global, pot înregistra rate de capitalizare diferite.

Inversul ratei capitalizării profiturilor îl reprezintă coeficientul de capitalizare bursieră:

$$\mathbf{cKb} = \frac{\textbf{Cursul bursier al acțiunii}}{\textbf{Profitul net pe acțiune}} = \frac{\textbf{Capitalizarea bursieră}}{\textbf{Profitul net al exercițiului}}$$

unde cKb – reprezintă coeficientul de capitalizare bursieräa.

Acest indicator arată de câte ori investitorii sunt dispuşi să plătească profitul net pe acțiune şi el se mai numeşte şi „multiălu curs-profit".

Material cu drept de autor

În general, valorile cKb sunt cuprinse între 8 şi 12 ori. Un coeficient mai mic de 8 corespunde unor acțiuni slab cotate, în timp ce un cKb > 12 semnifică valori în creştere. Variația coeficientului de capitalizare bursieră reflectă o bună evaluare asupra riscurilor firmei, riscuri determinate de îndatorare, de riscul economic al ramurii din care face parte firma analizată şi de variabilitatea profiturilor viitoare.

b. Randamentul efectiv al dividendelor primite de acționari poate fi exprimat cu ajutorul rapoartelor:

$$\textbf{Randamentul dividendelor} = \frac{\textbf{Dividend pe acțiune}}{\textbf{Cursul bursier al acțiunii}} = \frac{\textbf{Dividende totale}}{\textbf{Capitalizare bursieră}}$$

Această rată interesează în special acționarii minoritari, ea depinzând la fel de puțin de situația financiară a firmei, asemenea ratei de capitalizare a profitului. Pentru acționarii minoritari, care aşteaptă un rezultat sub forma dividendelor şi a plusvalorii de capital, rentabilitatea financiară poate fi exprimată şi prin raportul:

$$r_{fb} = \frac{d + C_t - C_0}{C_0}$$

în care r_{fb} este rata rentabilității financiare bursiere; d – mărimea dividendelor pe acțiune; C_0 – prețul de cumpărare al acțiunii; C_t – cursul acțiunii în momentul t.

Dacă $C_t > C_0$, acționarul beneficiază de o plusvaloare de capital investit în acțiuni, egală cu diferența $C_t - C_0$. În fapt, la numitorul raportului se găseşte capitalul investit de acționar, iar la numărător remunerarea acestui capital.

9.6.2.5. Analiza rentabilității pe produs

Profitul pe unitatea de produs sau de servicii (profitul unitar) se obține ca diferență între prețul unitar de livrare şi costul unitar complet:

$\mathbf{p_{r.i} = p_i - c_i}$;

în care: $p_{r.i}$ – profitul ce revine pe unitatea de produs; p_i – prețul de vânzare unitar; c_i – costul unitar complet.

Deci, profitul unitar este determinat de doi factori de influență:

➔ costul unitar complet (factorul mai calitativ),

➔ prețul unitar de vânzare (factorul mai puțin calitativ).

Având în vedere că nivelul costului unitar complet poate fi influențat mai mult de eforturile depuse de firmă, comparativ cu nivelul prețului unitar de livrare, factorul de influență respectiv (costul unitar complet) poate fi considerat mai calitativ în comparație cu celălalt factor de influență (prețul unitar de vânzare).

Analiza factorială în statică a profitului unitar presupune:

➔ determinarea nivelului celor doi factori de influență, respectiv din perioada de bază (sau nivelul programat sau evidențierea nivelului realizat de concurență) şi din perioada analizată;

Material cu drept de autor

➔ formularea de măsuri pentru realizarea unui raport optim între cei doi factori de influență, respectiv de reducere în limite rezonabile a costului unitar complet, pe de o parte, şi de creştere, în limitele admise de concurență (şi de efortul propriu al firmei de penetrare pe piețele mai avantajoase), a prețului unitar de vânzare, pe de altă parte.

Pentru analiza comparată a profitului unitar, pot fi construite următoarele sisteme de analiză:

1. Sistemul de indici general:

a. indicele individual general:

$$i_{1/0}^{p_{r.i}} = \frac{p_{ri1}}{p_{ri0}} = \frac{p_{i1} - c_{i1}}{p_{i0} - c_{i0}}$$

b. indicele individual factorial care măsoară influența factorului c_i:

$$i_{1/0}^{p_{r.i}/c_i} = \frac{p_{i1} - c_{i1}}{p_{i1} - c_{i0}}$$

c. indicele individual factorial care măsoară influența factorului p_i:

$$i_{1/0}^{p_{r.i}/p_i} = \frac{p_{i1} - c_{i0}}{p_{i0} - c_{i0}}$$

Cei trei indici individuali presupun verificarea relației de sistem de indici:

$$i_{1/0}^{p_{r.i}} = i_{1/0}^{p_{r.i}/c_i} \times i_{1/0}^{p_{r.i}/p_i}$$

2. sistemul modificărilor absolute:

a. modificarea absolută individuală generală:

$$\Delta_{1/0}^{p_{r.i}} = p_{r.i1} - p_{r.i0} = (p_{i1} - c_{i1}) - (p_{i0} - c_{i0})$$

b. modificarea absolută individuală factorială care măsoară influența factorului c_i:

$$\Delta_{1/0}^{p_{r.i}/c_i} = (p_{i1} - c_{i1}) - (p_{i1} - c_{i0})$$

c. modificarea absolută individuală factorială care măsoară influența factorului p_i:

$$\Delta_{1/0}^{p_{r.i}/p_i} = (p_{i1} - c_{i0}) - (p_{i0} - c_{i0})$$

Între cele trei modificări absolute există relația de sistem al modificărilor absolute:

$$\Delta_{1/0}^{p_{r.i}} = \Delta_{1/0}^{p_{r.i}/c_i} + \Delta_{1/0}^{p_{r.i}/p_i}$$

Atât în cadrul sistemului de indici individuali, cât şi în cadrul sistemului de modificări absolute, cifra zero reperează nivelul realizat în perioada precedentă sau nivelul programat sau nivelul realizat de concurență, iar cifra 1 reperează nivelul realizat în perioada analizată.

Material cu drept de autor

În cadrul aceleiaşi analize a profitului pe produs, poate fi determinat şi analizat şi profitul total ce revine la cantitatea vândută dintr-un anumit produs şi anume:

$$P_{ri} = q_{ri}(p_i - c_i), \qquad i = \overline{1,n}$$

în care P_{ri} – profitul total realizat din vânzarea cantității q_{ri} din produsul i; n – numărul total de tipuri de produse (sortimente) vândute de firmă; p_i, c_i – semnificațiile date anterior.

Se observă că profitul total pe produs (P_{ri}) este determinat de următorii factori de influență:

➔ costul unitar complet (c_i) – factorul considerat a fi cel mai calitativ;

➔ prețul unitar de vânzare (p_i) – factorul considerat a fi mai puțin calitativ comparativ cu c_i;

➔ cantitatea totală vândută din produsul (sortimentul sau serviciul) i, notată cu q_{vi}.

Pentru analiza comparată a profitului total realizat prin vânzarea produsului i (P_{ri}) pot fi folosite sistemele de analiză:

1. Sistemul indicilor individuali:

$$i_{1/0}^{P_{ri}} = \frac{P_{ri1}}{P_{ri0}} = \frac{q_{vi1}(p_{i1} - c_{i1})}{q_{vi0}(p_{i0} - c_{i0})} \begin{cases} i_{1/0}^{P_{ri}/c_i} = \dfrac{q_{vi1}(p_{i1} - c_{i1})}{q_{vi1}(p_{i1} - c_{i0})} \\ i_{1/0}^{P_{ri}/p_i} = \dfrac{q_{vi1}(p_{i1} - c_{i0})}{q_{vi1}(p_{i0} - c_{i0})} \\ i_{1/0}^{P_{ri}/q_{vi}} = \dfrac{q_{vi1}(p_{i0} - c_{i0})}{q_{vi0}(p_{i0} - c_{i0})} \end{cases}$$

$$i_{1/0}^{P_{ri}} = i_{1/0}^{P_{ri}/c_i} \times i_{1/0}^{P_{ri}/p_i} \times i_{1/0}^{P_{ri}/q_{vi}}, \qquad i = \overline{1,n}$$

2. Sistemul modificărilor absolute individuale:

$$\Delta_{1/0}^{P_{ri}} = (P_{ri1} - P_{ri0}) = \\ = q_{ri1}(p_{ri1} - c_{i1}) - q_{ri0}(p_{i0} - c_{i0}) \begin{cases} \Delta_{1/0}^{P_{ri}/c_i} = q_{vi1}(p_{i1} - c_{i1}) - q_{vi1}(p_{i1} - c_{i0}) \\ \Delta_{1/0}^{P_{ri}/p_i} = q_{vi1}(p_{i1} - c_{i0}) - q_{vi1}(p_{i0} - c_{i0}) \\ \Delta_{1/0}^{P_{ri}/q_{vi}} = q_{vi1}(p_{i0} - c_{i0}) - q_{vi0}(p_{i0} - c_{i0}) \end{cases}$$

$$\Delta_{1/0}^{P_{ri}} = \Delta_{1/0}^{P_{ri}/c_i} + \Delta_{1/0}^{P_{ri}/p_i} + \Delta_{1/0}^{P_{ri}/q_{vi}}; \quad i = \overline{1,n}$$

9.6.2.6. Determinarea şi analiza ratelor de rentabilitate pe produs

Pentru efectuarea unei astfel de analize, pot fi determinate şi analizate următoarele rate ale rentabilității pe produs:

Material cu drept de autor

1. rata rentabilității pe produs, calculată în raport cu prețul unitar de vânzare:

$$r_{pi} = \frac{p_i - c_i}{p_i} \qquad sau \qquad r_{pi}\% = \frac{p_i - c_i}{p_i} \times 100 \quad i = \overline{1,n}$$

2. rata rentabilității pe produs, calculată în raport cu costul unitar complet:

$$r_{ci} = \frac{p_i - c_i}{c_i} \qquad sau \qquad r_{ci}\% = \frac{p_i - c_i}{c_i} \times 100 \quad i = \overline{1,n}$$

În cadrul ambelor rate de rentabilitate sunt puşi în evidență factorii de influență:

➔ costul unitar complet (c_i) – factor mai calitativ;

➔ prețul unitar de vânzare (p_i) – factor mai puțin calitativ.

Pentru analiza în statică a ratelor de rentabilitate pe produs se procedează la:

➔ determinarea nivelului fiecăruia dintre cei doi factori de influență;

➔ determinarea nivelului ratelor de rentabilitate pe produs;

➔ formularea de măsuri care să conducă la realizarea unui nivel cât mai ridicat al ratelor de rentabilitate pe produs (reducerea costurilor unitare şi respectiv evidențierea posibilităților de a realiza prețuri unitare cât mai mari).

O altă sarcină a analizei ratelor de rentabilitate pe produs constă în stabilirea gradului de realizare a nivelului programat al celor trei indicatori, analiza în dinamică a acestora, precum şi compararea nivelului realizat în perioada curentă cu nivelul realizat de firmele concurente, deci este vorba despre analiza comparată a ratelor de rentabilitate pe produs.

Pentru efectuarea analizei comparate a fiecăreia din cele două rate ale rentabilității pe produs se folosesc sistemele corespunzătoare de modificări absolute individuale.

Căile de creştere a rentabilității pe produs trebuie analizate în strânsă legătură cu studierea posibilităților de corectare a capacităților de exploatare (de producție), respectiv de creştere sau de reducere a acestora, a posibilităților de creştere a volumului vânzărilor, de reducere a costurilor unitare, de îmbunătățire a activității referitoare la studiul pieței. În acest sens, este utilă analiza rentabilității pe baza punctului critic.

9.6.2.7. Analiza rentabilității pe baza punctului critic

Metoda punctului critic (sau a pragului de rentabilitate sau metoda punctului de echilibru) este o metodă de bază în analiza rentabilității pe produs şi a rentabilității pe ansamblul activității firmei, atât în faza de proiectare de noi capacități, de prognozare a activității, cât şi în analiza utilizării capacităților de producție existente.

Material cu drept de autor

Punctul critic (punctul de echilibru sau pragul de rentabilitate) desemnează acea dimensiune a volumului de activitate, la care cheltuielile totale sunt egale cu încasările totale realizate din vânzarea produselor şi serviciilor, respectiv situația în care nu se obține nici profit, nici pierdere.

Pentru analiza rentabilității pe baza punctului critic este sugestivă reprezentarea grafică a evoluției cheltuielilor, veniturilor (încasărilor) şi producției fizice. O astfel de reprezentare grafică este prezentată în figura 9.3.

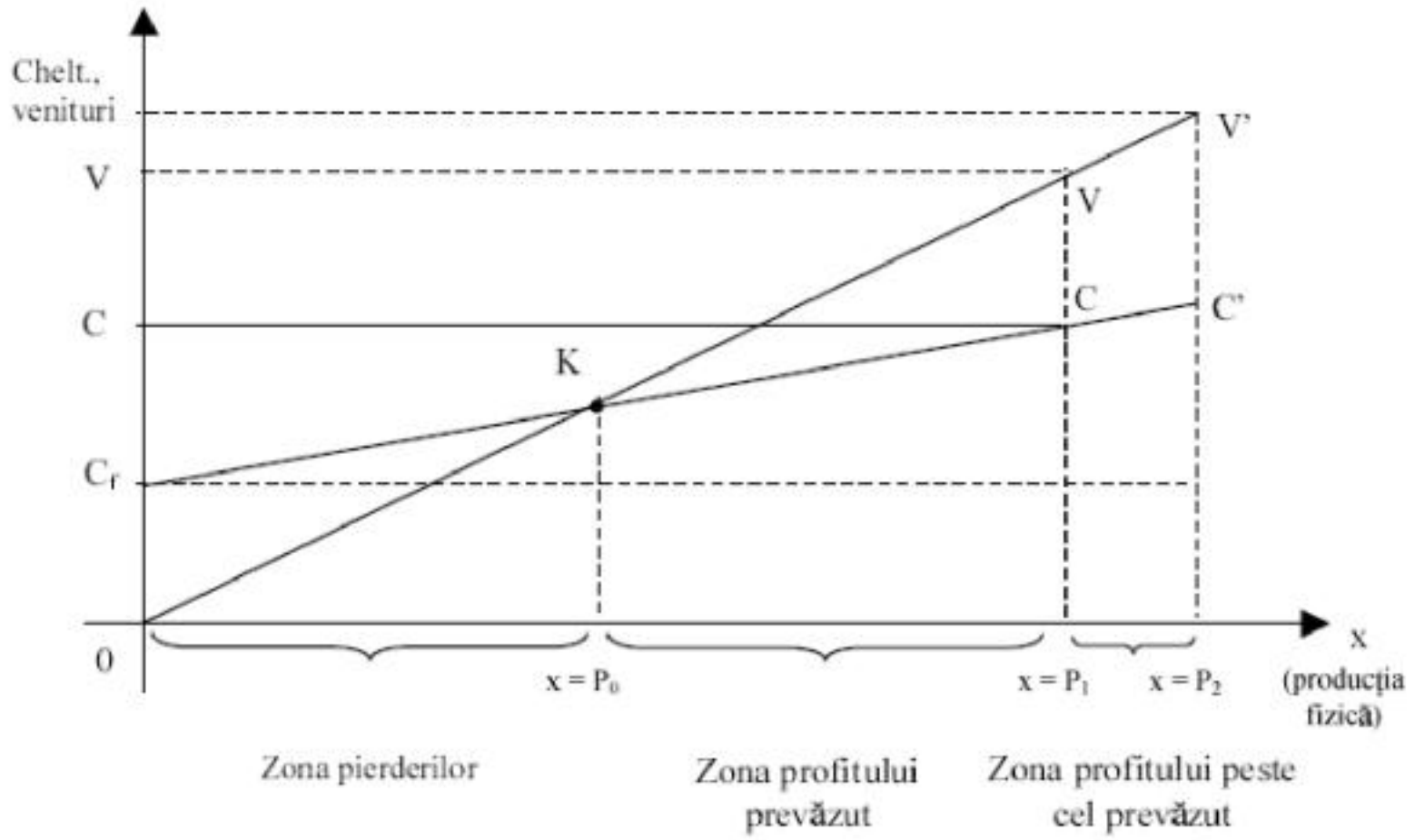


Fig.9.3. Reprezentarea grafică a modului de formare a punctului critic

În figura 9.3, simbolurile folosite au următoarele semnificații: **K** – punctul critic (veniturile totale sunt egale cu cheltuielile totale); **0, V, V′**- dreapta veniturilor (încasărilor) totale; **C_f, C, C′** - dreapta cheltuielilor (fixe plus variabile) totale; **C_f** – suma cheltuielilor fixe (totalul cheltuielilor fixe); **C_fOK** – suprafața pierderilor; **V′KC′** sau **VKC** – suprafața care reprezintă profitul; **x = P_0** – producția fizică ce corespunde unui profit nul (punctului critic, în care **V = C); x = P_1** – producția fizică ce corespunde unui profit programat **P_r = (V – C); x = P_2** – producția fizică ce corespunde unui profit realizat peste cel programat: **P'_r= (V′ - C′)**.

Din figura 9.3 rezultă că, pentru a nu înregistra pierderi, firma analizată trebuie să producă cel puțin **x = P_0** producție fizică, pentru a realiza profitul programat, **P_r**, trebuie să obțină o producție de **x = P_1**, pentru a realiza un profit peste cel programat, adică **P'_r**, trebuie să obțină o producție fizică de **x = P_2**. Dacă firma produce mai puțin decât **x = P_0**, ea va înregistra pierderi (în această zonă, veniturile totale sunt devansate de cheltuielile totale).

Dreapta **OV** sau **OV′** are ecuația:

$$y = a.x$$

iar dreapta **C_fC** sau **C_fC'** are ecuația:

$$y = b.x + c$$

în care: y – veniturile totale; a – coeficientul unghiular al dreptei veniturilor, respectiv prețul unitar de vânzare (exclusiv TVA); x – producția fizică exprimată în unități naturale sau natural-convenționale; b – coeficientul unghiular al dreptei cheltuielilor, respectiv costul unitar variabil; c – ordonata la origine a dreptei cheltuielilor totale, respectiv totalul cheltuielilor fixe, c = **C_f; y'** - dreapta cheltuielilor totale.

Producția corespunzătoare punctului critic, **$x = P_0$**, va rezulta din intersecția celor două drepte, respectiv dreapta **y** şi dreapta **y'**, adică: **y = y'** sau **a.x = b.x + c**, de unde **a.x – b.x = c** sau **x.(a – b) = c**, de unde rezultă:

$$x = P_0 = \frac{c}{a-b}$$

nivel al producției fizice pentru care profitul este nul.

Dacă ne interesează să obținem un anumit profit programat (**P_r**), se va porni de la sistemul de ecuații:

$$\begin{cases} y = a.x & (venituri\ totale) \\ y' = b.x + c + P_r & (cheltuieli\ totale\ \ plus\ \ profitul\ programat) \end{cases}$$

Întrucât există egalitatea economică:

venituri = cheltuieli plus profit

producția corespunzătoare profitului programat **P_r**, va rezulta din intersecția celor două drepte:

y = y' sau **a.x = b.x + c + P_r**, de unde rezultă:

$$x = P_1 = \frac{c + P_r}{a-b}$$

adică producția fizică ce conduce la realizarea profitului programat **P_r** este dată de relația **$x = P_1$**, de mai sus.

Pentru a determina producția x = P_2, corespunzătoare unui profit P'_r, superior celui programat, se va porni de la sistemul de ecuații:

$$\begin{cases} y = a.x \\ y' = b.x + c + P'_r \end{cases}$$

sau, y = y', sau: **a.x = b.x + c +** P'_r, de unde rezultă:

$$x = P_2 = \frac{c + P'_r}{a-b}$$

deci, pentru a obține un profit egal cu P'_r, firma trebuie să realizeze o producție fizică de:

$$x = \frac{C_f + P'_r}{a-b}$$

Material cu drept de autor

Pentru exemplificare se iau în considerare informațiile:

a = 6250 u.m. (prețul unitar de vânzare, exclusiv TVA); b = 3750 u.m. (cheltuieli variabile pe unitatea de produs); c = C_f = 20 mil.u.m. (total cheltuieli fixe), iar capacitatea maximă de producție este de 35.000 bucăți.

În contextul informațiilor date, producția corespunzătoare punctului critic este:

$$x = P_0 = \frac{c}{a-b} = \frac{20.000.000}{6250-3750} = 8.000\ buc.$$

Deci, firma considerată trebuie să producă minimum 8000 buc. pentru a nu se înregistra pierderi. În acest caz, gradul de utilizare al capacității de producție este de:

$$\frac{8.000}{35.000} \times 100 = 22{,}86\%$$

Dacă se doreşte obținerea unui profit programat de 30 mil. u.m., firma trebuie să producă:

$$x = P_1 = \frac{c + P_r}{a-b} = \frac{20.10^5 + 30.10^6}{2500} = 20000\ buc.$$

În acest caz, capacitatea de producție a firmei va fi folosită în proporție de:

$$\frac{20000}{35000} \times 100 = 57{,}14\%$$

În continuare, se poate răspunde la întrebarea: care va fi profitul maxim ce se va obține în cazul utilizării întregii capacități de producție ? Răspunsul la această întrebare se obține rezolvând ecuația:

$$x = P_2 = \frac{c + P_r'}{a-b} = \frac{20.10^6 + P_r'}{2500} = 35000\ buc.$$

de unde rezultă:

$$P_r' = P_{r\,max\,im} = 35000 \times 2500 - 20.10^6 = 67{,}50\ mil.u.m.$$

De asemenea, se poate răspunde la întrebarea: care este nivelul veniturilor totale şi al cheltuielilor totale aferente producției corespunzătoare punctului critic ?

$$V_0 = a.P_0 = 6250 \times 8000 = 50.10^6\ u.m.$$

$$C_0 = b.P_0 + c = 3750 \times 8000 + 2.10^6 = 50.10^6\ u.m.$$

Principalele avantaje pe care le oferă analiza rentabilității pe baza punctului critic sunt următoarele:

➔ permite stabilitatea nivelului la care producția devine rentabilă;

➔ permite determinarea volumului producției necesar pentru a obține un anumit cuantum al profitului;

Material cu drept de autor

➔ pune în evidență corelațiile dintre dinamica producției, respectiv a veniturilor şi cheltuielilor, grupate în variabile şi fixe;

➔ permite determinarea gradului de utilizare al capacității de producție în corelație cu un anumit cuantum urmărit al profitului;

➔ permite determinarea acelui nivel al veniturilor şi cheltuielilor, pentru care profitul este nul etc.

9.6.3. Strategii şi scenarii pe baza analizei de senzitivitate

Analiza de senzitivitate constă în elaborarea şi analiza unor strategii, scenarii sau variante de calcul, prin intermediul cărora se determină nişte limite minime şi maxime între care poate să varieze unul sau mai mulți factori de influență sau elemente ale profitului, astfel încât rentabilitatea activității globale a firmei sau rentabilitatea activității de exploatare sau rentabilitate a unui obiectiv de cercetare, de producție sau investiții să se mențină între nişte limite dinainte stabilite sau să nu coboare sub un anumit nivel prevăzut.

Analiza de senzitivitate se impune, în special, pentru factorii sau elementele de costuri şi venituri care înregistrează modificări frecvente, cu amplitudine mare şi care dețin ponderi însemnate în costurile totale, respectiv în veniturile totale.

În cadrul analizei de senzitivitate, factorii de risc şi incertitudine se cere a fi studiați cu prioritate. Aceşti factori pot fi grupați astfel:

➔ schimbarea condițiilor economice, care invalidează eficiența anterioară avută în vedere în calculele estimative economico-financiare (spre exemplu, schimbări evidențiate prin metoda trendului;

➔ schimbări tehnologice rapide;

➔ atitudinea exagerat de optimistă sau de pesimistă a echipei de analiză inițială;

➔ erori de analiză tehnică, economică şi financiară (prin omiterea unor variabile, schimbarea naturii unor variabile, schimbarea raportului dintre variabile etc.).

În ceea ce priveşte condițiile economice, este de menționat că există o serie de factori care influențează direct asupra profitului, cum sunt: modificarea volumului producției; schimbarea structurii producției; modificări în costuri şi modificări în prețuri de vânzare. Prin intermediul acestor patru factori apare o diversitate de influențe şi de urmări, cum sunt:

➔ îmbunătățirea calității producției;

➔ introducerea de tehnologii noi;

➔ reproiectarea produselor:

➔ perfecționarea rețelei de distribuție;

➔ reducerea, pe diferite căi, a costurilor;

➔ schimbarea prețurilor la materiile prime, materiale, energie, transport etc.

Pentru fiecare din modificările posibile, preconizate, se cere a se estima mărimea variației şi ponderea elementului la care se referă variația, în

Material cu drept de autor

costuri sau venituri. O modificare de dimensiuni mici la un element cu o pondere mare în costuri (cum sunt materiile prime, materialele, semifabricatele ş.a.) va avea efect însemnat asupra profitului.

Pentru a cunoaşte aprioric limitele minime şi maxime între care pot varia diferiți factori sau elemente ale veniturilor şi costurilor, se impune analiza de senzitivitate. Spre exemplu, în scopul determinării limitelor de variație ale costurilor şi veniturilor, pot fi folosite relațiile:

a. $$C\% = \frac{\Sigma V_a - \Sigma C_a}{\Sigma C_a} \times 100;$$

b. $$V\% = \frac{\Sigma V_a - \Sigma C_a}{\Sigma V_a} \times 100;$$

în care **C%** - modificarea procentuală a costurilor; V% - modificarea procentuală a veniturilor; $\Sigma \mathbf{C_a}$ – suma costurilor actualizate; ΣV_a – suma veniturilor actualizate.

La baza relațiilor de mai sus stă ideea conform căreia se pot admite creşteri ale costurilor până când acestea devin egale cu veniturile, respectiv reduceri ale veniturilor până când acestea devin egale cu costurile, fără ca rata internă a rentabilității să scadă sub valoarea ratei minime de rentabilitate considerată ca acceptabilă.

Analiza de senzitivitate se poate dovedi deosebit de utilă în cazurile în care trebuie să se aleagă o variantă din mai multe variante care se exclud reciproc.

Aplicație. Față de calculele inițiale, cu o rată a rentabilității unui proiect de 14%, se produce sau se estimează o majorare a salariilor de 36550 mii lei; veniturile inițiale (V_0) sunt estimate la 750000 mii lei; costurile totale inițiale (C_0) sunt de 675895 mii lei.

Să se determine rata inițială a rentabilității şi noua rată a rentabilității, limita minimă a ratei rentabilității admisă prin proiect fiind de 10%.

În contextul informațiilor date, urmează a se determina rata rentabilității resurselor consumate:

$$r_0\% = \frac{V_0 - C_0}{C_0} \times 100 = \frac{750000 - 657895}{657895} \times 100 = 14{,}00\%$$

$$r_1\% = \frac{V_0 - C_1}{C_1} \times 100 = \frac{750000 - (657895 + 36550)}{657895 + 36550} \times 100 = 8{,}00\%$$

Întrucât limita admisă prin proiect, a ratei rentabilității resurselor consumate este de 10%, creşterea preconizată a cheltuielilor cu salariile nu poate fi admisă decât dacă se găsesc alte resurse de compensare a scăderii ratei rentabilității resurselor consumate.

Material cu drept de autor

Cap.10. CUANTIFICAREA ECONOMETRICĂ A GESTIUNII STOCURILOR

10.1. Principii introductive. Concepte şi definiţii

STOCURILE reprezintă cantităţi de resurse materiale sau produse (finite sau într-un stadiu oarecare de fabricaţie) acumulate în depozitele de aprovizionare ale unităţilor economice într-un anumit volum şi o anumită structură, pe o perioadă de timp determinată, în vederea unei utilizări ulterioare.

Pe perioada respectivă resursele materiale sunt disponibile, dar nu sunt utilizate, deci sunt neactive, scoase din circuitul economic, sau care prelungesc acest circuit (aspect considerat negativ).

Stocul este o rezervă de material destinat să satisfacă cererea beneficiarilor, aceştia identificându-se, după caz, fie unei clientele (stoc de produse finite), fie unui serviciu de fabricaţie (stocuri de materii prime sau de semifabricate), fie unui serviciu de întreţinere (articole de consum curent sau piese de schimb), fie unui serviciu de după vânzare (piese detaşate).

Teoria stocurilor a apărut din necesitatea asigurării unei aprovizionări ritmice şi cu cheltuieli minime a stocurilor de materii prime şi materiale în procesul de producţie, sau a stocurilor de produse finite şi bunuri de larg consum în activitatea de desfacere a mărfurilor.

O problemă de teoria stocurilor există doar atunci când cantitatea resurselor poate fi controlată şi există cel puţin o componentă a costului total care scade pe măsură ce cantitatea stocată creşte.

Evoluţia nivelului stocului este interesantă din două puncte de vedere:

a) din punctul de vedere al producătorului, care este preocupat de valoarea medie a nivelului stocului, deoarece această valoare permite cunoaşterea imobilizării totale a stocului şi scopul producătorului va fi reducerea imobilizării la valoarea sa minimă;

b) din punctul de vedere al beneficiarului, care dorind să fie satisfăcut imediat, apreciază că trebuie să evite, în măsura posibilităţilor, rupturile de stoc. Obiectivul beneficiarului va fi reducerea la minim a riscului de ruptură de stocuri.

10.2. Importanţa stocurilor în procesul de producţie

Procesul de producţie propriu-zis este supus în mod aleator unei sume de perturbaţii cum ar fi: instabilitatea personalului, prezenţa rebuturilor, existenţa timpilor morţi datoraţi defectării utilajelor etc.

În felul acesta, producţia devine un rezultat aleator al unei combinaţii de fenomene care au loc în conformitate cu legile probabilităţii. Nici un proces de producţie nu e fiabil dacă este supus direct acţiunii perturbatoare a parametrilor ce apar în mod aleator. Este deci absolut

Material cu drept de autor

necesar de a elimina aceste influențe directe, adică să se deconecteze sistemul de la fluctuațiile externe. Elementul care asigură deconectarea şi care joacă rolul de tampon, de amortizor al variațiilor îl reprezintă stocurile.

Ca proces economic complex, gestiunea stocurilor are o sferă largă de cuprindere, aceasta incluzând atât probleme de conducere, dimensionare, de optimizare a amplasării stocurilor în teritoriu, de repartizare a lor pe deținători, de formare şi evidență a acestora, cât şi probleme de recepție, de depozitare şi păstrare, de urmărire şi control, de redistribuire şi mod de utilizare.

Cu toate că stocurile sunt considerate resurse neactive, este necesar, în mod obiectiv, să se recurgă la constituirea de stocuri (de resurse materiale) bine dimensionate, pentru a se asigura ritmicitatea producției materiale şi a consumului.

Rolul determinant al stocurilor este evidențiat de faptul că acestea asigură certitudine, siguranță şi garanție în alimentarea continuă a producției şi ritmicitatea desfacerii rezultatelor acesteia. Altfel spus, procesul de stocare apare ca un regulator al ritmului aprovizionărilor cu cel al producției, iar stocul reprezintă acel "tampon inevitabil" care asigură sincronizarea cererilor pentru consum cu momentele de furnizare a resurselor materiale.

10.3. Tipuri de stocuri

În cadrul gamei foarte largi de stocuri, se disting cu deosebire:

A. **din punct de vedere al producției** stocurile pot fi de trei feluri:

a) cel de materii prime şi materiale destinat consumului unităților de producție; este vorba de stocul de producție, stoc în amonte;

b) cel de produse finite, destinate livrării către beneficiari; este vorba de stocul de desfacere, stoc în aval;

c) cel destinat asigurării funcționării continue a unor maşini sau a unor linii de fabricație; este vorba de stocul interoperațional.

Ponderea cea mai mare o deține stocul de producție.

B. **din punct de vedere al rolului jucat pe plan economic** stocurile pot fi:

a) stocuri cu rol de regulator; au ca rol reglarea fluxurilor de intrare şi de ieşire ale produselor între două stadii succesive ale procesului tehnologic;

b) stocuri cu rol strategic; sunt formate din piese sau din subansamble folosite de serviciul de întreținere, necesare înlocuirii rapide a lor în caz de avarie la instalațiile vitale ale întreprinderii;

c) stocuri speculative; sunt mai puțin legate de activitatea agenților economici şi se referă în general la produse şi materiale rare, a căror valoare nu este fluctuantă.

C. **Din punct de vedere al modului de depozitare,** care ține seama şi de unele proprietăți fizico-chimice ale elementelor. Aşa avem: produse periculoase, voluminoase, fragile etc.

D. **Din punct de vedere al modului de gestionare** avem:

Material cu drept de autor

a) stocuri cu gestiune normală;

b) stocuri cu "afectare directă" (comandate special pentru o anume comandă);

c) stocuri "fără gestiune" (din magaziile intermediare, cu o supraveghere globală);

d) stocuri de produse consumabile;

E. **Din punct de vedere al caracteristicilor formării şi destinaţiei lor** stocurile pot fi:

a) stoc curent;

b) stoc de siguranţă;

c) stoc de pregătire sau de condiţionare;

d) stoc pentru transport intern;

e) stoc de iarnă;

10.4. Obiective şi rezultate ale gestiunii ştiinţifice a stocurilor

Având în vedere particularităţile diferitelor procese de stocare, activitatea de conducere a acestora are totuşi unele trăsături comune; aşa de pildă, orice proces de stocare necesită prevederea desfăşurării lui şi a condiţiilor în care urmează a se efectua.

Formarea stocurilor este predeterminată de o anumită comandă, iar desfăşurarea procesului de stocare poate avea loc în baza organizării sale raţionale. Realizarea în condiţii de eficienţă economică maximă şi de utilitate impune o coordonare permanentă a procesului de stocare şi un control sistematic al modului de derulare al acestuia.

Obiectivele principale ale conducerii proceselor de stocare pot fi sintetizate astfel:

• asigurarea unor stocuri minim necesare, asortate, care să asigure desfăşurarea normală a activităţii economico-productive a agenţilor economici prin alimentarea continuă a punctelor de consum şi în condiţiile unor cheltuieli cât mai mici;

• prevenirea formării de stocuri supranormative, cu mişcare lentă sau fără mişcare şi valorificarea operativă a celor existente (devenite disponibile);

• asigurarea unor condiţii de depozitare-păstrare corespunzătoare în vederea prevenirii degradărilor de materiale existente în stocuri;

• folosirea unui sistem informaţional simplu, operativ, eficient, util şi cuprinzător care să evidenţieze în orice moment starea procesului de stocare;

• aplicarea unor metode eficiente de urmărire şi control care să permită menţinerea stocului în anumite limite, să prevină imobilizările neraţionale.

Soluţionarea oricărei probleme de stoc trebuie să conducă la obţinerea răspunsului pentru următoarele două chestiuni (şi care constituie de fapt obiectivele principale ale gestiunii):

1) determinarea mărimii optime a comenzii de aprovizionare;

Material cu drept de autor

2) determinarea momentului (sau frecvenței) optime de aprovizionare.

Desigur, pentru unele probleme particulare (de exemplu cele statice) este suficient un singur răspuns şi anume la prima problemă.

Se realizează următoarele deziderate:

• reducerea frecvenței fenomenului de rupere a stocului şi prin aceasta satisfacerea în mai bune condiții a cererii către beneficiari;

• reducerea cheltuielilor de depozitare;

• mărirea vitezei de rotație a fondurilor circulante ale agenților economici;

• reducerea imobilizărilor de fonduri băneşti;

• reducerea unor riscuri inerente oricărui proces de stocare;

• obținerea de economii la nivelul cheltuielilor generale ale întreprinderii (de exemplu, la produsele cu o durată de depozitare a stocului de materii prime mai mare decât durata ciclului de fabricație);

• descoperirea şi valorificarea rezervelor interne etc.

10.5. Elementele principale ale unui proces de stocare

Stabilirea politicii de gestiune a stocurilor este nemijlocit legată de cunoaşterea elementelor prin care se caracterizează procesele de stocare şi care determină nivelul de formare al stocurilor:

A. CEREREA DE CONSUM, element de bază în funcție de care se determină nivelul şi ritmul ieşirilor, volumul şi ritmul necesar pentru intrări şi nivelul stocului. Cererea de consum reprezintă numărul de produse solicitate în unitatea de timp. Acest număr nu coincide întotdeauna cu cantitatea vândută deoarece unele cereri pot rămâne nesatisfăcute datorită deficitului în stoc sau întârzierilor în livrare. Evident, dacă cererea poate fi satisfăcută în întregime, ea reprezintă cantitatea vândută.

După natura ei, cererea poate fi:

a) determinată - cererea pentru o perioadă e cunoscută şi poate fi constantă pentru toate perioadele sau variabilă pentru diferite perioade;

b) probabilistă - cererea e de mărime sau frecvență necunoscute, dar previzibile şi reprezentată printr-o repartiție de probabilitate dată. Caracteristicile şi tipul cererii se stabilesc pe bază de observații, prin studii asupra perioadelor trecute. Stabilirea caracteristicilor şi tipului de cerere pe baza observațiilor, prin studii asupra perioadelor trecute, nu este satisfăcătoare, din cel puțin două motive:

- presupunând că şi în viitor cererea ar urma aceeaşi repartiție de probabilitate ca în perioadele trecute, parametrii ei nu se mențin întotdeauna;

- se exclude posibilitatea influenței unor fluctuații sezoniere asupra cererii.

Cererea probabilistă poate fi stabilă din punct de vedere statistic sau nestabilă din punct de vedere statistic (sezonieră).

Material cu drept de autor

c) necunoscută - cererea pentru care nu dispunem nici de datele necesare stabilirii unei repartiții de probabilitate (este cazul, de exemplu, al produselor noi).

B.COSTURILE reprezintă cheltuielile ce trebuie efectuate pentru derularea procesului de aprovizionare-stocare (respectiv cele cu comandarea, contractarea, transportul, depozitarea, stocarea materialelor etc.).

În calculul stocurilor se au în vedere:

a) **Costurile de stocare** care cuprind suma cheltuielilor ce trebuie efectuate pe timpul staționării resurselor materiale în stoc şi anume:

- cheltuieli cu primirea-recepția;
- cheltuieli de transport intern;
- cheltuieli de manipulare, care cuprind costul forței de muncă necesare pentru deplasarea stocurilor, a macaralelor, cărucioarelor, elevatoarelor şi a celorlalte utilaje necesare în acest scop;
- cheltuieli de depozitare propriu-zisă: chiria spațiului de depozitare sau amortizările, în cazul unui spațiu propriu;
- cheltuieli de conservare;
- cheltuieli cu paza;
- cheltuieli de evidență care apar datorită faptului că stocurile sunt practic inutilizabile fără o evidență bine pusă la punct, care să ne spună dacă produsul necesar se găseşte sau nu în stoc;
- cheltuieli administrative;
- impozite şi asigurări;
- cheltuieli datorate deprecierii, deteriorării, uzurii morale care sunt caracteristice pentru produsele "la modă" sau pentru cele care se modifică chimic în timpul stocării (alimente, de exemplu); la care se adaugă costul capitalului investit; acest cost reprezintă un anumit procent din capitalul investit, însă determinarea cifrei exacte necesită o analiză atentă. Procentul exact depinde, în primul rând de ce alte utilizări ce se pot găsi pentru capitalul "imobilizat" în stocuri.

Capitalul investit în stoc este neproductiv, costul său este dat de mărimea beneficiului ce s-ar putea obține dacă acest capital ar fi fost investit într-un mod productiv sau de dobânda ce trebuie plătită dacă ar fi fost împrumutat.

Costul stocării depinde de mărimea stocului şi durata stocării. Aceste cheltuieli se pot grupa după cum urmează:

- cheltuieli constante pentru durata totală a procesului de gestiune (amortismentul clădirii, cheltuieli pentru întreținerea depozitului, iluminat, încălzit etc.;
- cheltuieli variabile proporționale cu cantitatea depozitată şi cu durata depozitării (deci cu stocul mediu), exprimate prin dobânda pentru fondurile imobilizate în stoc;
- cheltuieli variabile neproporționale cu mărimea lotului (salarii ale forței de muncă, pierderi datorate uzurii reale şi demodării, cheltuieli pentru chirie etc.) şi cu durata de stocare.

Material cu drept de autor

La cheltuielile de existență a stocului în depozit, prezentate mai sus, se pot adăuga şi cheltuielile pentru surplus de stoc (excedent), care intervin atunci când, după satisfacerea cererii, rămâne o anumită cantitate nevândută (de exemplu, desfacerea unor articole de sezon). În modelele dinamice unde se lansează mai multe comenzi în timpul unui sezon, penalizarea pentru surplus se ataşează numai ultimei comenzi nedesfăcute complet.

b) **Costul de penurie sau costul ruperii stocului** este definit atunci când volumul cererii depăşeşte stocul existent. Referitor la acest stoc, există trei situații. Prima apare atunci când stocul (de materii prime sau semifabricate) este nul la primirea comenzii şi firma se reaprovizionează de urgență pentru a produce cantitățile solicitate.

Componentele cheltuielilor de penurie sunt, în acest caz, următoarele:

- cheltuieli suplimentare pentru satisfacerea cererii în condiții neobişnuite;
- penalizări primite de către firmă din partea beneficiarului, dacă termenele de livrare prevăzute în contracte nu se respectă;
- cheltuieli suplimentare pentru manipulare, ambalare, expediție etc.

A doua situație are loc atunci când desfacerea nu se poate realiza (pierderea beneficiarului) din cauza nelivrării imediate a unui articol. Estimarea cheltuielilor de penurie este aici destul de dificilă şi adesea imposibilă.

A treia, şi cea mai dificilă, apare atunci când firma este în lipsă de materii prime (sau piese de schimb) ce afectează întregul proces de producție, cu toate consecințele sale, reflectate în penalizări şi uneori chiar în costul producției care ar fi rezultat în timpul stagnării.

c) **Cheltuieli datorate variațiilor ritmului de producție.** Din această categorie fac parte:

- cheltuielile fixe legate de creşterea ritmului de producție, de la nivelul zero, la un anumit nivel dat. Dacă este vorba de achiziții, aici vor intra cheltuielile administrative legate de lansarea comenzilor;
- cheltuieli de lansare care includ toate cheltuielile care se fac cu: întocmirea comenzii, trimiterea acesteia la furnizor, pregătirea livrării unei partizi de materiale, cheltuieli de transport a lotului, deplasării la furnizori, telefoane, poştă etc.; în general aceste cheltuieli sunt fixe pentru o comandă.
- cheltuieli legate de angajarea şi instruirea unui personal suplimentar sau de concediere a unor salariați.

d) **Prețul de achiziție sau cheltuielile directe de producție**. Prețurile pe unitatea de produs pot depinde de cantitatea achiziționată, dacă se acordă anumite reduceri de preț în funcție de mărimea comenzii. Cheltuielile de producție pe unitatea de produs pot fi şi ele mai scăzute, datorită unei eficiențe superioare a muncitorilor şi maşinilor într-o producție de serie mare.

Material cu drept de autor

C) CANTITATEA DE REAPROVIZIONAT reprezintă necesarul de aprovizionat care se stabileşte în funcţie de necesarul pentru consum pentru întreaga perioadă de gestiune.

Cantitatea de aprovizionat (cantitatea intrată în stoc) poate fi din producţia proprie sau obţinută prin alte mijloace şi se poate referii la fiecare resursă separat sau la ansamblul lor.

Această cantitate e limitată de capacităţile de depozitare.

D) LOTUL reprezintă cantitatea cu care se face aprovizionarea la anumite intervale în cadrul perioadei de gestiune stabilită (trimestru, semestru, an) şi care este în funcţie de caracterul cererii.

E) PARAMETRII TEMPORALI sunt specifici dinamicii proceselor de stocare. Aceştia sunt:

a) **perioada de gestiune** - determină şi orizontul procesului de gestiune. De obicei se consideră a fi un an;

b) **intervalul de timp între două aprovizionări consecutive;**

c) **durata de reaprovizionare** - reprezintă timpul ce se scurge din momentul calendaristic la care s-a emis comanda de reaprovizionare până la sosirea în întreprindere a cantităţii de reaprovizionat;

d) **momentul calendaristic la care se emit comenzile de reaprovizionare**. (data de reaprovizionare);

e) **coeficientul de actualizare.**

Dacă în modelele probabiliste folosirea tuturor parametrilor temporali este obligatorie, unii dintre ei (de exemplu, durata de reaprovizionare sau data de reaprovizionare) nu prezintă nici o importanţă în modelele deterministe. De asemenea durata de aprovizionare poate fi o constantă sau o variabilă aleatoare, determinând în baza legăturii pe care o are cu volumul şi frecvenţa cererii, cheltuielile de penurie.

F) GRADUL DE PRELUCRARE A PRODUSELOR. Cu cât bunurile păstrate în stoc sunt într-un stadiu mai avansat de finisare, cu atât mai repede pot fi satisfăcute comenzile, dar cu atât mai mari vor fi cheltuielile de stocare. Cu cât produsele sunt mai puţin finisate (cazul limită îl constituie materia primă), cu atât mai mici sunt cheltuielile de stocare, dar timpul necesar pentru livrarea unei comenzi este mai mare. În plus, erorile de previziune tind să crească pe măsură ce gradul de prelucrare a produselor este mai avansat; pentru a reduce influenţa factorilor nefavorabili este necesar de aceea să crească şi stocul tampon. Numărul tipurilor de produse ce trebuie stocate creşte rapid, pe măsură ce gradul de finisare este mai avansat.

10.6. Modele pentru programarea stocurilor

La analiza condiţiilor de aprovizionare şi stocare se are în vedere, în primul rând, condiţiile tehnice sau restricţiile de stocare ale obiectului aprovizionării. Una este aprovizionarea şi stocarea nisipului pentru turnătorie în construcţia de maşini şi alta aprovizionarea zilnică cu produse alimentare perisabile în timp. După stabilirea condiţiilor tehnice de aprovizionare se

Material cu drept de autor

realizează optimizarea procesului de aprovizionare şi stocare a obiectului de aprovizionat din punct de vedere economic. Optimizarea economică se face pe baza modelării şi analizei economice a modelului respectiv. Există o mare varietate de modele pentru asigurarea aprovizionării şi programarea stocurilor respective. În cele ce urmează vom considera unele din aceste modele, simple dar sugestive pentru programarea stocurilor.

Modelele pentru programarea stocurilor au ca obiectiv minimizarea costurilor; se tratează aşadar programarea comenzilor de aprovizionare pentru fiecare articol din stoc astfel încât să se echilibreze într-o manieră optimală dobânda la capitalul investit şi costurile datorate deteriorărilor în stoc, acestea fiind direct proporționale cu mărimea stocului, cu costurile de epuizare a stocului, care sunt invers proporționale cu mărimea acestuia.

1. **Primul model**. Mărimile care intră în model sunt următoarele:

C - costul total anual (u.m. = unități monetare);

$\mathbf{Q_R}$ - cantitatea comandată (u.p. = unități de produs);

$\mathbf{Q_T}$ - nivelul stocului în punctul de recomandă (u.p.);

$\mathbf{C_I}$ - dobânda la capitalul investit (%);

$\mathbf{C_D}$ - costul de deteriorare în stoc (%);

$\mathbf{C_E}$ - costul de epuizare unitar (u.b./u.p.);

S - vânzările efectuate în perioada de recomandă (g), distribuite după legea f(s);

$\overline{V}$ - vânzări medii anuale (u.p.);

p - prețul de vânzare (u.m./u.p.);

k - nivelul minim prestabilit al rezervei de stoc (u.p.);

ε - prag de probabilitate, prestabilit, $\varepsilon \in (0,1)$;

i - indicele fiecărui produs din stoc, i = 1,2,...,N;

Elementele de cost introduse în model sunt:

a) Dobânda la capitalul investit, care este proporțională cu valoarea stocului de rezervă mediu pentru fiecare produs şi este dată de relația:

$$C_1 = \sum_{i=1}^{N} C_{Ti} \cdot \left(\frac{Q_{Ri}}{2} + Q_{Ti} - \overline{S}_i \right) \cdot p_i$$

b) Costurile datorate epuizării stocului sunt calculate atunci când vânzările efectuate în timpul perioadei de recomandă depăşesc nivelul stocului existent, $\mathbf{Q_{Ti}}$, în momentul emiterii comenzii de reaprovizionare, cu relația:

$$C_2 = \sum_{i=1}^{N} C_{Ri} \cdot \frac{\overline{V}_i}{Q_{Ri}} \int_{Q_{Ti}}^{\infty} (Q_{Ti}) \cdot f(s_i) \cdot ds_i$$

în care $\overline{V}_i / Q_{Ri}$ reprezintă numărul de cicluri de aprovizionare într-un an, iar integrala reprezintă lipsurile totale din stoc într-un ciclu de aprovizionare.

Limita inferioară a integralei indică punctul în care există cel puțin o lipsă în stoc pentru un produs, adică se verifică relația, $\mathbf{S_i > Q_{ti}}$.

Material cu drept de autor

c) Costurile datorate deteriorării produsului în stoc sunt calculate analog cu cele referitoare la calculul dobânzii pentru capitalul investit, utilizând relația:

$$C_3 = \sum_{i=1}^{N} C_{Di} \cdot \left(\frac{Q_{Ri}}{2} + Q_{Ti} - \overline{S}_i \right) \cdot p_i$$

Funcția obiectiv a problemei este dată de minimizarea costului anual total obținut prin însumarea celor trei costuri:

min(C) = C_1 + C_2 + C_3

Este evident că într-un proces general doar Q_R şi Q_T sunt variabile care trebuie determinate. Perioada de recomandă (**g**), se calculează mai mult pe baza experienței şi în multe cazuri este aproape constantă. Nivelul minim de siguranță, **B**, este o variabilă aleatoare care depinde de evoluția vânzărilor şi de mărimile Q_R şi Q_T, şi care în fiecare moment trebuie să satisfacă relația:

Prob (B ≥ k) ≥ ε,

care indică o mai mare sau mai mică elasticitate a politicii generale de stoc care se doreşte.

Această restricție probabilistică trebuie transformată într-o formă echivalentă care să permită o abordare analitică. Se observă uşor că rezerva minimă, B_i, este definită de expresia:

$$B_i = \underbrace{\min}_{i} (Q_{Ti} - S_i)$$

şi deci, restricția de probabilitate se poate scrie ca:

$$\Pr ob[(Q_{Ti} - S_i) \geq k_i] \geq \varepsilon_i$$

Întrucât S_i, este o variabilă aleatoare căreia i se cunoaşte legea de distribuție, $f(s_i)$, rezultă:

$$\Pr ob[(Q_n - S_i) \geq k_i] = \Pr ob[Q_n - k_i) \geq s_i]$$

unde membrul din dreapta reprezintă funcția de repartiție a variabilei S_i, relație care permite scrierea:

$$\Pr ob[(Q_{Ti} - S_i) \geq k_i] = \int_0^{Q_{Ti} - K_i} f(s_i) ds_i$$

Luând $f(s_i) = \lambda . e^{-\lambda . s}$, deşi legea de distribuție exponențială nu constituie uneori o aproximare optimă, şi rezolvând integrala, obținem:

$$\Pr ob[(Q_{Ti} - S_i) \geq k_i] = 1 - e^{-\lambda . (Q_{Ti} - K_i)} \geq \varepsilon_i$$

din care, grupând convenabil termenii şi logaritmând, rezultă:

$$Q_{Ti} \geq K_i - \frac{1}{\lambda} \log(1 - \varepsilon_i) = \delta_i$$

Material cu drept de autor

relația fiind complet determinată deoarece $\mathbf{K_i}$ şi ε_i sunt fixați prin politica de stoc pentru fiecare produs, iar parametrul $\boldsymbol{\lambda}$ este cunoscut din distribuția exponențială.

Din această ultimă relație, este evident că cu cât nivelul de probabilitate tinde spre certitudine, adică $\boldsymbol{\varepsilon}$ se apropie de **1**, cu atât mai mare devine membrul din dreapta al inegalității, şi deci cu atât mai greu această condiție poate să fie respectată.

În extremis, o politică de stoc care interzice tot timpul depăşirea nivelului minim, este echivalentă cu o probabilitate $\boldsymbol{\varepsilon_1 = 1}$, care este incompatibilă cu realitatea deoarece ar trebui respectată condiția:

$$Q_{Ti} \geq K_i - \frac{1}{\lambda}\log(0) = \infty$$

Modelul programării stocurilor este deci exprimat în forma definitivă prin:

$$\begin{cases} \min C = C_1 + C_2 + C_3 \\ \quad Q_{Ti} \geq \delta_i, \ i = 1,2,\ldots,N \end{cases}$$

Pentru rezolvarea acestui model se construieşte mai întâi langrageanul funcției:

$$L = C + \sum_{i=1}^{N} \mu_i (Q_{Ti} - \delta_i)$$

unde μ_i sunt multiplicatorii Lagrange care verifică condițiile:

a) $\mu_i \geq 0$;

b) $\mu = 0 \Rightarrow Q_{Ti} > \delta_i$;

c) $Q_{Ti} = \delta_i \Rightarrow \mu_i \geq$

Conform unei teoreme fundamentale a lui Kuhm şi Tucker, dacă C este o funcție convexă în variabilele $\mathbf{Q_R}$ şi $\mathbf{Q_T}$, şi de asemenea restricțiile din inegalități, atunci funcția de minimizat obligă aceste restricții-inegalități să aibă o soluție optimă în core4spondență cu $\mathbf{Q_R}$ şi $\mathbf{Q_T}$ pentru care funcția Langrangean are un punct şa.

Întrucât funcția **C** este convexă în $\mathbf{Q_{Ri}}$ şi $\mathbf{Q_{Ti}}$ iar restricțile-inegalități sunt liniare (ceea ce nu implică automat convexitatea) teorema Kuhn-Tucker este aplicabilă, soluția optimă formată din variabilele $\mathbf{Q_{Ri}}$, $\mathbf{Q_{Ti}}$ şi μ_i obținându-se prin rezolvarea sistemului de inecuații ale derivatelor parțiale:

$$\frac{\partial L}{\partial Q_{Ri}} \leq 0, \ i = 1,2,\ldots,N$$

$$\frac{\partial L}{\partial Q_{Ti}} \leq 0, \ i = 1,2,\ldots,N$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mu_i} \leq 0, \ i = 1,2,\ldots,N$$

Material cu drept de autor

Pentru rezolvarea acestui sistem se poate proceda în mod iterativ astfel: se rezolvă primele două ecuații necunoscute $\mathbf{Q_{Ri}}$, $\mathbf{Q_{Ti}}$ din care rezultă:

$$Q_{Ri} = \sqrt{\frac{2.\Phi(a_T).Q_T.C_{Ei}.\overline{V}_i}{(C_{Ti} + C_{Di}).p_i}}$$

$$F(Q_{Ti}) = \frac{Q_{Ri}}{V_i.C_{Ri}}.[(C_{Ti} + C_{Di}).p_i + \mu_i] + T$$

unde

$$\Phi(a_T) = \int_{Q_{Ti}}^{\infty} (Q_{Ti} - S_i).f(S_i)dS_i$$

iar,

$$F(a_{Ti}) = \int_{0}^{Q_{Ti}} f(S_i)dS_i$$

este funcția de repartiție a variabilei aleatoare S_i.

Într-o primă fază se fixează $\mu_i = \mathbf{0}$ şi în baza condiției b) se alege arbitrar o valoare inițială $\mathbf{Q_{Ti}^{(1)}}$ astfel încât $\mathbf{Q_{Ti}^{(1)}} > \delta_i$, pe care substituind-o în expresia lui $F(Q_{Ti})$, rezultă $\mathbf{Q_{Ri}^{(1)}}$. Se introduce apoi $\mathbf{Q_{Ri}^{(1)}}$ în expresia lui $\mathbf{Q_{Ri}}$ şi rezultă $\mathbf{Q_{Ti}^{(2)}}$.

Se continuă până când $\mathbf{Q_{Ri}^{(n)}} \approx \mathbf{Q_{Ri}^{(n-1)}}$ şi $\mathbf{Q_{Ti}^{(n)}} \approx \mathbf{Q_{Ti}^{(n-1)}}$.

Această procedură este în esență metoda lui Newton pentru care convergența este mereu asigurată. Dacă $\mathbf{Q_{Ti}^{(n)}} > \delta_i$, soluția este acceptată. În caz contrar înseamnă că soluția optimă implică pozitivitatea multiplicatorilor μ_i, pentru $\mu_i > \mathbf{0}$, conform condiției c), trebuie să se verifice $\mathbf{Q_{Ti}} = \delta_i$ şi aceasta este considerată automat valoarea optimă.

Se substituie apoi $\mathbf{Q_{Ti}}$ în expresia lui $\mathbf{Q_{Ri}}$ şi se obține valoarea optimă a lui $\mathbf{Q_{Ri}}$.

În unele cazuri interesează şi determinarea valorii optime a multiplicatorilor μ_i, care reprezintă contribuția marginală a restricției $\mathbf{Q_{Ti}} \geq \delta_i$, în sensul că indică descreşterea potențială a funcției **C** când δ_i a fost redusă cu o unitate.

2. Al doilea model. Modelul Willson

Ipotezele modelului:

1. cerere constantă în timp (cereri egale pe intervale egale de timp);
2. perioadă fixă de aprovizionare (aprovizionarea se face la intervale egale de timp);
3. cantități egale de aprovizionare;
4. aprovizionarea se face în momentul în care stocul devine 0 (nu se admit intervale de timp pe care stocul să fie 0);
5. aprovizionarea se face instantaneu (durata dintre momentul lansării comenzii şi intrarea mărfii în depozit este zero)

Material cu drept de autor

Datele modelului:

– T = perioada totală de timp pe care se studiază stocarea;

– N = cererea totală pe perioada T;

– c_s = costul unitar de stocare (costul stocării unei unități de marfă pe o unitate de timp)

– c_l = costul lansării unei comenzi

Variabilele modelului:

– τ = intervalul dintre două aprovizionări succesive;

– n = cantitatea comandată şi adusă la fiecare aprovizionare;

– s(t) = nivelul stocului din depozit la momentul t

Obiectivul modelului

– minimizarea costului total de aprovizionare C_T

Relațiile dintre mărimile modelului

Ipoteza 1 $\Rightarrow$ $\frac{n}{\tau} = \frac{N}{T}$ = cererea pe unitatea de timp $\Rightarrow$ s(t) = liniară

Ipoteza 2 $\Rightarrow$ τ acelaşi între oricare două comenzi

Ipoteza 3 $\Rightarrow$ n acelaşi pentru toate comenzile

Ipoteza 4 $\Rightarrow$ $s(t) \geq 0$ pentru orice t

Ipoteza 5 $\Rightarrow$ la sfârşitul unei perioade τ s(t) are un salt de la 0 la n

Rezolvare

Situația de mai sus poate fi vizualizată prin trasarea graficului variației stocului în timp:

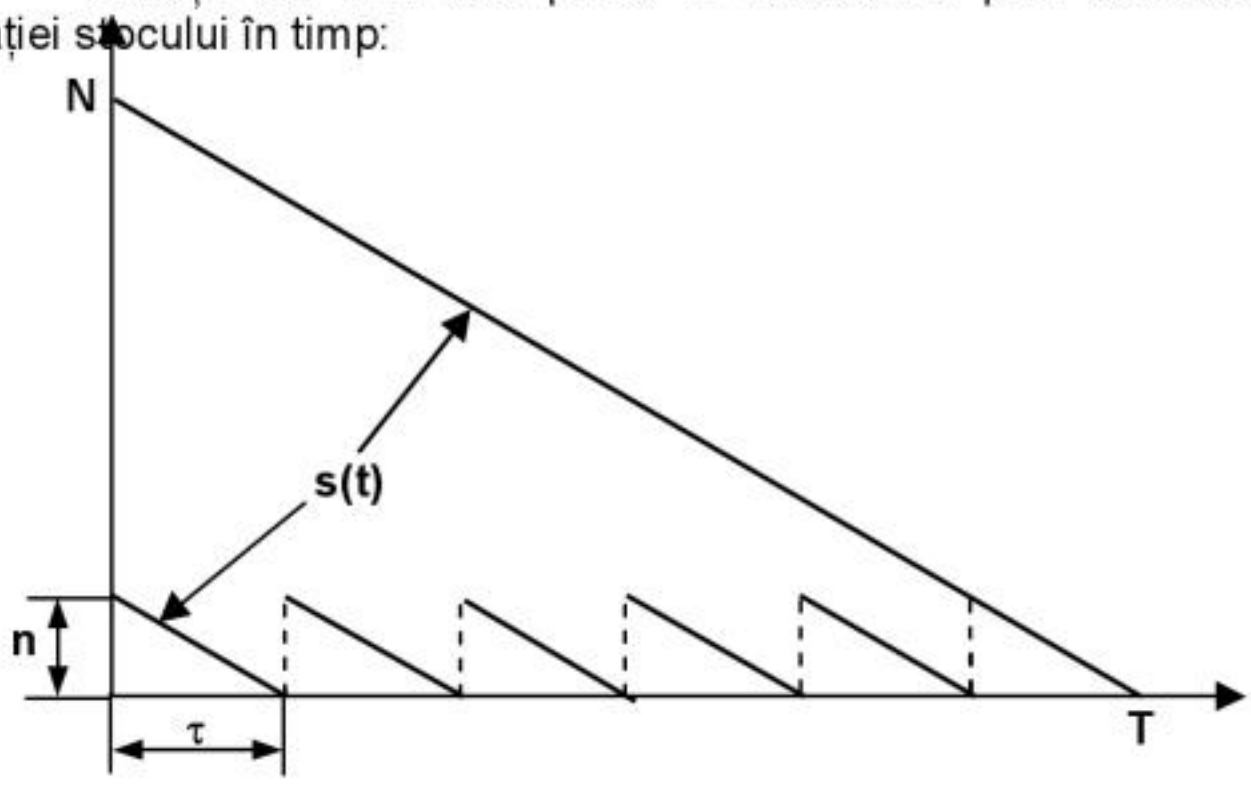


Figura 1

În figura 1 a fost reprezentată evoluția stocului, dacă toată cantitatea necesară ar fi adusă la începutul perioadei (graficul de deasupra) sau dacă s-ar aduce câte **n** unități din τ în τ unități de timp (graficul de jos). Se observă că evoluția este periodică, de perioadă τ. În concluzie vom

Material cu drept de autor

calcula costul total cu aprovizionarea calculând costul pe o perioadă şi înmulțind apoi cu numărul de perioade:

- pe o perioadă avem o lansare, deci un cost c_l şi cheltuieli de stocare pe o durată τ, stocul variind liniar de la n la 0. Din acest motiv costul cu stocarea va fi: $c_s \cdot \frac{n}{2} \cdot \tau$ (În general costul de stocare se calculează cu formula $c_S \cdot \int_0^{\tau} s(t)dt$).
- numărul de perioade este egal cu $\frac{N}{n} = \frac{T}{\tau}$
- costul total cu aprovizionarea va fi $\mathbf{C_T = (c_l + c_s \cdot \frac{n}{2} \cdot \tau) \cdot \frac{N}{n}}$

În concluzie rezolvarea problemei se reduce la a găsi minimul funcției:

$$\mathbf{C_T(n,\tau) = (c_l + c_s \cdot \frac{n}{2} \cdot \tau) \cdot \frac{N}{n}}$$

dacă variabilele n şi τ verifică $\frac{N}{n} = \frac{T}{\tau}$ şi **n** şi τ sunt strict pozitive şi $\mathbf{n \in (0,N]}$, $\mathbf{\tau \in (0,T]}$. Pentru rezolvare vom scoate pe τ în funcție de n din relația $\frac{N}{n} = \frac{T}{\tau} : \tau = n \cdot \frac{T}{N}$ şi înlocuim în expresia costului total cu aprovizionarea obținând:

$$\mathbf{C_T(n) = (c_l + c_s \cdot \frac{n}{2} \cdot n \cdot \frac{T}{N}) \cdot \frac{N}{n}} = c_l \cdot N \cdot \frac{1}{n} + \frac{c_S \cdot T}{2} \cdot n$$

Cei doi termeni în care a fost separat costul total reprezintă cheltuielile totale cu lansările respectiv cheltuielile totale cu stocarea, observându-se că primele sunt descrescătoare în n iar celelalte liniar crescătoare. În concluzie, dacă vom aduce toată cantitatea într-o singură tranşă vor fi foarte mari costurile de stocare iar dacă vom aduce de foarte multe ori câte foarte puțin vor fi foarte mari cheltuielile cu lansarea. Soluția optimă $\mathbf{n^*}$ va fi deci foarte probabil undeva între **0** şi **N**. Pentru a o determina facem tabloul de variație al costului total în funcție de **n** pe intervalul **(0,N]**.

Calculăm derivata costului total:

$C'_T = -\frac{c_l \cdot N}{n^2} + \frac{c_S \cdot T}{2}$ care are zerourile: $n_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{2 \cdot c_l \cdot N}{c_S \cdot T}} \Rightarrow$

Material cu drept de autor

$$n_1 = -\sqrt{\frac{2 \cdot c_l \cdot N}{c_s \cdot T}} \notin (0, N]$$

$$n_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot c_l \cdot N}{c_s \cdot T}} \in (0, N] \Leftrightarrow \sqrt{\frac{2 \cdot c_l \cdot N}{c_s \cdot T}} \leq N \Leftrightarrow \frac{c_l}{c_s} \leq \frac{N \cdot T}{2}$$

În concluzie:

a) dacă $\frac{c_l}{c_s} \geq \frac{N \cdot T}{2}$ adică dacă costul de lansare este de mai mult de $\frac{N \cdot T}{2}$ ori mai mare decât costul de stocare tabloul de variație va fi:

n	0		N
$C_T'(n)$	- - - - - -		
$C_T(n)$	↘	$c_l + c_s \cdot \frac{T \cdot N}{2}$	

şi deci se va face o singură aprovizionare la începutul perioadei T în care se va aduce toată cantitatea N, costul total fiind de $c_l + c_s \cdot \frac{T \cdot N}{2}$.

b) dacă $\frac{c_l}{c_s} < \frac{N \cdot T}{2}$ obținem tabloul:

n	0		$\sqrt{\frac{2 \cdot c_l \cdot N}{c_s \cdot T}}$		N
$C_T'(n)$	- - - - -	0	+	+ + +	
$C_T(n)$	↘		$\sqrt{2 \cdot c_l \cdot c_s \cdot T \cdot N}$	↗	

în concluzie se vor face $\frac{N}{n} = \sqrt{\frac{c_s \cdot T \cdot N}{2 \cdot c_l}}$ aprovizionări la intervale de $t_{opt} = \sqrt{\frac{2 \cdot c_l \cdot T}{c_s \cdot N}}$ în care se va aduce câte $n_{opt} = \sqrt{\frac{2 \cdot c_l \cdot N}{c_s \cdot T}}$, variantă prin care se va face aprovizionarea cu costul total minim posibil:

$$C_T = \sqrt{2 \cdot c_l \cdot c_s \cdot T \cdot N}$$

Obs. Dacă nu se acceptă decât soluții în numere întregi pentru n sau t se va calcula costul pentru:

Material cu drept de autor

$$n = \left[\sqrt{\frac{2 \cdot c_l \cdot N}{c_s \cdot T}}\right] \text{ şi } n = \left[\sqrt{\frac{2 \cdot c_l \cdot N}{c_s \cdot T}}\right] + 1$$

$$t = \left[\sqrt{\frac{2 \cdot c_l \cdot T}{c_s \cdot N}}\right] \text{ şi } t = \left[\sqrt{\frac{2 \cdot c_l \cdot T}{c_s \cdot N}}\right] + 1$$

alegându-se dintre toate variantele cea mai ieftină([x]=partea întreagă lui x).

3. Al treilea model. Modelul Willson cu ruptură de stoc

Ipotezele modelului:

1. cerere constantă în timp (cereri egale pe intervale egale de timp);
2. perioadă fixă de aprovizionare (aprovizionarea se face la intervale egale de timp);
3. cantități egale de aprovizionare;
4. aprovizionarea nu se face în momentul în care stocul devine 0, admițându-se scurgerea unui interval de timp în care depozitul va fi gol şi cererea nu va fi satisfăcută;
5. aprovizionarea se face instantaneu (durata dintre momentul lansării comenzii şi intrarea mărfii în depozit este zero)

Datele modelului:

– T = perioada totală de timp pe care se studiază stocarea;
– N = cererea totală pe perioada T;
– c_s = costul unitar de stocare (costul stocării unei unități de marfă pe o unitate de timp)
– c_l = costul lansării unei comenzi
– c_p = costul unitar de penalizare (pierderea cauzată de nesatisfacerea unei unități din cerere timp de o zi)

Variabilele modelului:

– τ = intervalul dintre două aprovizionări succesive;
– τ_1 = durata de timp în care în depozit se află marfă;
– τ_2 = durata de timp în care în depozitul este gol;
– n = cantitatea comandată şi adusă la fiecare aprovizionare;
– s = cantitatea maximă de marfă aflată în depozit;
– s(t) = nivelul stocului din depozit la momentul t

Obiectivul modelului

– minimizarea costului total de aprovizionare C_T

Ipoteza 1 $\Rightarrow$ $\frac{n}{\tau} = \frac{s}{\tau_1} = \frac{N}{T}$ = cererea pe unitatea de timp $\Rightarrow$ **s(t)** = liniară

Ipoteza 2 $\Rightarrow$ τ, τ_1, τ_2, aceiaşi între oricare două comenzi şi $\tau = \tau_1 + \tau_2$.

Material cu drept de autor

Ipoteza 3 $\Rightarrow$ n, s aceiaşi pentru toate comenzile.

Ipoteza 4 $\Rightarrow$ pe intervalul τ_2 depozitul este gol (deci stocul zero); totuşi graficul a fost desenat în prelungirea perioadei τ_1 (deci cu valori negative) deoarece în această perioadă se presupune că cererea este aceeaşi ca în perioadele în care există marfă în depozit, nivelul cererii nesatisfăcute fiind privit ca stocul care s-ar fi consumat dacă aveam marfă în depozit.

Ipoteza 5 $\Rightarrow$ la sfârşitul unei perioade τ este livrată instantaneu cantitatea n – s în contul cererii nesatisfăcute în perioada τ_2 şi introdusă în depozit cantitatea s.

Rezolvare

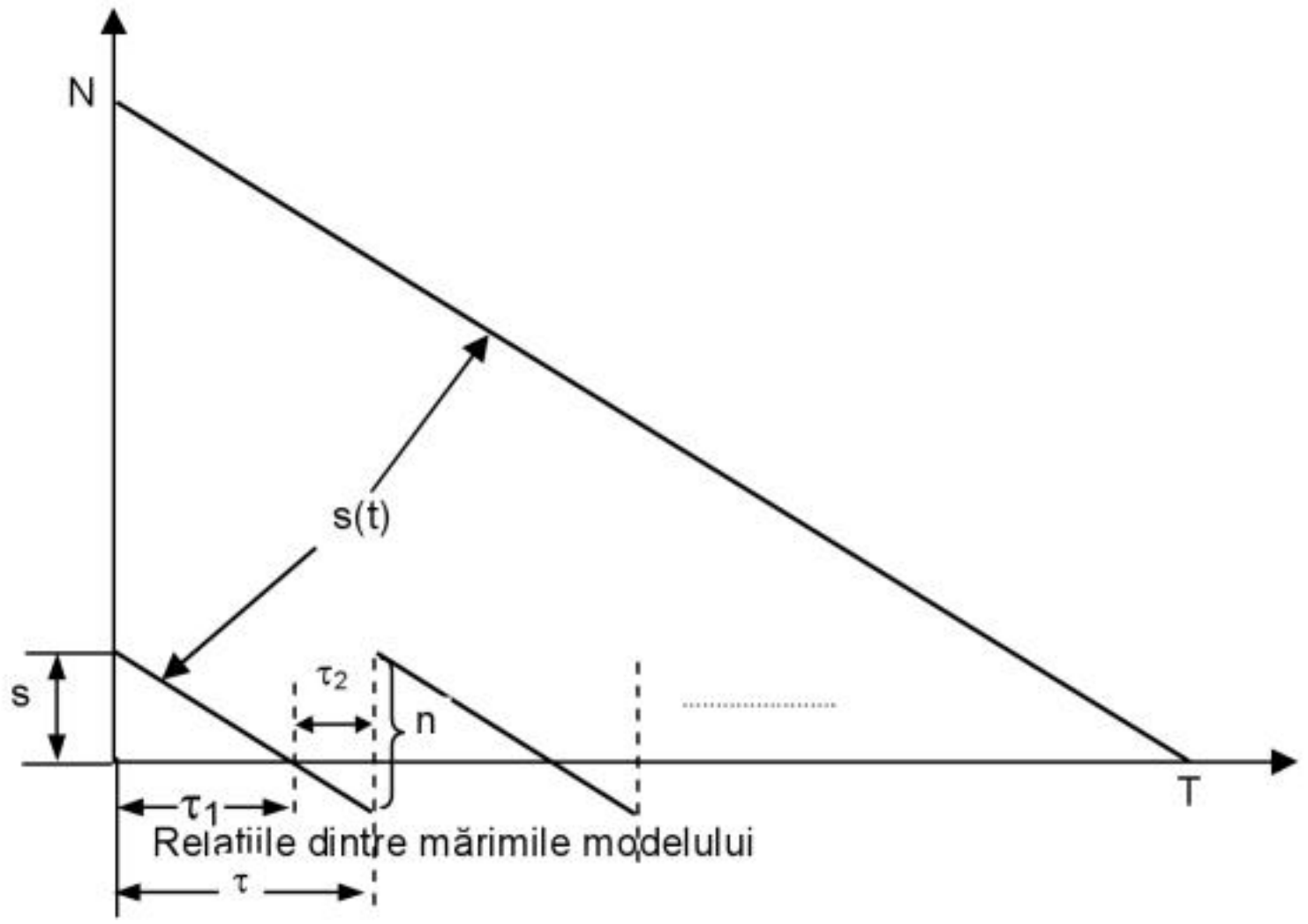


Figura 2

Situația de mai sus poate fi vizualizată prin trasarea graficului variației stocului în timp din figura 2:

În figură a fost reprezentată evoluția stocului dacă toată cantitatea necesară ar fi adusă la începutul perioadei (graficul de deasupra) sau dacă s-ar aduce câte n unități din τ în τ unități de timp (graficul de jos). Se observă că evoluția este periodică, de perioadă τ. În concluzie vom calcula costul total cu aprovizionarea calculând costul pe o perioadă şi înmulțind apoi cu numărul de perioade:

– pe o perioadă avem o lansare, deci un cost c_l, cheltuieli de stocare pe o durată τ_1, stocul variind liniar de la s la 0 şi cheltuieli de penalizare, cererea neonorată variind liniar de la 0 la n - s. Din acest motiv costul cu

stocarea va fi: $c_s \cdot \frac{s}{2} \cdot \tau_1$ iar costul de penalizare va fi: $c_p \cdot \frac{n-s}{2} \cdot \tau_2$ (În general costul de penalizare, ca şi cel de stocare, se calculează cu formula $c_p \cdot \int_0^{\tau} -s(t)dt$).

– numărul de perioade este egal cu $\frac{N}{n} = \frac{T}{\tau}$

– costul total cu aprovizionarea va fi $\mathbf{C_T = (c_l + c_s \cdot \frac{s}{2} \cdot \tau_1 + c_p \cdot \frac{n-s}{2} \cdot \tau_2) \cdot \frac{N}{n}}$

În concluzie rezolvarea problemei se reduce la a găsi minimul funcției:

$$C_T(n,s,\tau,\tau_1,\tau_2) = (c_l + c_s \cdot \frac{s}{2} \cdot \tau_1 + c_p \cdot \frac{n-s}{2} \cdot \tau_2) \cdot \frac{N}{n}$$

unde variabilele n, s, τ, τ_1 şi τ_2 verifică următoarele condiții şi relații:

Condiții		Relații	
1.	$0 < n \le N$	1.	$\tau_1 + \tau_2 = \tau$
2.	$0 \le s \le n$	2.	$\frac{n}{\tau} = \frac{N}{T}$
3.	$0 < \tau \le T$	3.	$\frac{s}{\tau_1} = \frac{n-s}{\tau_2}$
4.	$0 \le \tau_1 \le \tau$		
5.	$0 \le \tau_2 \le \tau$		

În concluzie, din cele 5 variabile doar două sunt independente şi din cele trei relații vom scoate trei dintre ele ca fiind variabile secundare în funcție de celelalte două ca fiind principale. Fie cele două variabile principale n şi s. În acest caz avem rezolvând sistemul de relații:

$$\tau_1 = s \cdot \frac{T}{N}$$

$$\tau_2 = (n-s) \cdot \frac{T}{N}$$

$$\tau = n \cdot \frac{T}{N}$$

Acestea se înlocuiesc în expresia costului total şi obținem în final o problemă de minim a unei cu două variabile:

Material cu drept de autor

$$\min_{n,s} C_T(n,s) = \left(c_l + c_s \cdot \frac{s}{2} \cdot {}_s \cdot \frac{T}{N} + c_p \cdot \frac{n-s}{2} \cdot (n-s) \cdot \frac{T}{N}\right) \cdot \frac{N}{n}$$

unde $0 < n \le N$ şi $0 \le s \le n$.

Pentru rezolvare vom calcula derivatele parțiale ale funcției $C_T(n,s)$ pe domeniul $D = \{(n,s)/\ 0 < n \le N$ şi $0 \le s \le n\}$. Obținem:

$$\frac{\partial C_T(n,s)}{\partial n} = c_p \cdot (n-s) \cdot \frac{T}{n} - \left[c_l + \frac{1}{2} \cdot c_s \cdot s^2 \cdot \frac{T}{N} + \frac{1}{2} \cdot c_p \cdot (n-s)^2 \cdot \frac{T}{N}\right] \cdot \frac{N}{n^2}$$

$$\frac{\partial C_T(n,s)}{\partial s} = \left[(c_s + c_p) \cdot s - c_p \cdot n\right] \cdot \frac{T}{n}$$

Rezolvăm sistemul: $\begin{cases} \dfrac{\partial C_T(n,s)}{\partial n} = 0 \\ \dfrac{\partial C_T(n,s)}{\partial s} = 0 \end{cases}$ scoțându-l pe s în funcție de n

din a doua ecuație ($s = \dfrac{c_p}{c_s + c_p} \cdot n$) şi înlocuindu-l în prima obținând:

$\dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{c_s c_p}{c_s + c_p} \cdot T - c_l \cdot \dfrac{N}{n^2} = 0$ de unde rezultă $n^2 = \dfrac{2 \cdot c_l \cdot (c_s + c_p)}{c_s c_p} \cdot \dfrac{N}{T}$ şi în final unica soluție pozitivă: $n_0 = \sqrt{\dfrac{2 \cdot c_l \cdot N}{c_s \cdot T}} \cdot \sqrt{\dfrac{c_s + c_p}{c_p}}$ şi $s_0 = \sqrt{\dfrac{2 \cdot c_l \cdot N}{c_s \cdot T}} \cdot \sqrt{\dfrac{c_p}{c_s + c_p}}$.

Această soluție este soluția optimă doar dacă $\mathbf{0 < n_0 \le N}$ şi sunt îndeplinite condițiile de ordinul 2:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 C_T(n,s)}{\partial^2 n}(n_0,s_0) > 0, \dfrac{\partial^2 C_T(n,s)}{\partial^2 s}(n_0,s_0) > 0 \\ \dfrac{\partial^2 C_T(n,s)}{\partial^2 n}(n_0,s_0) \cdot \dfrac{\partial^2 C_T(n,s)}{\partial^2 s}(n_0,s_0) - \left(\dfrac{\partial^2 C_T(n,s)}{\partial n \partial s}(n_0,s_0)\right)^2 > 0 \end{cases}$$

Evident $n_0 > 0$ şi avem:

$$\frac{\partial^2 C_T(n,s)}{\partial^2 s}(n_0,s_0) = (c_s + c_p) \cdot \frac{T}{n_0} > 0$$

$$\frac{\partial^2 C_T(n,s)}{\partial^2 n}(n_0,s_0) = \left[2c_1 + (c_s + c_p) \cdot s_0^2 \cdot \frac{T}{N}\right] \cdot \frac{N}{n_0^3} > 0$$

$$\frac{\partial^2 C_T(n,s)}{\partial^2 n}(n_0,s_0) \cdot \frac{\partial^2 C_T(n,s)}{\partial^2 s}(n_0,s_0) - \left(\frac{\partial^2 C_T(n,s)}{\partial n \partial s}(n_0,s_0)\right)^2 = \frac{2c_1(c_s + c_p) \cdot T \cdot N}{n_0^4} > 0$$

Material cu drept de autor

$n_0 \le N$ este echivalentă cu: $\frac{2 \cdot c_l}{c_s} \cdot \frac{c_p}{c_s + c_p} \le N \cdot T$.

În concluzie, dacă $\frac{2 \cdot c_l}{c_s} \cdot \frac{c_p}{c_s + c_p} \le N \cdot T$ atunci problema admite soluția optimă:

$$n_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot c_l \cdot N}{c_s \cdot T}} \cdot \sqrt{\frac{c_s + c_p}{c_p}}$$

$$s_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot c_l \cdot N}{c_s \cdot T}} \cdot \sqrt{\frac{c_p}{c_s + c_p}}$$

$$\tau_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot c_l \cdot T}{c_s \cdot N}} \cdot \sqrt{\frac{c_p}{c_s + c_p}}$$

$$\tau_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot c_l \cdot T}{c_s \cdot N}} \cdot \left(\sqrt{\frac{c_s + c_p}{c_p}} - \sqrt{\frac{c_p}{c_s + c_p}} \right)$$

$$\tau = \sqrt{\frac{2 \cdot c_l \cdot T}{c_s \cdot N}} \cdot \sqrt{\frac{c_s + c_p}{c_p}}$$

$$C_{T\,maxim} = C_T(n_0, s_0) = \sqrt{2 \cdot c_l \cdot c_s \cdot T \cdot N} \cdot \sqrt{\frac{c_p}{c_s + c_p}}$$

Expresia $\rho = \sqrt{\frac{c_p}{c_s + c_p}}$ măsoară intensitatea lipsei de stoc şi din expresia lui $C_{T\ maxim}$ se observă că admiterea lipsei de stoc duce la micşorarea costului total cu stocarea, explicația constând în micşorarea numărului de lansări pentru că, deşi c_p este mult mai mare decât c_s, c_l este şi mai mare decât c_p. Dacă c_p este mult mai mare decât c_s ($\frac{c_s}{c_p} \approx 0$) atunci se obțin aceleaşi soluții ca în modelul Willson fără ruptură de stoc.

Dacă $\frac{2 \cdot c_l}{c_s} \cdot \frac{c_p}{c_s + c_p} > N \cdot T$ atunci se va face o singură lansare (deci $n_0 = N$) şi vom avea $s_0 = n_0$, $\tau_1 = \tau = T$ şi $\tau_0 = 0$ iar $C_T = c_l + c_s \cdot \frac{N}{2} \cdot T$ exact ca şi în modelul Willson fără ruptură de stoc.

Material cu drept de autor

4. Generalizări ale modelului Willson. În practică ipoteza că $\mathbf{c_s}$ (costul unitar) este acelaşi, indiferent de cantitatea stocată, nu este în general îndeplinită decât pentru variaţii mici ale stocului sau ale duratei de stocare, fiind mult mai realistă ipoteza că acesta depinde (invers proporţional) de cantitatea stocată s, de durata de stocare (direct sau invers proporţional) etc, dependenţele fiind exprimate prin funcţii mai mult sau mai puţin complicate. Aceleaşi consideraţii sunt valabile şi pentru c_p (dependent de mărimea cererii neonorate sau mărimea întârzierilor). În concluzie putem imagina modele în care: $\mathbf{c_s = f(s,t_s)}$ şi/sau $\mathbf{c_p = f(p,t_p)}$ unde am notat cu:

– **s** = cantitatea stocată
– $\mathbf{t_s}$ = durata de stocare
– **p** = cererea neonorată
– $\mathbf{t_p}$ = durata întârzierii onorării cererii

sau şi mai complicate, neexistând evident limite în acest sens. Motivele care ne opreşte totuşi în a discuta teoretic aceste modele sunt următoarele:

– orice complicare a modelelor anterioare duce la ecuaţii matematice complicate, ale căror soluţii nu mai pot fi scrise cu operatorii matematici obişnuiţi (de exemplu, chiar dacă am presupune că unul singur dintre c_s sau c_p este funcţie liniară în variabilele expuse mai sus s-ar ajunge în rezolvare la ecuaţii de gradul patru ale căror soluţii încap pe o foaie întreagă (cititorul poate încerca singur analiza acestor variante); ele ar fi practic de nefolosit şi oricum scopul studierii gestiunii stocurilor nu este găsirea unor modele cât mai impunătoare;

– aceste modele mai complicate pot apărea şi pot fi aplicate evident în practică, existând algoritmi matematici de rezolvare (cel puţin aproximativi) pentru orice model matematic, dar acesta ar fi doar un pur calcul matematic;

– modelele mai complicate nu ar adăuga nimic ideii teoretice, desprinse din modelul Willson clasic, că în orice model de stocare există întotdeauna două tipuri de costuri, indiferent de variabilele de decizie şi anume: unele direct proporţionale şi celelalte invers proporţionale cu variabilele de decizie, fapt care face ca soluţia să fie una de mijloc, şi nu o valoare extremă evidentă şi deci banală.

– în foarte multe cazuri un model de stocare presupune şi multe alte variabile, care sunt de obicei aleatoare, caz în care devine nerealizabilă dorinţa de a găsi o soluţie matematică simplă. În aceste cazuri sunt chemate spre rezolvare alte ramuri ale analizei matematice şi economice, cum ar fi, de exemplu, simularea, algoritmii genetici etc.

5. Model de producţie – stocare. Presupunem că o unitate economică fabrică un singur tip de produse cu un ritm al producţiei de β produse în unitatea de timp pentru care are o cerere de N bucăţi într-o perioadă **T**. Presupunem că $\beta \cdot \mathbf{T > N}$ (adică dacă întreprinderea ar lucra non-stop întreaga perioadă T ar produce mai mult decât ceea ce poate efectiv să vândă) motiv pentru care perioadele de producţie sunt alternate cu perioade de oprire a producţiei astfel încât producţia totală să devină egală cu cererea totală N. Pentru simplificarea calculelor se va presupune că cererea este

Material cu drept de autor

constantă în timp, adică în fiecare unitate de timp este egală cu $\alpha = \frac{N}{T}$.

Deoarece $\beta > \alpha$ este evident că pe parcursul perioadelor de producție se va acumula o cantitate de produse care trebuie stocate într-un depozit, acest stoc epuizându-se în perioadele în care producția este oprită. De asemenea este evident că oprirea şi repornirea producției implică o serie de costuri. Pentru formalizarea modelului vom face şi următoarele ipoteze:

1. duratele ciclurilor de producție sunt egale între ele;
2. intervalele de staționare sunt egale între ele;
3. costul stocării este direct proporțional cu cantitatea stocată şi durata stocării cu un factor de proporționalitate c_s (costul unitar de stocare)
4. costul unei secvențe oprire-pornire a producției este acelaşi pentru toate secvențele;
5. se admite ruptura de stoc;
6. valoarea penalizării este direct proporțională cu mărimea cererii neonorate şi cu durata întârzierii cu un factor de proporționalitate c_p (costul unitar de penalizare)

Se cere în aceste condiții găsirea acelor intervale de producție şi staționare care duc la un cost total pe unitatea de timp minim.

Situația de mai sus poate fi vizualizată foarte bine desenând graficul evoluției stocului în timp în figura 3.

În acest desen am notat cu:

- n = cantitatea produsă peste cerere într-un ciclu de producție;
- s = cantitatea maximă acumulată în depozit;
- t_1 = intervalul de timp în care se formează stocul;
- t_2 = intervalul de timp în care se epuizează stocul ca urmare a opririi producției;
- t_3 = intervalul de timp în care se acumulează comenzi neonorate ca urmare a faptului că nu se produce şi s-a epuizat stocul;
- t_4 = intervalul de timp în care este lichidat deficitului în paralel cu satisfacerea cererii curente.

Se observă că avem de-a face cu un fenomen ciclic în care o perioadă poate fi aleasă ca intervalul dintre două porniri succesive ale producției. Într-o perioadă costul va fi format din:

- costul unei secvențe lansare-oprire a producției c_l;
- cheltuieli de stocare pe intervalele t_1 şi t_2, $c_s \cdot \frac{s}{2} \cdot (t_1 + t_2)$;
- cheltuieli de penalizare pe intervalele t_3 şi t_4: $c_p \cdot \frac{n-s}{2} \cdot (t_3 + t_4)$

Costul total unitar va fi:

$$C_T(n,s,t_1,t_2,t_3,t_4) = \frac{c_1 + c_s \frac{s}{2}(t_1+t_2) + c_p \frac{n-s}{2}(t_3+t_4)}{t_1+t_2+t_3+t_4}$$

Material cu drept de autor

şi vom avea de rezolvat problema de minim cu legături:

$$\min_{n,s,t_1,t_2,t_3,t_4} \frac{c_1 + c_s \frac{s}{2}(t_1+t_2) + c_p \frac{n-s}{2}(t_3+t_4)}{t_1+t_2+t_3+t_4}$$

$$\begin{cases} \dfrac{n-s}{t_4} = \dfrac{s}{t_1} = \beta - \alpha \\ \dfrac{n-s}{t_3} = \dfrac{s}{t_2} = \alpha \\ 0 < s \le n \\ 0 < t_i, \quad 1 \le i \le 4 \end{cases}$$

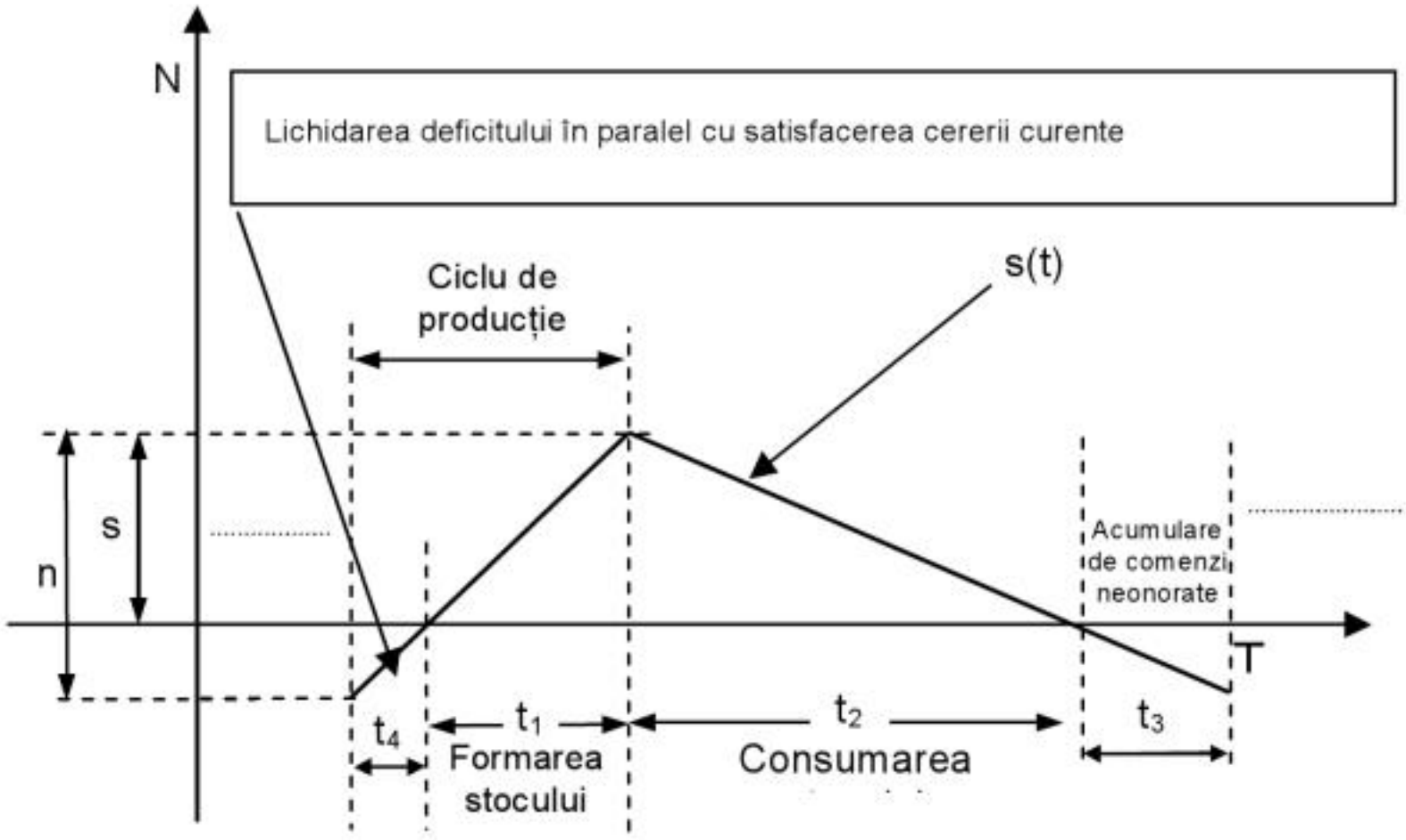


Fig. 3

Pentru rezolvare vom scoatem din sistemul de restricții patru variabile în funcție de celelalte, de exemplu variabilele n, s, t_1 şi t_4 în funcție de t_2 şi t_3 şi le vom înlocui în C_T.

Avem:

- $s = t_2 \cdot \alpha$
- $n = (t_2 + t_3) \cdot \alpha$
- $t_1 = \dfrac{\alpha}{\beta - \alpha} t_2$

– $t_4 = \frac{\alpha}{\beta - \alpha} t_3$

şi înlocuind în funcția obiectiv obținem:

$$C_T(t_2,t_3) = \frac{2c_1(\beta-\alpha)+\alpha\beta\left(c_s t_2^2 + c_p t_3^2\right)}{2\beta(t_2+t_3)}$$

Se calculează ca şi în modelul Willson cu ruptură de stoc derivatele parțiale în t_2 şi t_3 şi din condiția ca ele să se anuleze în punctul de minim obținem un sistem în t_2 şi t_3 care are soluția:

$$t_2 = \sqrt{\frac{2c_1(\beta-\alpha)}{\alpha\beta c_s}} \cdot \sqrt{\frac{c_p}{c_s+c_p}} \quad , \quad t_3 = \sqrt{\frac{2c_1(\beta-\alpha)}{\alpha\beta c_p}} \cdot \sqrt{\frac{c_s}{c_s+c_p}}$$

şi în continuare:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2\alpha c_1}{\beta c_p(\beta-\alpha)}} \cdot \sqrt{\frac{c_s}{c_s+c_p}} \quad , \quad t_4 = \sqrt{\frac{2\alpha c_1}{\beta c_s(\beta-\alpha)}} \cdot \sqrt{\frac{c_p}{c_s+c_p}}$$

$$s = \sqrt{\frac{2\alpha c_1(\beta-\alpha)}{\beta c_s}} \cdot \sqrt{\frac{c_p}{c_s+c_p}} \quad , \quad n = \sqrt{\frac{2\alpha c_1(\beta-\alpha)}{\beta(c_s+c_p)}} \cdot \left(\sqrt{\frac{c_p}{c_s}} + \sqrt{\frac{c_s}{c_p}}\right)$$

$$C_{Tminim} = \sqrt{2 \cdot \alpha \cdot c_s \cdot c_p \left(1 - \frac{\alpha}{\beta}\right) \frac{c_p}{c_s+c_p}}$$

Soluția de mai sus verifică evident şi celelalte restricții, deci este unica soluție optimă.

Observație Dacă ritmul producției este mult mai mare decât intensitatea cererii (β mult mai mare decât α sau echivalent spus $\frac{\alpha}{\beta} \cong 0$) se obține soluția din modelul Willson cu ruptură de stoc.

6. Model de gestiune cu prețuri de achiziție sau cu cheltuieli de producție variabile. În modelul anterior, cu excepția cheltuielilor de lansare (presupuse fixe), cheltuielile de producție erau ignorate. Acest lucru este valabil dacă cheltuielile de producție pe unitatea de produs nu variază cu volumul producției iar cererea este satisfăcută în întregime (sau, în modelele de aprovizionare, cheltuielile de aprovizionare pe unitatea de produs nu variază cu volumul comenzii).

Cheltuielile de producție depind de volumul producției, notat cu q, şi anume printr-o funcție nedescrescătoare f(q) care se anulează în origine şi

Material cu drept de autor

are un salt egal cu c_l în aceasta, pentru cheltuieli de lansare $c_l \neq 0$. Uneori funcția $f(q)$ are şi alte salturi care trebuie luate în considerație când se determină cantitatea optimă q ce trebuie achiziționată (produsă).

Caz 1 Să presupunem acum că intensitatea cererii de produse este α şi să presupunem că prețul unitar al produsului este p când volumul comenzii este mai mic decât o cantitate Q şi p' când volumul comenzii este mai mare sau egal cu Q, cu p' < p.

Atunci $f(q)$ are expresia:

$$f(q) = \begin{cases} 0 & q = 0 \\ c_1 + p \cdot q & 0 < q < Q \\ c_1 + p' \cdot q & q \geq Q \end{cases}$$

Dacă presupunem că nu se admite neonorarea comenzilor şi că aprovizionarea se face instantaneu, atunci ne aflăm în situația de la modelul anterior în care $t_1 = t_3 = t_4 = 0$, $\frac{s}{t_2} = \beta$ şi s = q. Formula cheltuielilor medii pe unitatea de timp va deveni:

$$C_T = \frac{\frac{1}{2} c_s \cdot q \cdot t_2 + c_1}{t_2} = \frac{1}{2} c_s \cdot q + \frac{\beta \cdot c_1}{q}$$

Adăugând la acestea şi cheltuielile unitare de producție $\frac{f(q)}{t_2}$ obținem:

$$C(q) = \begin{cases} \frac{1}{2} c_s \cdot q + p\beta + \frac{\beta \cdot c_1}{q} & 0 < q < Q \\ \frac{1}{2} c_s \cdot q + p'\beta + \frac{\beta \cdot c_1}{q} & q \geq Q \end{cases}$$

Pentru a calcula minimul acestei funcții vom calcula derivata:

$$C'(q) = \frac{1}{2} c_s - \frac{\beta \cdot c_1}{q^2} \text{ pentru } q \neq Q$$

care se anulează în $q_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot \beta \cdot c_1}{c_s}}$. Punctul de minim este q_0 sau Q, punctul în care funcția nu e continuă. Rămâne doar să mai comparăm valorile

Material cu drept de autor

funcției C(q) în q_0 şi Q:

$$C(q_0) = \begin{cases} \frac{1}{2}c_s \cdot q_0 + p\beta + \frac{\beta \cdot c_1}{q_0} & 0 < q_0 < Q \\ \frac{1}{2}c_s \cdot q_0 + p'\beta + \frac{\beta \cdot c_1}{q_0} & q_0 \geq Q \end{cases}$$

Dacă $q_0 < Q$ atunci soluția optimă este q_0 iar dacă $q_0 > Q$ se compară valorile $\frac{1}{2}c_s \cdot q_0 + p'\beta + \frac{\beta \cdot c_1}{q_0}$ şi $\frac{1}{2}c_s \cdot Q + p\beta + \frac{\beta \cdot c_1}{Q}$.

Dacă: $\frac{1}{2}c_s \cdot q_0 + p'\beta + \frac{\beta \cdot c_1}{q_0} < \frac{1}{2}c_s \cdot Q + p\beta + \frac{\beta \cdot c_1}{Q}$ se alege q_0 altfel se alege Q.

Caz 2 Să presupunem acum că intensitatea cererii de produse este α şi să presupunem că prețul unitar al produsului este p pentru primele Q produse şi este cu p' mai mare pentru produsele fabricate peste cantitatea Q.

Atunci *f*(q) are expresia:

$$f(q) = \begin{cases} 0 & q = 0 \\ c_1 + p \cdot q & 0 < q < Q \\ c_1 + p \cdot q + p' \cdot (q - Q) & q \geq Q \end{cases}$$

şi vor rezulta cheltuielile totale în unitatea de timp:

$$C(q) = \begin{cases} \frac{1}{2}c_s \cdot q + p\beta + \frac{\beta \cdot c_1}{q} & 0 < q < Q \\ \frac{1}{2}c_s \cdot q + p'\beta + \frac{c_1 - (p' - p)Q\beta}{q} & q \geq Q \end{cases}$$

şi în continuare se găseşte soluția optimă ca şi la cazul 1.

7. Modele de gestiune cu cerere aleatoare. Presupunem că un produs este stocat într-un depozit intermediar, care este aprovizionat dintr-un depozit mai mare la intervale egale de timp t. Se presupune că cererea pe un interval este aleatoare cu o distribuție de probabilitate cunoscută din observații statistice:

$$\beta = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \cdots & n & \cdots \\ p(0) & p(1) & \cdots & p(n) & \cdots \end{pmatrix}$$

ea realizându-se uniform pe fiecare interval.

Pentru simplificarea aprovizionării se decide ca la fiecare

Material cu drept de autor

aprovizionare să se aducă aceeaşi cantitate de produse, care trebuie aleasă astfel încât, în timp, să se minimizeze cheltuielile. Cheltuielile legate de aprovizionare pot fi privite cel puțin din două puncte de vedere:

a) cu costuri de stocare şi costuri de penalizare unitare. Presupunem că se cunosc cheltuielile unitate de stocare c_s şi cheltuielile unitare de penalizare c_p. Atunci, dacă vom aduce de fiecare dată α bucăți, vom avea într-o perioadă cu cererea $\beta \le \alpha$ doar cheltuieli cu stocarea iar într-o perioadă cu $\beta > \alpha$ atât cheltuieli cu stocarea cât şi penalizări.

Dacă $\beta \le \alpha$ evoluția stocului va fi cea din figura 4a) şi costul unitar de stocare va fi:

$$C(\alpha,\beta) = \frac{c_s \cdot \frac{\alpha + (\alpha - \beta)}{2} \cdot t}{t} = c_s \cdot \left(\alpha - \frac{\beta}{2}\right)$$

iar dacă $\beta > \alpha$ evoluția stocului va fi cea din figura 4b) şi costul unitar de stocare va fi:

$$C(\alpha,\beta) = \frac{c_s \cdot \frac{\alpha}{2} \cdot t_1 + c_p \cdot \frac{\beta - \alpha}{2} \cdot t_2}{t_1 + t_2}$$

unde $\frac{\alpha}{t_1} = \frac{\beta - \alpha}{t_2}$. Înlocuind t_1 în funcție de t_2 din această relație în expresia costului unitar vom obține:

$$C(\alpha,\beta) = c_s \cdot \frac{\alpha^2}{2\beta} + c_p \cdot \frac{(\beta - \alpha)^2}{2\beta}$$

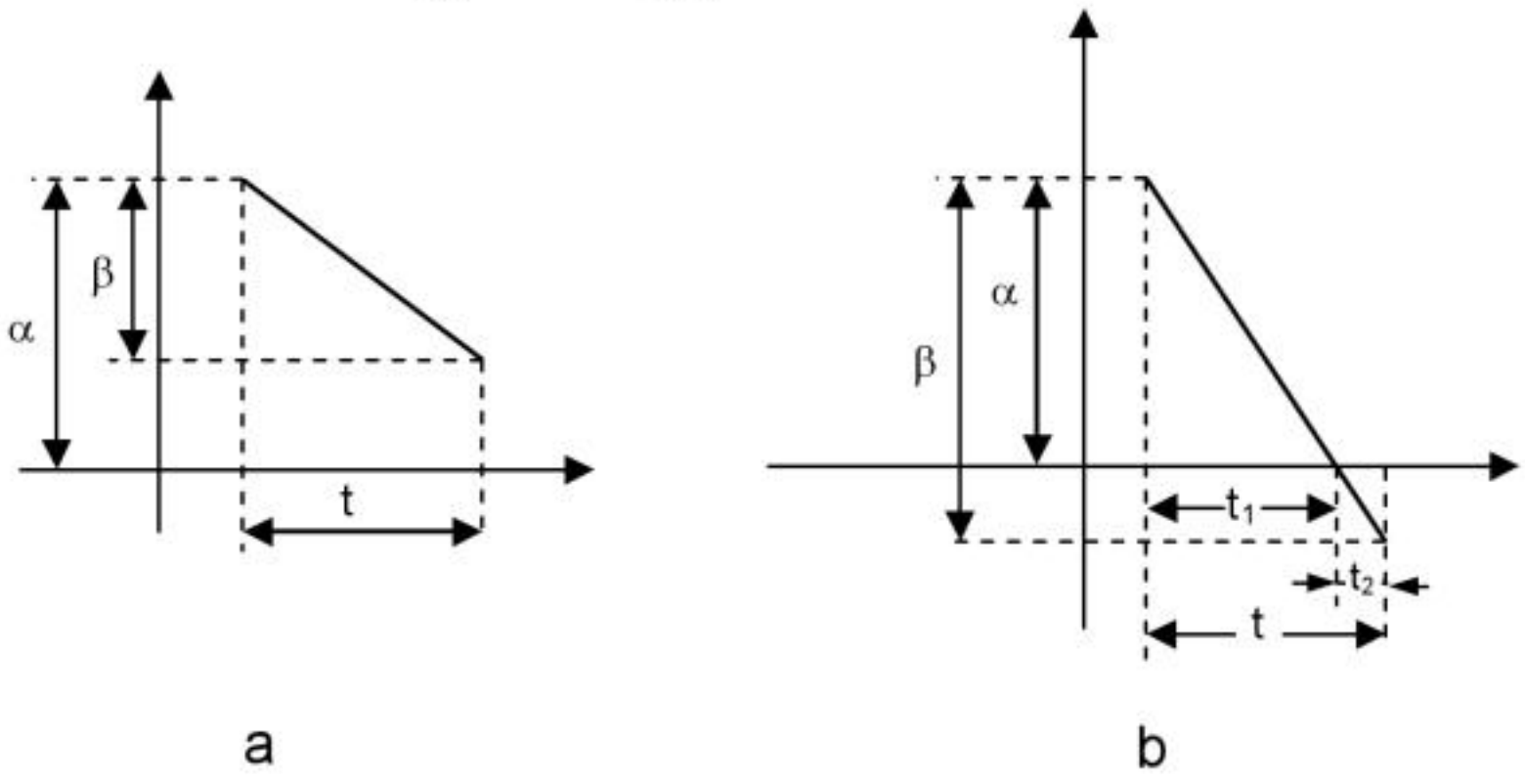


Fig. 4

În concluzie, pentru o valoare aleasă a lui α costul mediu va fi o variabilă aleatoare cu aceleaşi probabilități ale evenimentelor ca şi cererea β:

Material cu drept de autor

$$C(\alpha) = \begin{pmatrix} c_s \cdot \left(\alpha - \frac{\beta}{2}\right) & \cdots & c_s \cdot \frac{\alpha}{2} & \cdots & c_s \cdot \frac{\alpha^2}{2\beta} + c_p \cdot \frac{(\beta-\alpha)^2}{2\beta} \\ p(\beta) & \cdots & p(\alpha) & \cdots & p(\beta) \end{pmatrix}$$

Al alege pe acel α astfel încât, în timp, să se minimizeze cheltuielile este echivalent cu a găsi acel α pentru care media variabilei aleatoare $C(\alpha)$ este minimă.

Avem:

$$\overline{C}(\alpha) = \sum_{\beta=0}^{\alpha} c_s \cdot \left(\alpha - \frac{\beta}{2}\right) \cdot p(\beta) + \sum_{\beta \geq \alpha+1} c_s \cdot \frac{\alpha^2}{2\beta} \cdot p(\beta) + \sum_{\beta \geq \alpha+1} c_p \cdot \frac{(\beta-\alpha)^2}{2\beta} \cdot p(\beta)$$

unde $\alpha \in R$ şi valorile $\overline{C}(\alpha)$ formează un şir real. Pentru a găsi minimul acestui şir observăm că funcția cu valori reale $\overline{C}(\alpha)$ este o funcție de gradul doi cu coeficientul lui α^2 pozitiv, deci are un singur punct de minim local, care este şi global şi deci valoarea α întreagă care dă minimul lui $\overline{C}(\alpha)$ este cea care îndeplineşte simultan relațiile:

$$\overline{C}(\alpha - 1) > \overline{C}(\alpha) < \overline{C}(\alpha + 1)$$

sistem care, după efectuarea unor calcule simplificatoare, este echivalent cu:

$L(\alpha - 1) < \rho < L(\alpha)$

unde:

$$L(\alpha) = p(\beta \leq \alpha) + \left(\alpha + \frac{1}{2}\right) \sum_{\beta \geq \alpha+1} \frac{p(\beta)}{\beta} \quad \text{iar} \quad \rho = \frac{c_p}{c_s + c_p}.$$

Practic, pentru găsirea lui α vom calcula toate valorile lui $L(\alpha)$ într-un tabel ca cel de mai jos şi vom alege acel α pentru care se obține valoarea lui $L(\alpha)$ imediat superioară lui ρ.

α	β	$p(\beta)$	$p(\beta \leq \alpha)$	$\alpha + \frac{1}{2}$	$\frac{p(\beta)}{\beta}$	$\sum_{\beta \geq \alpha+1} \frac{p(\beta)}{\beta}$	$\left(\alpha + \frac{1}{2}\right) \sum_{\beta \geq \alpha+1} \frac{p(\beta)}{\beta}$	$L(\alpha)$
0 1 2 ⋮	0 1 2 ⋮	p(0) p(1) p(2) ⋮						

Material cu drept de autor

În final, pentru α_0 găsit, se calculează costul mediu minim $\overline{C}(\alpha_0)$

Generalizări

Caz 1 Sunt situații în care cererea de produse se poate situa într-un interval foarte mare (produse de valoare mică), caz în care calcularea probabilităților pentru fiecare valoare a cererii ar cere un efort prea mare, acesta nefiind justificat şi prin faptul că probabilitatea pentru o anumită cerere este practic aceeaşi pentru un întreg interval de valori din vecinătatea acesteia. Din acest motiv se împart valorile cererii în intervale egale, se presupune că cererile din fiecare interval au aceeaşi probabilitate de manifestare şi vom avea de estimat doar atâtea probabilități câte intervale posibile există (sau se presupune că numai anumite valori ale cererii sunt posibile, de exemplu mijloacele acestor intervale).

Cererea este o variabilă aleatoare de forma:

$$\beta = \begin{pmatrix} [a, a+l) & [a+l, a+2l) & \cdots & [a+(n-1)l, a+nl) & \cdots \\ p_1 & p_2 & \cdots & p_n & \cdots \end{pmatrix}$$

sau:

$$\beta = \begin{pmatrix} a+\frac{l}{2} & a+\frac{3l}{2} & \cdots & a+\frac{(2n-1)l}{2} & \cdots \\ p_1 & p_2 & \cdots & p(n) & \cdots \end{pmatrix}$$

unde a este valoarea minimă a cererii iar l lungimea intervalelor. Vom presupune În acest caz costul mediu va avea forma:

$$\overline{C}(\alpha) = l \cdot \sum_{\beta=0}^{\alpha} c_s \cdot \left(\alpha - \frac{\beta}{2}\right) \cdot p(\beta) + \frac{l}{2} \sum_{\beta=\alpha+l}^{\infty} c_s \cdot \frac{\alpha^2}{\beta} \cdot p(\beta) + \frac{l}{2} \sum_{\beta=\alpha+l}^{\infty} c_p \cdot \frac{(\beta-\alpha)^2}{\beta} \cdot p(\beta)$$

iar minimul acesteia va fi dat de acea valoare α_0 pentru care:

$$L(\alpha_0 - l) < \frac{c_p}{c_s + c_p} < L(\alpha_0) \text{ unde } L(\alpha) = p(\beta\ \beta\ \alpha) + \left(\alpha + \frac{l}{2}\right) \sum_{\beta=\alpha+l}^{\infty} \frac{p(\beta)}{\beta}$$

Caz 2 Sunt de asemenea cazuri când cererea poate lua valori într-o mulțime continuă, fiind o variabilă aleatoare continuă cu densitatea de repartiție f(β). În acest caz valoarea medie a costului este:

$$\overline{C}(\alpha) = c_s \cdot \int_0^{\alpha} \left(\alpha - \frac{\beta}{2}\right) \cdot f(\beta) d\beta + c_s \cdot \int_{\alpha}^{\infty} \frac{\alpha^2}{2\beta} f(\beta) d\beta + c_p \cdot \int_{\alpha}^{\infty} \frac{(\beta-\alpha)^2}{2\beta} f(\beta) d\beta$$

care este o funcție continuă în α. Pentru rezolvare vom deriva această funcție (folosind şi formula de derivare a integralelor cu parametru:

Material cu drept de autor

$$\left[\int_{a(y)}^{b(y)} f(x,y)\right]' = \int_{a(y)}^{b(y)} f'_y(x,y) + b'(y)\cdot f(b(y),y) - a'(y)\cdot f(a(y),y)$$

fiind îndeplinite condițiile care permit aplicarea acesteia.) şi apoi vom găsi punctul în care se anulează aceasta: α_0 = soluția căutată.

b) cu pierderi

Presupunem că cheltuielile de stocare sunt neglijabile. În acest caz pentru fiecare piesă stocată peste cererea manifestată se face o cheltuială inutilă c_1 iar pentru fiecare piesă lipsă, în cazul unei cereri mai mare decât stocul, o penalizare c_2 (în general $c_2 > c_1$). În acest caz, costul mediu va fi:

$$\overline{C}(\alpha) = c_1 \cdot \sum_{\beta=0}^{\alpha} (\alpha - \beta)\cdot p(\beta) + c_2 \cdot \sum_{\beta=\alpha+1}^{\infty} (\beta - \alpha)\cdot p(\beta)$$

Valoarea α întreagă care dă minimul lui $\overline{C}(\alpha)$ este cea care îndeplineşte simultan relațiile:

$$\overline{C}(\alpha - 1) > \overline{C}(\alpha) < \overline{C}(\alpha + 1)$$

sistem care, după efectuarea unor calcule simplificatoare, este echivalent cu:

$$p(\beta \le \alpha - 1) < \frac{c_p}{c_s + c_p} < p(\beta \le \alpha)$$

din care va fi aflat α_{optim} şi apoi $\overline{C}(\alpha_{optim})$.

Observație. Şi în acest caz se pot analiza variantele cu cerere împărțită în intervale sau cu cerere continuă, cazuri care sunt lăsate ca exerciții cititorului.

Material cu drept de autor

BIBLIOGRAFIE

1. Andrei Ana, Gheorghe Oprescu, Dumitru Marin, Dorin Mitruț, Mihai Roman, Modele dinamice de conducere optimală, Bucureşti, ASE, 2004.
2. Andrei, T. *Statistică şi econometrie,* Bucureşti, Editura Economica, 2004.
3. Andreica, M., Stoica, M., Luban, F., *Metode cantitative în management*, Editura Economica, Bucureşti, 1998.
4. Ansion G. *Économétrie pour l'entreprise*, Paris, EYROLLES, 1988.
5. Bărbatu, Gh., Ionescu, V., *Cercetarea operațională în întreprinderile industriale*, Editura Tehnică, Bucureşti, 1981.
6. Bran Paul, Economica valorii, Editura ASE, Bucureşti, 2004.
7. Cenuşă Gheorghe, Radu Şerban, Constantin Raischi, Matematici pentru economişti, Bucureşti, ASE, 2002.
8. Chow G. *Econometrics*, New York, McGraw Hill Inc., 1989.
9. Deschamps Philippe, COURS D'ÉCONOMÉTRIE, Edition 2004-2005, Versiune electronică: **http://ideas.repec.org/p/fri/dqewps/wp0002.html**
10. Dobre, I., Mustață, F., *Simularea proceselor economice*, Editura INFOREC, Bucureşti, 1996.
11. Dobrescu E. *Tranziția în România. Abordări econometrice,* Bucureşti, Editura Economică, 2003.
12. Filip Argentina, Matematici aplicate în economie, Bucureşti, ASE, 2004.
13. Gérald Baillargeon, Louise Martin, Outils statistiques pour les sciences du comportement et de la psychologie (1Cédérom), Editeur: SMG, 2003.
14. Gérald Baillargeon, Louise Martin, Outils statistiques pour les sciences du comportement et de la psychologie: Corrigé des exercices, Editeur: SMG, 2003.
15. Gérald Baillargeon, Statistique appliquée pour les sciences de la gestion et les sciences économiques (1Cédérom), Paris, Editeur: SMG, 2003.
16. Gérald Baillargeon, Statistique appliquée pour les sciences de la gestion et les sciences économiques: Corrigé des exercices, Paris, Editeur: SMG, 2003.
17. Gérard Forzy, Manuel de Statistique**,** Editeur: Ellipses Marketing, 2005.
18. Gheorghiță Mircea, Modelarea în economia mediului, Bucureşti, ASE, 2000.
19. Gheorghiță Mircea, Modelarea şi simularea proceselor economice, Bucureşti, ASE, 1994.
20. Gheorghiță Mircea, Simona-Roxana Pătărlăgeanu-Şerban, Modelarea proceselor economice. Aplicații, Bucureşti, ASE, 1999.
21. Girard, R., Chaix, N. *Econometrie,* Paris, PUF, 1989.
22. Gourieroux C., Monfort A., *Séries temporelles et modèles dynamiques,* Paris, Dunod, 1990.
23. Gourieroux C., Théorie des sondages, Paris, Dunod,1971.

Material cu drept de autor

24. Grais B. Méthodes Statistiques , Paris, Dunod, 1992.
25. Gujarati D. N., *Essentials of Econometrics*, New York, Mc Graw-Hill, 1998.
26. Guyon Xavier, Statistique et économétrie - Du modèle linéaire aux modèles non-linéaires, Editeur: Ellipses Marketing, Paris, 2001.
27. Hubert Egon, Pascal Porée, Statistique et probabilités en production industrielle: Volume 2, Contrôle et maîtrise de la qualité, fiabilité, problèmes et exercices corrigés, Paris, Editeur: Hermann, 2004.
28. Hubert Egon, Pascal Porée, Statistique et probabilités en production industrielle: Volume 1, Etude générale, problèmes et exercices corrigés, Paris, Editeur: Hermann, 2004.
29. Iacob Andreea Iluzia, Econometria consumului populației, Editura ASE, Bucureşti, 2004.
30. Isaic-Maniu Irina, Măsurarea şi analiza riscului în România, Bucureşti, ASE, 2004.
31. Isfănescu Aurel, Vasile Robu, Anca Maria Hristea, Camelia Vasilescu, Analiza economico-financiară, Bucureşti, ASE, 2003.
32. Ivan Ion, Adrian Vişoiu, Baza de modele economice, Bucureşti, ASE, 2002.
33. Jack Johnston, John Dinardo, Méthodes économétriques, Editeur: Economica, 1999.
34. Jean-Pierre Lecoutre, Statistique et probabilités, Paris, Editeur: Dunod, 2005.
35. Johnston Jack, John Dinardo, Méthodes économétriques, Editeur: Economica, Paris, 1999.
36. Jolion Jean-Michel, Probabilités et Statistique, Version électronique: **http://rfv.insa-lyon.fr/~jolion/STAT/poly.html.**
37. Labrousse C., *Introduction a l' économétrie*, Paris, Dunod, 1972.
38. Lasdon, L., *Teoria optimizării sistemelor mari*, Editura Tehnică, Bucureşti, 1975.
39. Lecoutre Jean-Pierre, Statistique et probabilités, Editeur: Dunod, Paris, 2005.
40. Luban Florica, Simulări în afaceri, Bucureşti, ASE, 2005.
41. Luc Albarello, Jean-Luc Guyot, Etienne Bourgeois, Statistique descriptive, Paris, Editeur: De Boeck, 2002.
42. Lucile Chanquoy, Statistiques appliquées à la psychologie et aux sciences humaines et sociales, Paris, Editeur: Hachette, 2005.
43. Maniu Isaic, Mitruț Constantin, Voineagu Virgil, Statistica afacerilor, ASE, 2004.
44. Maurice Lethielleux, Statistique descriptive, Paris, Editeur: Dunod, 2005.
45. Mustață Floare, Roxana Ciumara, Sorin Gramatovici, Analiza economico-matematică a unor modele liniare, Bucureşti, ASE, 2003.
46. Oprescu Gheorghe, Anca Andrei, Mihai Roman, Dorin Mitruț, Cibernetica microeconomică – Optimizarea comportamentului producătorului, Bucureşti, ASE, 2003.

Material cu drept de autor

47. Pascal Ardilly, Les techniques de sondage, Editeur: Editions Technip, 2006.
48. Patraş, M. *Metode econometrice moderne: o analiză critică,* Chişinău, Editura Universitas, 1992.
49. Păun Mihai, Carmen Hartulari, Analiza, diagnoza şi evaluarea sistemelor din economie, Bucureşti, ASE, 2005.
50. Pecican Eugen, *Econometrie,* Bucureşti, Editura ALL, 1994.
51. Pecican Eugen, Ovidiu Tănăsoiu, Andreea Iluzia Iacob, Modele econometrice, Editura ASE, Bucureşti, 2001.
52. Pecican Eugen, Tănăsoiu Ovidiu, Modele econometrice, Bucureşti, ASE, 2002.
53. Philippe Michel, Cours de mathématiques pour économistes, Paris, Editeur: Economica, 1989.
54. Philippe Tassi, Méthodes statistiques, Paris, Editeur: Economica, 2004.
55. Pierre Dagnelie, Principes d'expérimentation: Planification des expériences et analyse de leurs résultats**,** Editeur: Presses Agronomiques Gembloux, 2003.
56. Rațiu – Suciu Camelia, *Modelarea & Simularea proceselor economice. Teorie şi practică.* Editura Economică, Bucureşti, 2002.
57. Renault J. Formulaire de probabilités et de statistiques, Dunod, Paris 1992.
58. Saporta G. Théorie et méthodes de la statistique, Paris, Technip, 1987.
59. Schatteles, T. *Metode econometrice moderne. O analizã criticã*, Chişinău, Universitas, 1992.
60. Soliani Lamberto, MANUALE DI STATISTICA PER LA RICERCA E LA PROFESSIONE (edizione aprile 2005),Versiunea electronică: **http://www.dsa.unipr.it/soliani/soliani.html.**
61. Spircu Liliana, Analiza datelor. Aplicații economice, Bucureşti, ASE, 2004.
62. Stoica, M., Andreica, M., Săndulescu, I., *Introducere în modelarea proceduralã*, Editura Scrisul Românesc, Craiova, 1989.
63. Stoica, M., Cătoiu, I., Rațiu-Suciu, C., *Experiment şi euristică în economie*, Editura Stiințifică şi Enciclopedică, Bucureşti, 1983.
64. Stoica, M., Rațiu-Suciu, C., Mincu, C., *Modelarea microeconomică; Ştiință & Artă*, AISTEDA -Omega Press, Bucureşti, 1994.
65. Stroe Radu, Grigore Focşeneanu, Iulian Braşoveanu, Modelarea financiară, Bucureşti, ASE, 2004.
66. Stroe Radu, Grigore Focşeneanu, Modelarea deciziei financiare – Aplicații, Bucureşti, ASE, 2004.
67. Stroe Radu, Modelarea deciziei financiare, Bucureşti, ASE, 2002.
68. Şerban Daniela, Statistica pentru studii de marketing şi administrarea afacerilor, Editura ASE, Bucureşti, 2004.
69. Tamaş, V., Brânzei, D., Smadici, C., Moscovici, J., *Modele matematice în economie*, Editura Graphix, Iaşi, 1995.
70. Tasnadi Alexandru, Econometrie, Bucureşti, ASE, 2002.
71. Tassi Philippe, Méthodes statistiques, Editeur: Economica, Paris, 2004.

Material cu drept de autor

72. Tănăsoiu Ovidiu, Andreea Iluzia Iacob, Modele econometrice, Volumul I, ediția a doua, Editura ASE, Bucureşti, 2004.
73. Tănăsoiu, Ovidiu, Iacob Andreea Iluzia, *Econometrie. Studii de caz*, Bucureşti, Editura ASE, 1998.
74. Tertişco M., Stoica P., Popescu T., *Modelarea şi predicția seriilor de timp*, Bucureşti, Editura Academiei, 1985.
75. Troie Liviu, Octavian Zaharia, Monica Roman, Miruna Hurduzeu, Analiza statistică a activității economice şi a gestiunii financiare a întreprinderii, Bucureşti, ASE, 2002.
76. Vasilescu Gh., Niculescu I., Wagner Fl., Zaharia O., Analiza statistico-economică în industrie, Bucureşti, Editura Didactică şi Pedagogică, 1997.
77. Vasilescu Gh., Wagner Fl., Zaharia O., Roman M., Hurduzeu M., Analiza statistico-economică în industrie. Culegere de probleme şi teste grilă, Bucureşti, Editura ASE, 1999.
78. Văduva, I., Stoica, M., Odăgescu, I., *Simularea proceselor economice*, Editura Tehnică, Bucureşti, 1983.
79. Voineagu Virgil, Constantin Mitruț, Emilia Tițian, Simona Ghiță, Mihaela Vătui, Statistica, Editura ASE, Bucureşti, 2004.
80. Xavier Guyon, Statistique et économétrie - Du modèle linéaire aux modèles non-linéaires, Editeur: Ellipses Marketing, 2001.
81. Zaharia O., Roman M., Hurduzeu M., Mihăescu C, *Analiza statistico-economică a întreprinderii. Compendiu,* Bucureşti, Editura ASE, 2000.
82. Zaharia O., Roman M.,Danciu A., *Analiza statistico-economică a întreprinderii,* Bucureşti, Editura ASE, 2000.
83. Zaman G., *Econometrie,* Bucureşti, Pro Democrația, 1998.

Material cu drept de autor

CUPRINS

Pag

Cap.1. PRINCIPII ŞI CONSIDERAȚII PRELIMINARE 3

1.1. Noțiuni şi concepte fundamentale ale econometriei 3

1.2. Locul şi rolul econometriei în sistemul ştiințelor economice 6

1.3. Conceptul de sistem 9

1.4. Conceptul de model 11

Cap.2. VALOARE ŞI EVALUARE ÎN ECONOMETRIE 13

2.1. Conceptul de valoare 13

2.2. Valoare economică 14

2.3. Evaluarea valorii economice 23

Cap.3. MODELE ECONOMETRICE. PRINCIPII GENERALE 35

3.1. Conceptul de model 35

3.2. Modelarea economico-matematică. Principii fundamentale ale reprezentării prin modele 36

3.3. Modelarea în econometria proceselor tehnico-economice ... 38

3.3.1. Econometria ritmurilor de înnoire a elementelor producției 42

3.3.2. Aspecte econometrice ale modelului Cobb-Douglas pentru analiza proceselor de producție 45

3.4. Modelarea matematică a analizei eficienței activității agenților economici 50

3.5. Modelarea matematică a sistemelor tehnico-economice de producție în construcția de maşini 58

3.5.1. Alegerea factorilor de intrare care influențează calitatea prelucrării mecanice 60

3.5.2. Determinarea dependenței dintre factorii inițiali şi calitatea prelucrării mecanice 60

3.5.3. Calculul matricial al dependențelor dintre variabilele de intrare şi ieşire la determinarea calității prelucrării mecanice 63

3.5.4. Construirea schemelor structurale ale proceselor tehnologice 66

3.5.5. Determinarea parametrilor statistici ai erorilor de prelucrare 69

3.5.6. Studii de caz 74

Cap.4. INSTRUMENTAREA MATEMATICĂ A MODELE-LOR ECONOMETRICE 91

4.1. Considerații preliminare 91

4.2. Principalele tipuri de modele econometrice utilizate în economie 95

4.2.1. Modele unifactoriale şi modele multifactoriale 95

4.2.2. Modele liniare şi modele neliniare 96
4.2.3. Modele parțiale şi modele globale (agregate) 97
4.2.4. Modele statice şi modele dinamice 100
4.2.5. Modele cu o singură ecuație şi modele cu ecuații multiple 101
4.2.6. Modele euristice sau raționale şi modele decizionale sau operaționale 102
4.3. Studiu de caz. Modelul liniar unifactorial 107
Cap.5. MODELE ECONOMETRICE PENTRU MANAGEMENTUL RISCULUI 117
5.1. Principii introductive. Concepte, definiții 117
5.2. Riscul de exploatare (tehnico-economic) 118
5.2.1. Indicatori ai pragului de profitabilitate 119
5.2.2. Indicatori ai variabilității rezultatelor 122
5.3. Riscul financiar 123
5.4. Riscul de faliment 124
5.4.1 Modelul Altman 128
5.4.2 Modelul Conan – Holder 130
5.5. Riscul contractual 132
5.6. Riscul în marketing 133
5.7. Studii de caz 134
Cap.6. ANALIZA ECONOMETRICĂ A POTENȚIALULUI ECONOMIC 139
6.1. Noțiuni introductive. Concepte şi definiții 139
6.2. Caracterizarea econometrică a potențialului uman 139
6.2.1. Indicatori de volum ai forței de muncă 139
6.2.2. Caracterizarea statistică a structurii forței de muncă 140
6.2.3. Dinamica forței de muncă 141
6.2.4. Caracterizarea „mişcării" forței de muncă 142
6.2.5. Analiza statistică a utilizării timpului de muncă 143
6.3. Caracterizarea statistică a potențialului material 146
6.3.1. Analiza statistică a mijloacelor fixe 146
6.3.2. Caracterizarea statistică a utilajelor de producție 150
6.3.3. Caracterizarea statistică a capitalului circulant 151
6.4. Analiza statistică a potențialului financiar 155
6.5. Estimarea econometrică a volumului producției în vederea maximizării profitului unei societăți comerciale 156

Cap.7. Cap.7. ANALIZA ECONOMETRICĂ A SERIILOR DE TIMP 161
7.1. Serii de timp: definire, clasificare, factori de influență, tipuri de modele 161
7.2. Instrumentarea matematică a seriilor dinamice 165
7.3. Modele econometrice pentru seriile de timp cu două componente: trend şi variabilă reziduală 167
7.4. Estimarea parametrilor seriilor dinamice 168
7.5. Indicatori statistici pentru aprecierea seriilor dinamice 170
7.5.1. Indicatori absoluți 170
7.5.2. Indicatori relativi 171
7.5.3. Indicatori medii 172
7.5.4. Ajustarea seriilor dinamice 173
7.5.5. Extrapolarea seriilor dinamice 175
Cap.8. ECONOMETRIA CAPITALULUI FIX AL FIRMEI 183
8.1. Principii introductive. Concepte şi definiții..... 183
8.2. Evaluarea şi reevaluarea componentelor capitalului fix 183
8.3. Determinarea şi analiza mărimii uzurii componentelor capitalului fix 184
8.4. Teoria reînnoirii produselor 185
8.5. Actualizarea cheltuielilor 187
8.6. O problemă de revizie tehnică 189
8.7. Fundamentarea econometrică a deciziei de alegere a unui echipament de producție pe baza costului minim de folosință 190
Cap.9. CUANTIFICAREA ECONOMETRICĂ A PRODUCȚIEI FIRMEI 195
9.1. Principii introductive. Concepte şi definiți 195
9.2. Modalități de cuantificare a producției 195
9.3. Sistemul de indicatori valorici ai producției 298
9.4. Analiza comparată a producției 201
9.4.1. Sistemul de indicatori utilizați 201
9.4.2. Analiza comparată a producției exprimată în unități naturale 203
9.4.3. Analiza comparată a producției exprimată în unități natural-convenționale 205
9.4.4. Caracterizarea statistică a efectelor modificării programelor de producție 208
9.5. Bilanțul tehnologic pentru consum de materiale şi energie ... 214
9.5.1. Bilanțul de materiale 214
9.5.2 Bilanțul de energie 216
9.5.3. Indicatori tehnico-economici de consum 217

9.5.4. Indicatori de utilizare intensivă şi extensivă. Uzura şi întreținerea utilajelor 220
9.6. Econometria eficienței economice a firmei 222
9.6.1. Concepte privind eficiența economică. Criterii de apreciere a eficienței 222
9.6.2. Analiza diagnostic pe baza ratelor de rentabilitate 231
9.6.2.1. Probleme generale privind ratele de rentabilitate 231
9.6.2.2. Analiza ratelor rentabilității comerciale 231
9.6.2.3. Analiza ratelor rentabilității economice 236
9.6.2.4. Analiza ratelor de rentabilitate financiară 239
9.6.2.5. Analiza rentabilității pe produs 246
9.6.2.6. Determinarea şi analiza ratelor de rentabilitate pe produs 248
9.6.2.7. Analiza rentabilității pe baza punctului critic 249
9.6.3. Strategii şi scenarii pe baza analizei de senzitivitate 253
Cap.10. CUANTIFICAREA ECONOMETRICĂ A GESTIUNII STOCURILOR 257
10.1. Principii introductive. Concepte şi definiții 257
10.2. Importanța stocurilor în procesul de producție 257
10.3. Tipuri de stocuri 258
10.4. Obiective şi rezultate ale gestiunii ştiințifice a stocurilor 259
10.5. Elementele principale ale unui proces de stocare 260
10.6. Modele pentru programarea stocurilor 263
BIBLIOGRAFIE 286

Tipar Digital realizat la **Tipografia** pim
Șoseaua Ștefan cel Mare nr. 11
Iași - 700498
Tel. / fax: **0232-212740**
e-mail:editurapim@pimcopy.ro
www.pimcopy.ro

Material cu drept de autor